見えに基づく姿勢推定のための
複素部分空間と四元数部分空間の
構築について

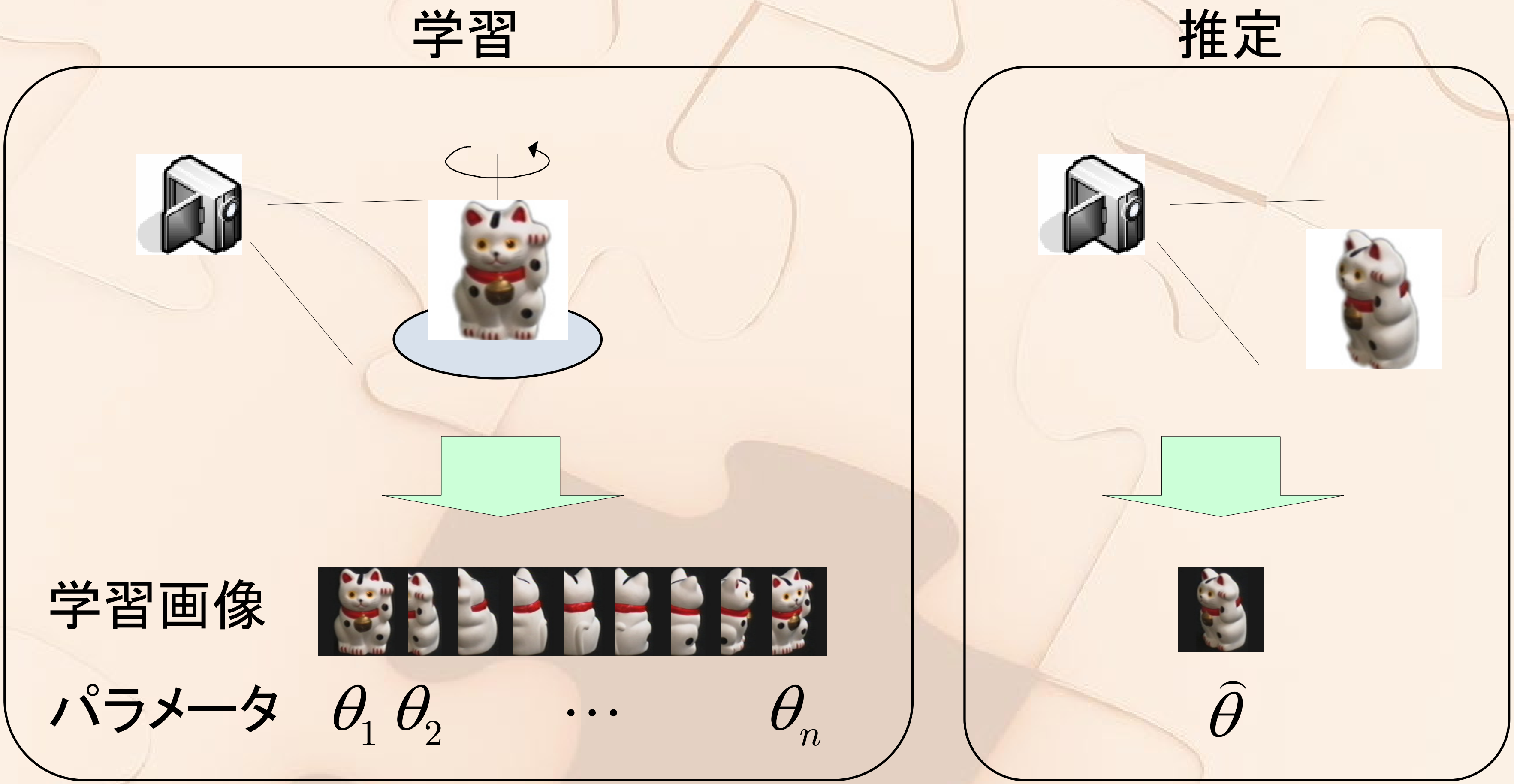
玉木徹, 天野敏之, 金田和文, 市原由美子

広島大学　NAIST　広島大学　広島大学

物体の姿勢推定

- コンピュータビジョンの基礎的な問題
- モデルに基づくアプローチ
  - 物体の幾何モデルと画像とのマッチング
  - ◎精度の良い姿勢推定
  - ✖シーンや物体毎にモデルが必要
- 見えに基づくアプローチ
  - 画像のみを学習する
  - ◎モデルを準備する必要がない
    - パラメトリック固有空間法、線形重回帰、非線形回帰、正準相関分析(CCA)

見えに基づく姿勢推定



- 画像(入力)とパラメータ(出力)の関係を学習する

巡回群による学習

✓画像系列に巡回群が働くと考える

[玉木ら, MIRU2007]

n位の巡回群

$$G_n = \{G, G^2, \ldots, G^{n-1}, G^n\}$$

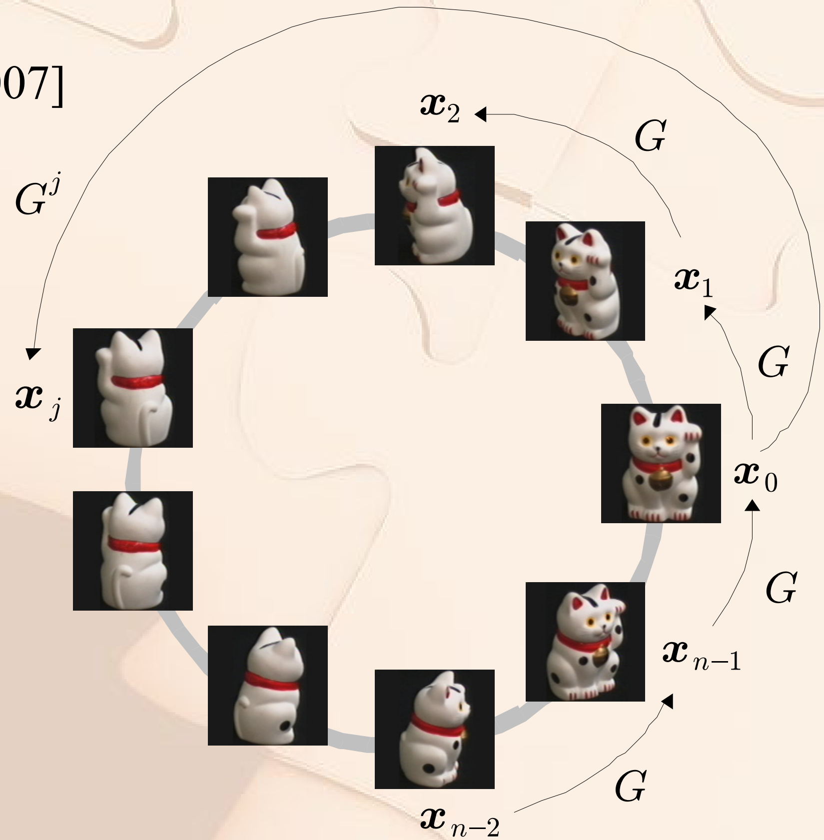
G : 巡回群G_nの生成元

各画像は行列Gによって遷移する

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_1 &= G\boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{x}_2 &= G\boldsymbol{x}_1 \\ &\vdots \\ \boldsymbol{x}_0 &= G\boldsymbol{x}_{n-1} \end{aligned}$$

