玉木徹 天野敏之 金田和文
広島大学 NAIST 広島大学

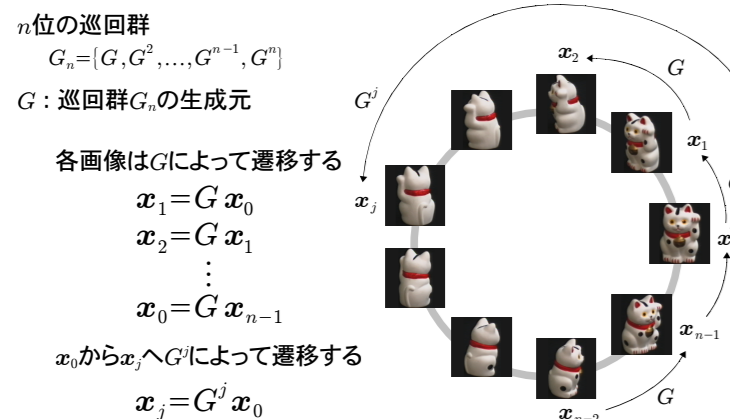## 1. 見えに基づく認識問題：姿勢推定

■ 物体の見えに基づく姿勢推定とは

学習　推定
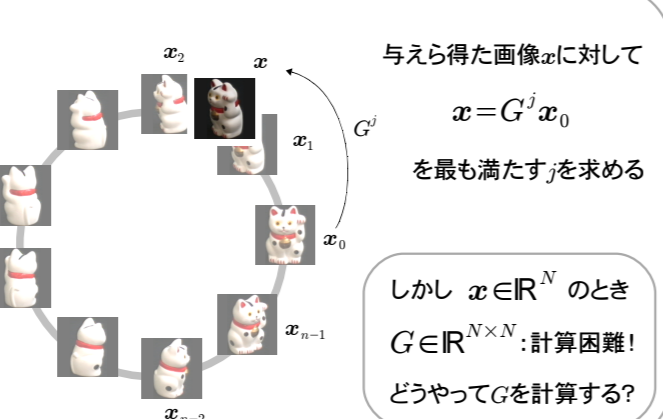
学習画像　パラメータ $\theta_1\,\theta_2\,\theta_3\,\cdots\,\theta_n$　$\hat\theta$

■ 従来手法