$\boldsymbol{x}_0$から$\boldsymbol{x}_j$へG^jによって遷移する

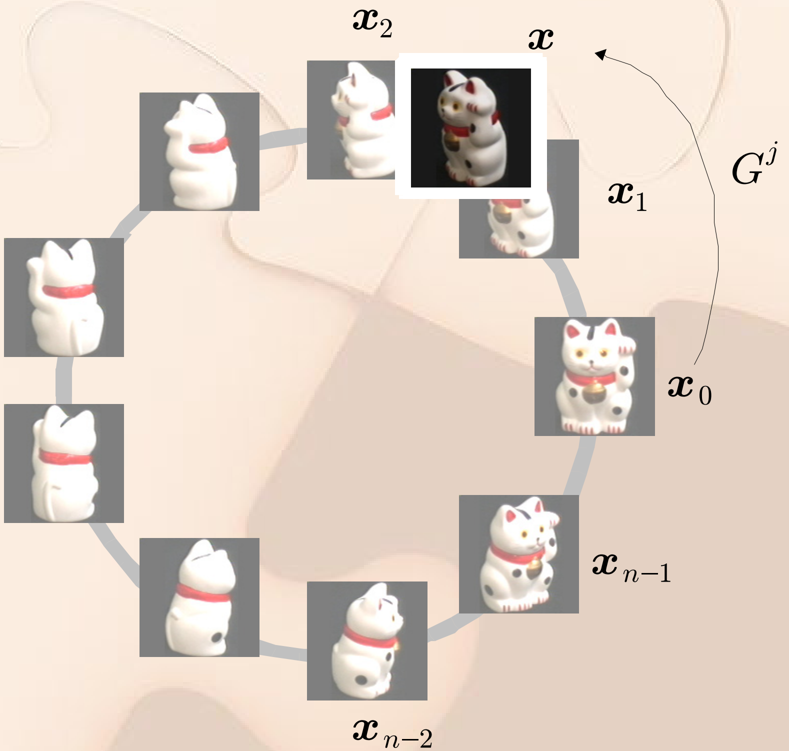
$$\boldsymbol{x}_j = G\boldsymbol{x}_0$$



$$\boldsymbol{x}_{j+1 \bmod n} = G\boldsymbol{x}_j$$

巡回群による推定

✓巡回群の元を推定する



与えられた画像$\boldsymbol{x}$に対して

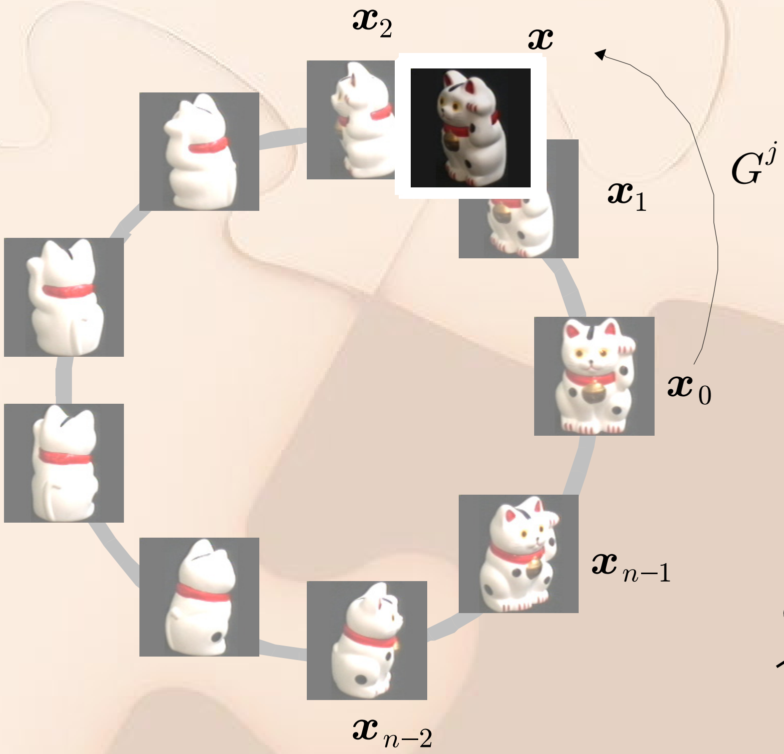
$$\boldsymbol{x} = G^j \boldsymbol{x}_0$$

を最も満たすjを求める

1軸回転

目的:3軸回転への拡張

✓巡回群の元を推定する



与えられた画像$\boldsymbol{x}$に対して

$$\boldsymbol{x} = G^j \boldsymbol{x}_0$$

を最も満たすjを求める

1軸回転

3軸回転

1軸回転:巡回群行列Gの導出

✓巡回群の行列表現 $$\underbrace{[\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2 \ldots \boldsymbol{x}_{n-1}\ \boldsymbol{x}_0]}_{X_1} = G\underbrace{[\boldsymbol{x}_0\ \boldsymbol{x}_1 \ldots \boldsymbol{x}_{n-2}\ \boldsymbol{x}_{n-1}]}_{X_0}$$

$$X_1 = GX_0$$

✓最小ノルム型
一般化逆行列による解

$$G = X_1 X_0^+$$

$$\begin{aligned} X_0 &= E\Sigma V^T \\ X_0^+ &= X_1(X_0^T X_0)^{-1} X_0^T \\ &= V\Sigma^{-1}E^T \end{aligned}$$

✓列置換行列による表現

$$X_1 = X_0 \begin{bmatrix} 0 & & & & & 1 \\ 1 & 0 & & & & \\ & 1 & 0 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1 & 0 & \\ & & & & 1 & 0 \end{bmatrix} = X_0 M$$

✓列置換行列の対角化

$$M = W^H D W$$

複素行列

1軸回転：巡回群行列Gの分解

✓巡回群行列Gの分解

$$G = X_1 X_0^+ = X_0 M X_0^+ = X_0 W^H D W X_0^+ = U_2 D U_1$$

✓巡回群行列Gの冪⇒対角行列Dの冪

$$\boldsymbol{x}_{j+\alpha \bmod n} = G^\alpha \boldsymbol{x}_j = U_2 D^\alpha U_1 \boldsymbol{x}_j$$

ここで　$\boldsymbol{x}'_j = U_1 \boldsymbol{x}_j \in \mathbb{C}^n$　とすると

$$\boxed{\boldsymbol{x}'_{j+\alpha \bmod n} = D^\alpha \boldsymbol{x}'_j}$$

複素画像

実画像

1軸回転:姿勢推定の定式化

✓学習画像$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_{n\text{-}1}$に対して成り立つ式

$$\boldsymbol{x}'_{j+\alpha \bmod n} = D^{\alpha} \boldsymbol{x}'_j$$

✓未学習画像$\boldsymbol{x}$に対しても成り立つと仮定する

$$\boldsymbol{x}' = D^{\alpha} \boldsymbol{x}'_0 \quad (j = 0)$$

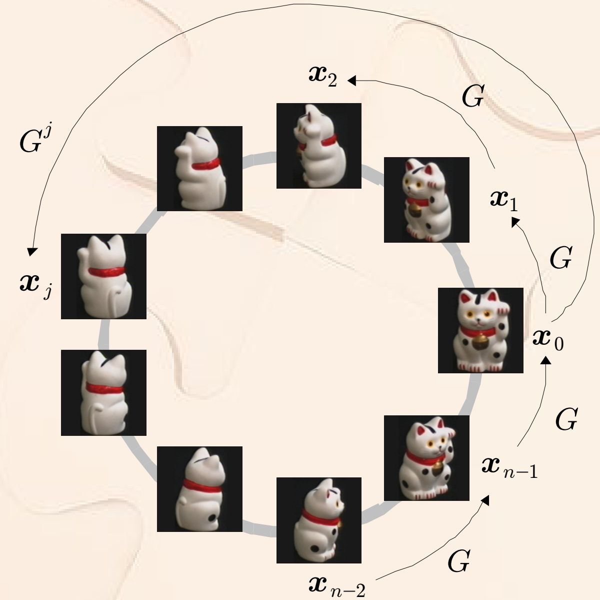
姿勢推定問題が
冪数αを求める問題になる

3軸回転への拡張

✓1軸回転の場合の
巡回群の行列表現

$$\underbrace{\left[\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2 \ldots \boldsymbol{x}_{n-1}\ \boldsymbol{x}_0\right]}_{X_1} = G \underbrace{\left[\boldsymbol{x}_0\ \boldsymbol{x}_1 \ldots \boldsymbol{x}_{n-2}\ \boldsymbol{x}_{n-1}\right]}_{X_0}$$

$$X_1 = G X_0$$



✓3軸回転の場合の
巡回群の行列表現

X_1とX_0は何？

対角化可能か？

案1：列置換行列の拡張

✓列の置換に注目する

$$
M = \begin{bmatrix} 0 & & & & & 1 \\ 1 & 0 & & & & \\ & 1 & 0 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1 & 0 & \\ & & & & 1 & 0 \end{bmatrix}
$$

$$
X_0 = [\boldsymbol{x}_0\ \boldsymbol{x}_1 \ldots \boldsymbol{x}_{n-2}\ \boldsymbol{x}_{n-1}]
$$

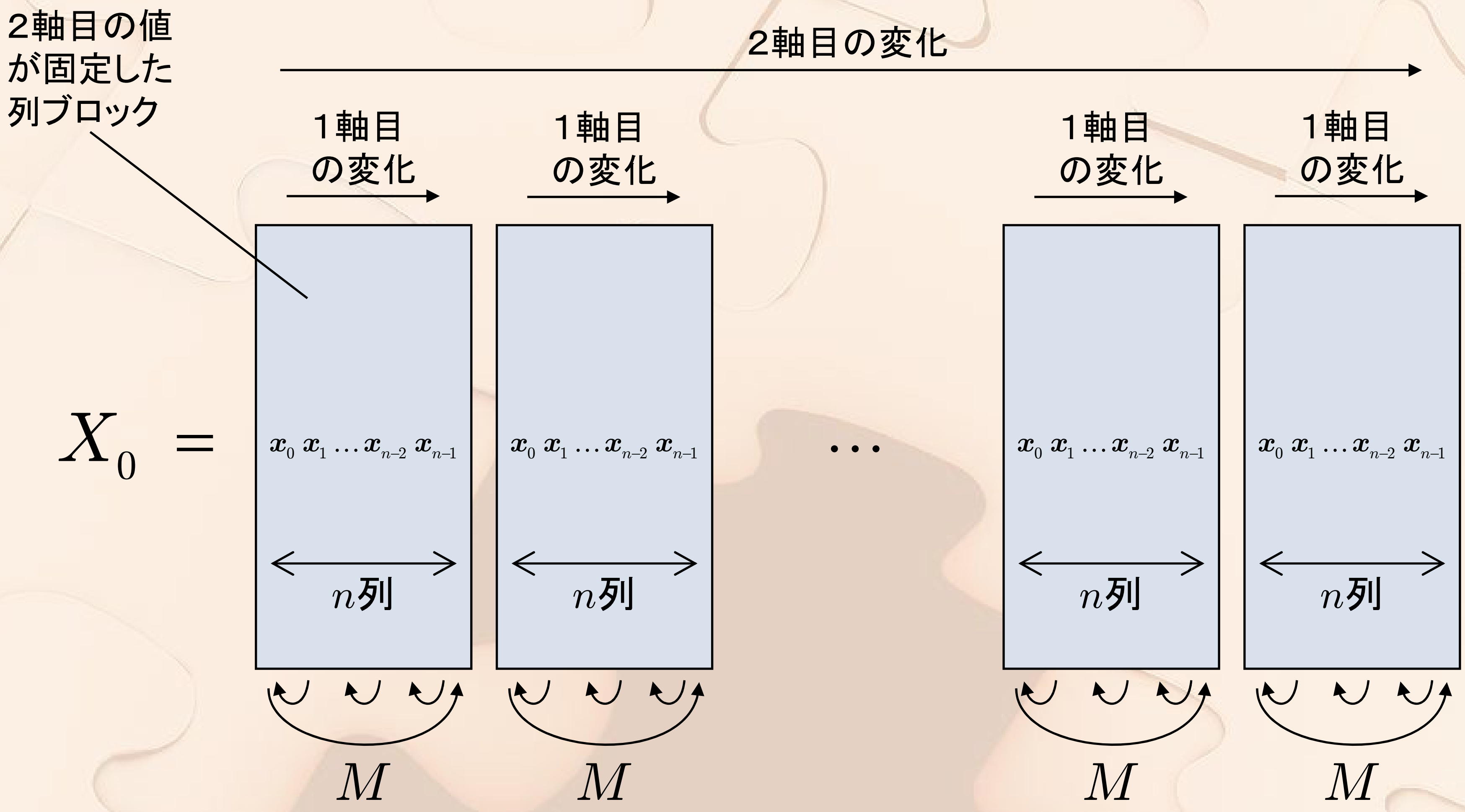
$$
X_0 M
$$

$$
X_1 = [\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2 \ldots \boldsymbol{x}_{n-1}\ \boldsymbol{x}_0]
$$

列を一つずらす作用がある

2軸・3軸回転にも列置換行列が使えないか？

X_0の構成案：2軸の場合



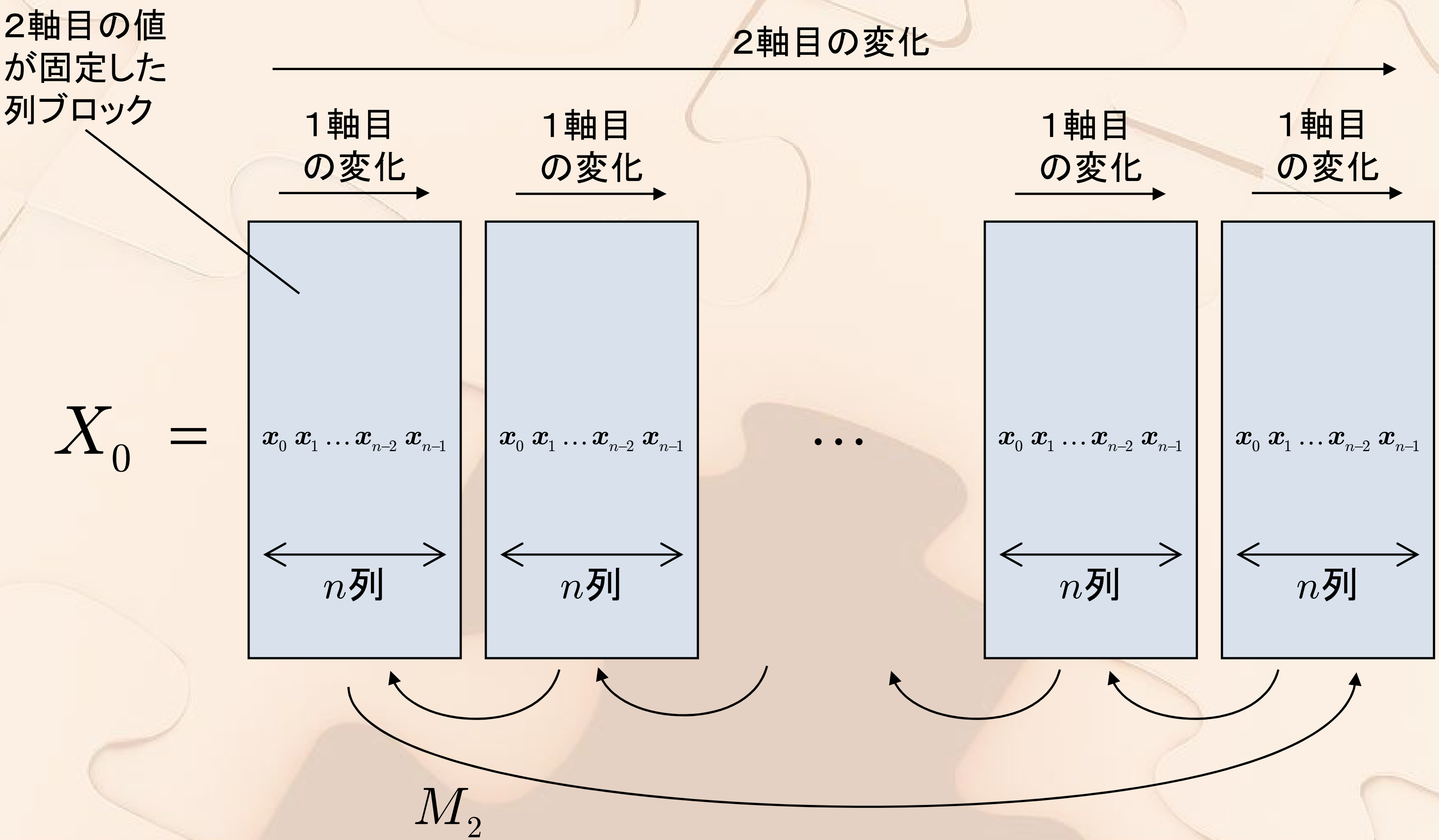
1軸目の列置換行列

✓1軸目の変化に対応する列の置換

$$X_1 = X_0 M_1 \qquad M_1 = \begin{bmatrix} M & & & & \\ & M & & & \\ & & M & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & M \end{bmatrix}$$

それぞれの2軸の値において
1軸目のみを遷移させる

X_0の構成案:2軸の場合



2軸目の列置換行列

✓1軸目の変化に対応する列の置換

$$X_1 = X_0 M_1 \qquad M_1 = \begin{bmatrix} M & & & & \\ & M & & & \\ & & M & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & M \end{bmatrix}$$

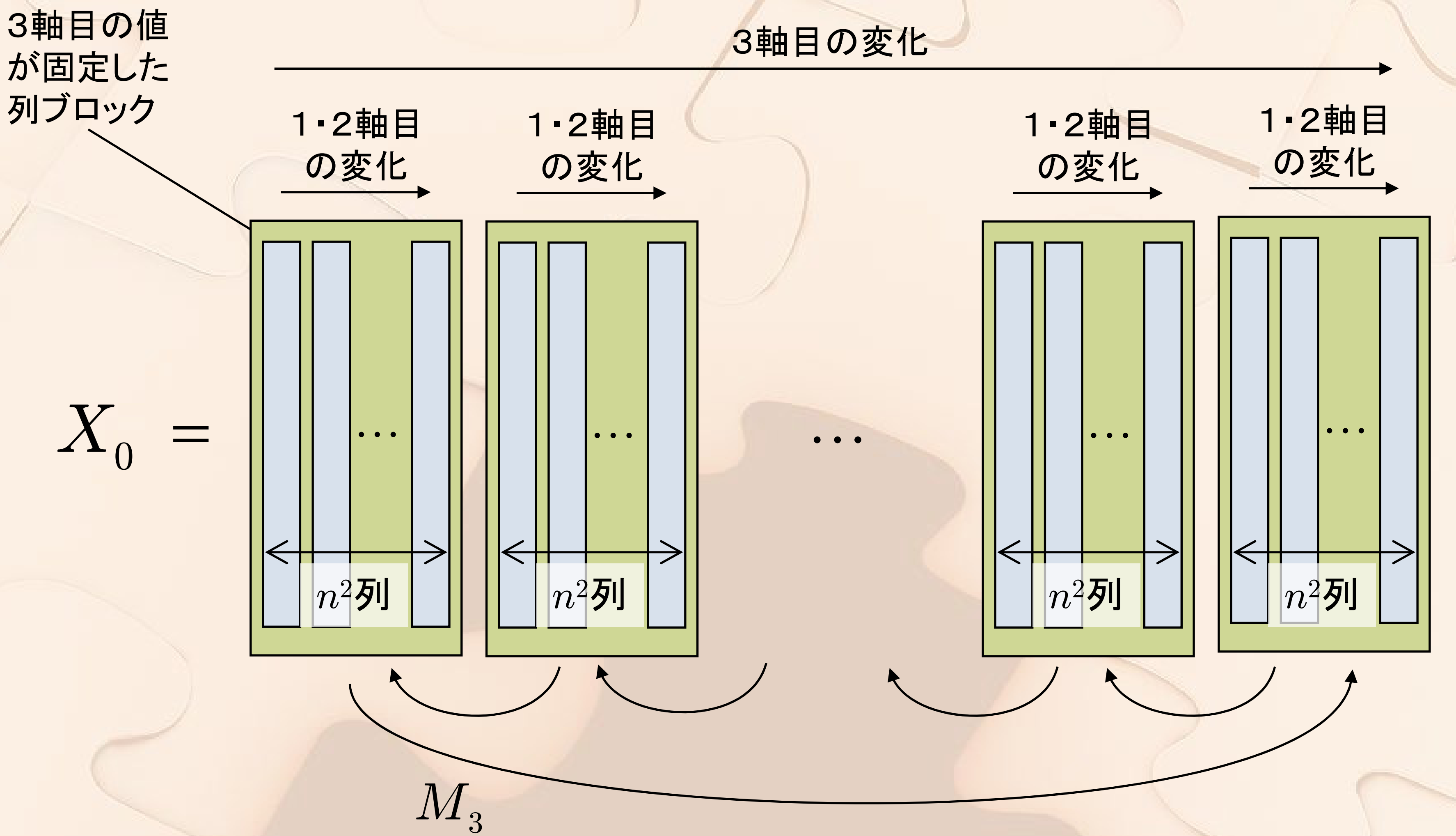
それぞれの
2軸の値において
1軸目のみを
遷移させる

✓2軸目の変化に対応する列の置換

$$X_1 = X_0 M_2 \qquad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & & & & I_n \\ I_n & 0 & & & \\ & I_n & 0 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & I_n & 0 \end{bmatrix}$$

それぞれの
1軸の値において
2軸目のみを
遷移させる

X_0の構成案：3軸の場合



3軸目の列置換行列

✓2軸目の変化に対応する列の置換

$$X_1 = X_0 M_2 \qquad M_2 = \begin{bmatrix} M_2' & & & & \\ & M_2' & & & \\ & & M_2' & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & M_2' \end{bmatrix} \qquad M_2' = \begin{bmatrix} 0 & & & & I_n \\ I_n & 0 & & & \\ & I_n & 0 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & I_n & 0 \end{bmatrix}$$

✓3軸目の変化に対応する列の置換

$$X_1 = X_0 M_3 \qquad M_3 = \begin{bmatrix} 0 & & & & I_{n^2} \\ I_{n^2} & 0 & & & \\ & I_{n^2} & 0 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & I_{n^2} & 0 \end{bmatrix}$$

列置換行列の問題点

✓3つの列置換行列の固有値は等しく、固有ベクトルは異なる

$$M_1 = P_1^H D P_1$$
$$M_2 = P_2^H D P_2$$
$$M_3 = P_3^H D P_3$$

✓3つの列置換行列の積はそれぞれの対角化で表せない

$$M_1 M_2 M_3 = P_1^H D P_1 P_2^H D P_2 P_3^H D P_3$$

もしできたとしても…

✓対角行列の冪は一意にパラメータを分解しない

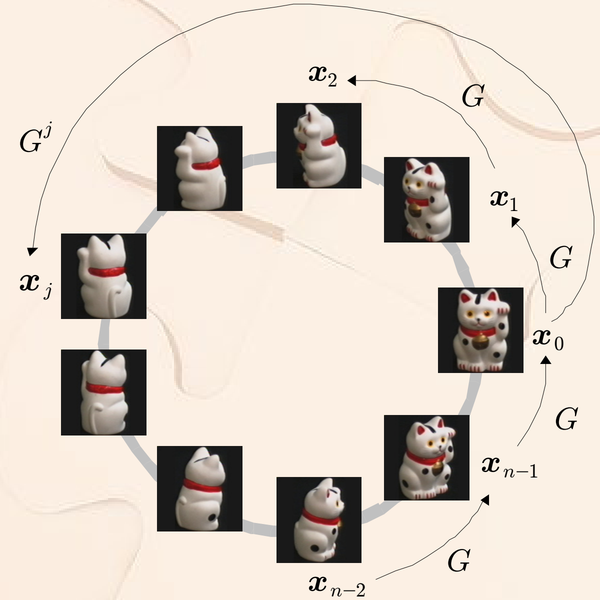
$$M_1^\alpha M_2^\beta M_3^\gamma \overset{?}{=} P^H D^\alpha D^\beta D^\gamma P = P^H D^{\alpha+\beta+\gamma} P$$

3軸回転への拡張

✓1軸回転の場合の
巡回群の行列表現

$$\underbrace{\left[\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2 \ldots \boldsymbol{x}_{n-1}\ \boldsymbol{x}_0\right]}_{X_1} = G\underbrace{\left[\boldsymbol{x}_0\ \boldsymbol{x}_1 \ldots \boldsymbol{x}_{n-2}\ \boldsymbol{x}_{n-1}\right]}_{X_0}$$

$$X_1 = GX_0$$



✓3軸回転の場合の
巡回群の行列表現

X_1とX_0は何？
巡回群からの導出は困難
対角化可能か？
可能だが推定に向かない

案2:姿勢推定の再検討

✓学習画像$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_{n\text{-}1}$に対して成り立つ式

$$\boldsymbol{x}'_{j+\alpha \bmod n} = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_j$$

✓未学習画像$\boldsymbol{x}$に対しても成り立つと仮定する

$$\boxed{\boldsymbol{x}' = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_0} \quad (j = 0)$$

⇒ 姿勢推定問題が
冪数αを求める問題になる

1軸回転:複素数の偏角による推定

$$\boldsymbol{x}' = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_0$$

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \zeta_n^{\alpha} & & & & \\ & & \zeta_n^{2\alpha} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \zeta_n^{\alpha(n-2)} & \\ & & & & & \zeta_n^{\alpha(n-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_{00} \\ x'_{01} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0n-2} \\ x'_{0n-1} \end{pmatrix}$$

$\zeta_n = e^{\frac{2\pi i}{n}}$: 1の原始n乗根（Mの固有値）

1軸回転:複素数の偏角による推定

$$\boxed{\boldsymbol{x}' = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_0}$$

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ \boxed{x'_1} \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \boxed{\zeta_n^{\alpha}} & & & & \\ & & \zeta_n^{2\alpha} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \zeta_n^{\alpha(n-2)} & \\ & & & & & \zeta_n^{\alpha(n-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_{00} \\ \boxed{x'_{01}} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0n-2} \\ x'_{0n-1} \end{pmatrix}$$

1軸回転:複素数の偏角による推定

$$\boldsymbol{x}' = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_0$$

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ \boxed{x'_1} \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \boxed{\zeta_n^{\alpha}} & & & & \\ & & \zeta_n^{2\alpha} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \zeta_n^{\alpha(n-2)} & \\ & & & & & \zeta_n^{\alpha(n-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_{00} \\ \boxed{x'_{01}} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0\,n-2} \\ x'_{0\,n-1} \end{pmatrix}$$

$$x'_1 = \zeta_n^{\alpha} x'_{01}$$

1軸回転:複素数の偏角による推定

$$\boldsymbol{x}' = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_0$$

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ \boxed{x'_1} \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \boxed{\zeta_n^{\alpha}} & & & & \\ & & \zeta_n^{2\alpha} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \zeta_n^{\alpha(n-2)} & \\ & & & & & \zeta_n^{\alpha(n-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_{00} \\ \boxed{x'_{01}} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0\,n-2} \\ x'_{0\,n-1} \end{pmatrix}$$

$$x'_1 = \zeta_n^{\alpha} x'_{01} \quad \Rightarrow \quad \theta = \angle\zeta_n^{\alpha} = \angle\frac{x'_1}{x'_{01}}$$

複素数の偏角
＝姿勢推定値

1軸回転：部分空間への投影

$$\underline{U_1 \boldsymbol{x} = \boxed{\boldsymbol{x}' = D^{\alpha} \boldsymbol{x}'_0}} \underline{= D^{\alpha} U_1 \boldsymbol{x}_0}$$

$$\boldsymbol{x}'_j = U_1 \boldsymbol{x}_j$$

$$\begin{pmatrix} & & \\ & U_1 & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 \\ \boxed{x'_1} \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x'_{00} \\ \boxed{x'_{01}} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0n-2} \\ x'_{0n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & \\ & U_1 & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{00} \\ x_{01} \\ x_{02} \\ \vdots \\ x_{0N-2} \\ x_{0N-1} \end{pmatrix}$$

1軸回転：部分空間への投影

$$\underline{U_1 \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}'} = \boxed{D^{\alpha} \boldsymbol{x}'_0} \underline{= D^{\alpha} U_1 \boldsymbol{x}_0} \qquad \boldsymbol{x}'_j = U_1 \boldsymbol{x}_j$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{\quad U_1 \quad} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 \\ \boxed{x'_1} \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x'_{00} \\ \boxed{x'_{01}} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0\,n-2} \\ x'_{0\,n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\quad U_1 \quad} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{00} \\ x_{01} \\ x_{02} \\ \vdots \\ x_{0\,N-2} \\ x_{0\,N-1} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{u}^T$ $\qquad$ $\boldsymbol{u}^T$

1軸回転：部分空間への投影

$$\underline{U_1 \boldsymbol{x}} = \boxed{\underline{\boldsymbol{x}'} = D^{\alpha} \underline{\boldsymbol{x}'_0}} = \underline{D^{\alpha} U_1 \boldsymbol{x}_0} \qquad \boldsymbol{x}'_j = U_1 \boldsymbol{x}_j$$

$$\begin{pmatrix} \\ \boxed{\quad U_1 \quad} \\ \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 \\ \boxed{x'_1} \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_{n-2} \\ x'_{n-1} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x'_{00} \\ \boxed{x'_{01}} \\ x'_{02} \\ \vdots \\ x'_{0\,n-2} \\ x'_{0\,n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \boxed{\quad U_1 \quad} \\ \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{00} \\ x_{01} \\ x_{02} \\ \vdots \\ x_{0\,N-2} \\ x_{0\,N-1} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{u}^T$ $\boldsymbol{u}^T$

$$\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{x} = x'_1 = \zeta_n^{\alpha} x'_{01} = \zeta_n^{\alpha} \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{x}_0$$

1軸回転：1次元複素部分空間による姿勢推定

$$\boxed{\boldsymbol{x}' = D^{\alpha}\boldsymbol{x}'_0}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x} = \zeta_n^{\alpha}\underline{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0} \quad \Rightarrow \quad \theta = \angle\zeta_n^{\alpha} = \angle\frac{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0}$$

1次元複素部分空間$\boldsymbol{u}^T$への投影

複素平面における回転

- ある1次元複素部分空間が存在し、画像をそこへ投影したら、1画素と複素数の積で姿勢を表現できる

1軸回転の場合の結論

✓1軸回転の場合

ある1次元**複素部分空間**が存在し、画像をそこへ投影したら、1画素と複素数の積で姿勢を表現できる

$$\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x} = \zeta_n^{\alpha}\,\underline{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0} \quad \Rightarrow \quad \theta = \angle\zeta_n^{\alpha} = \angle\frac{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0}$$

1次元複素部分空間$\boldsymbol{u}^T$への投影

複素平面における回転

3軸回転の場合の仮定

✓3軸回転の場合

ある1次元四元数部分空間が存在し、画像をそこへ投影したら、1画素と四元数の積で姿勢を表現できる

$$\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{u} = p \ \underline{\boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u}} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{x}}{\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{x}_0}$$

1次元四元数部分空間$\boldsymbol{u}$への投影

四元数pの積による回転

- なぜ四元数か？
  - 四元数は複素数の拡張
  - 3軸回転は単位四元数で表される

3軸回転の場合の定式化

✓連立方程式による解法

四元数は積に非可換
$\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{u}$の積の順序を入れ替えておく

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_1^T \boldsymbol{u} &= p_1 \ \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u} \\
\boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{u} &= p_2 \ \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{x}_{n-1}^T \boldsymbol{u} &= p_{n-1} \ \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_1^T \\ \boldsymbol{x}_2^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_{n-1}^T \end{pmatrix} \boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} p_1 \boldsymbol{x}_0^T \\ p_2 \boldsymbol{x}_0^T \\ \vdots \\ p_{n-1} \boldsymbol{x}_0^T \end{pmatrix} \boldsymbol{u}
$$

3軸回転の場合の定式化

✓連立方程式による解法

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_1^T \boldsymbol{u} &= p_1 \ \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u} \\
\boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{u} &= p_2 \ \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{x}_{n-1}^T \boldsymbol{u} &= p_{n-1} \ \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u}
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \quad
\begin{pmatrix}
\boldsymbol{x}_1^T - p_1 \boldsymbol{x}_0^T \\
\boldsymbol{x}_2^T - p_2 \boldsymbol{x}_0^T \\
\vdots \\
\boldsymbol{x}_{n-1}^T - p_{n-1} \boldsymbol{x}_0^T
\end{pmatrix} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}
$$

3軸回転の場合の定式化

✓連立方程式による解法

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_1^T \boldsymbol{u} &= p_1 \, \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u} \\
\boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{u} &= p_2 \, \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{x}_{n-1}^T \boldsymbol{u} &= p_{n-1} \, \boldsymbol{x}_0^T \boldsymbol{u}
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \quad \boxed{\underbrace{\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_1^T - p_1 \boldsymbol{x}_0^T \\ \boldsymbol{x}_2^T - p_2 \boldsymbol{x}_0^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_{n-1}^T - p_{n-1} \boldsymbol{x}_0^T \end{pmatrix}}_{A}} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}
$$

3軸回転の場合の定式化

✓連立方程式による解法

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_1^T\boldsymbol{u} &= p_1\ \boldsymbol{x}_0^T\boldsymbol{u} \\
\boldsymbol{x}_2^T\boldsymbol{u} &= p_2\ \boldsymbol{x}_0^T\boldsymbol{u} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{x}_{n-1}^T\boldsymbol{u} &= p_{n-1}\ \boldsymbol{x}_0^T\boldsymbol{u}
\end{aligned}
$$

$\boldsymbol{u}$はAの右零ベクトル！

$$A\boldsymbol{u} = \mathbf{o}$$

$$
\begin{pmatrix}
\boldsymbol{x}_1^T - p_1\boldsymbol{x}_0^T \\
\boldsymbol{x}_2^T - p_2\boldsymbol{x}_0^T \\
\vdots \\
\boldsymbol{x}_{n-1}^T - p_{n-1}\boldsymbol{x}_0^T
\end{pmatrix}\boldsymbol{u} = \mathbf{0}
$$

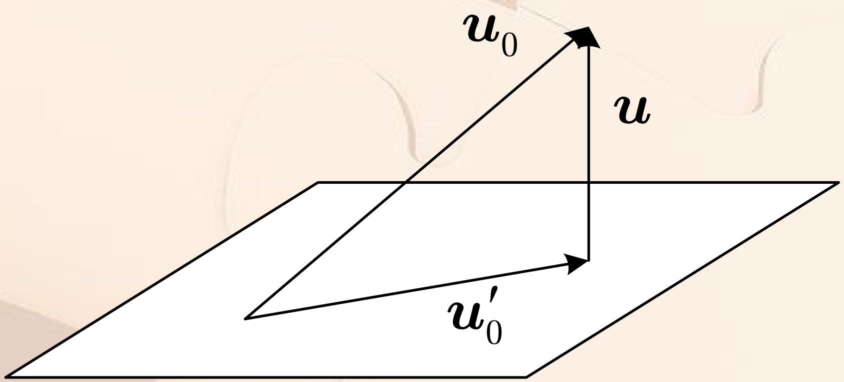
零ベクトルの求め方

✓ Aへの投影による零ベクトルの「作成」

$\boldsymbol{u}_0$: 適当なベクトル

$\boldsymbol{u}'_0$: $\boldsymbol{u}'_0$のAへの投影

$$\boldsymbol{u}'_0 = A^H(AA^H)^{-1}A\boldsymbol{u}_0$$



$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_0 - \boldsymbol{u}'_0 = (I - A^H(AA^H)^{-1}A)\boldsymbol{u}_0$$

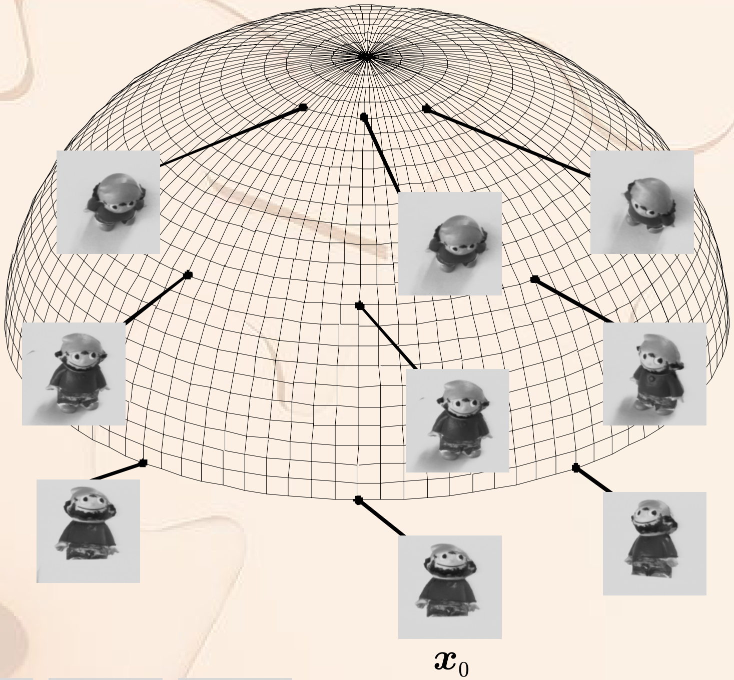
姿勢推定実験

✓２自由度の姿勢変化

Dwarf 画像2500枚 (Gabriele,2002)

方位角 θ:3.6度毎（100ステップ）

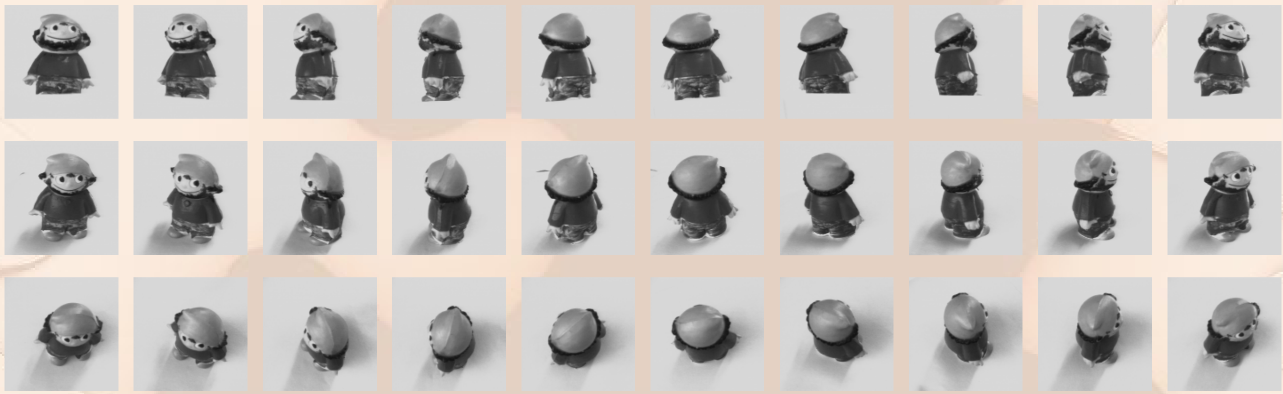
仰角 ϕ:3.6度毎（25ステップ）



✓学習:30枚

方位角 θ:36度毎（10ステップ）

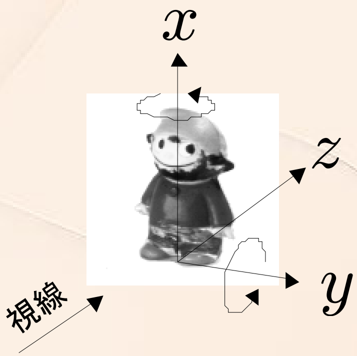
仰角 ϕ:36度毎（3ステップ）



128×128 [pixel]

姿勢推定実験

✓学習に用いた四元数



$$p_j^x = \cos(\theta_j/2) + \sin(\theta_j/2)(\mathsf{i} + 0\mathsf{j} + 0\mathsf{k})$$
$$p_j^y = \cos(\phi_j/2) + \sin(\phi_j/2)(0\mathsf{i} + \mathsf{j} + 0\mathsf{k})$$
$$p_j = p_j^y p_j^x$$

x軸周り・y軸周りの合成回転

✓推定:500枚

方位角 θ:3.6度毎(100ステップ)

仰角 ϕ:18度毎(5ステップ)

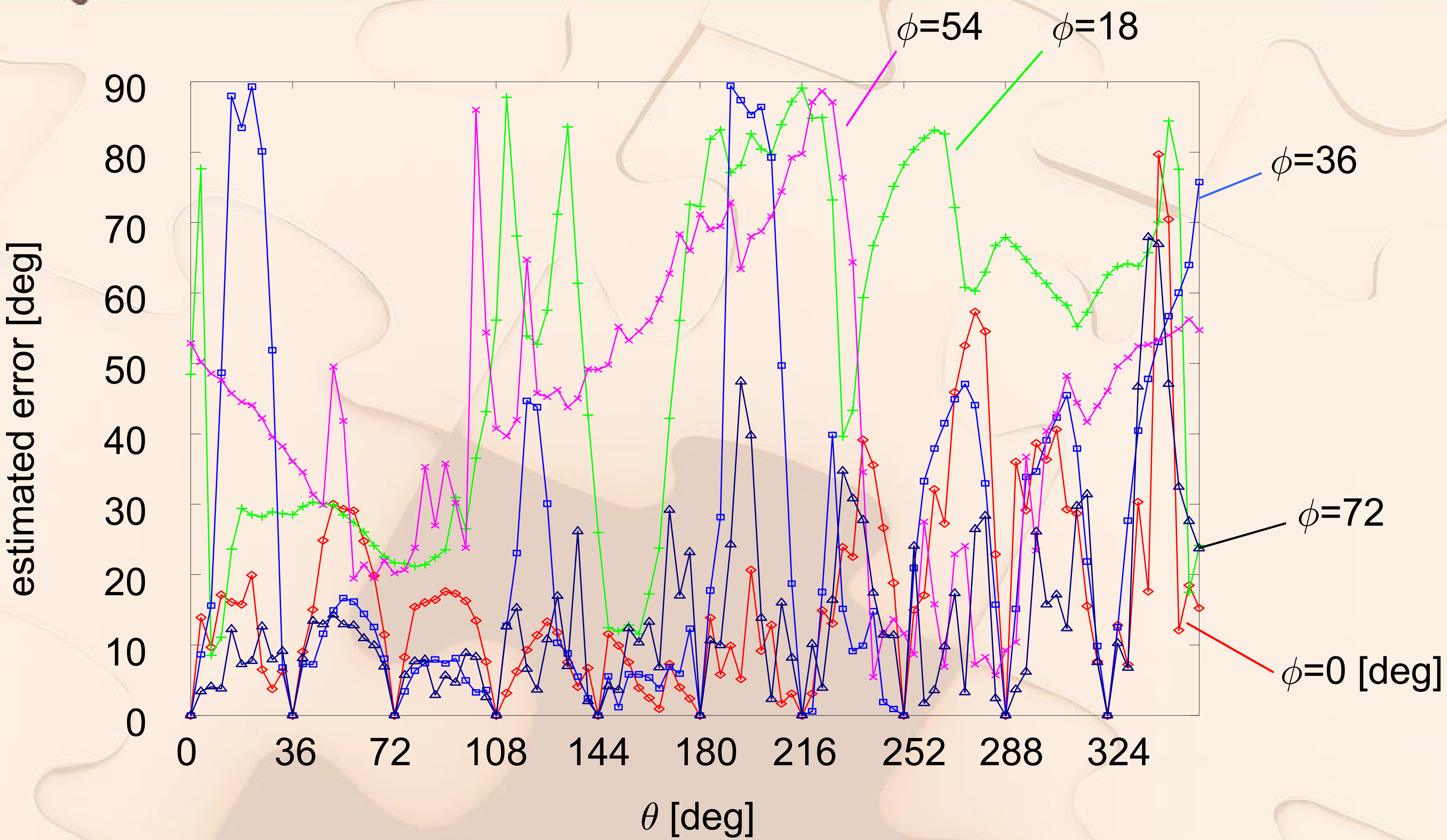
✓推定誤差評価 $\cos^{-1}(\mathrm{Re}(p_d))$

$$p_d = \hat{p}p^{-1}$$

p :真の姿勢を表す四元数

$\hat{p}$:推定された四元数

姿勢推定誤差:大



φ=54
φ=18
φ=36
φ=72
φ=0 [deg]
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
estimated error [deg]
0
36
72
108
144
180
216
252
288
324
θ [deg]

まとめ

- 1軸回転のための姿勢推定手法を拡張し、3軸回転のための四元数部分空間の構築方法を示した
  - 巡回群による定式化ではない
  - ▲ 零ベクトルの求め方が一意ではない
  - ✖ 推定誤差が大きい
- 今後の課題
  - 零ベクトルの求め方の検討
  - 3軸の拡張方法の別アプローチの検討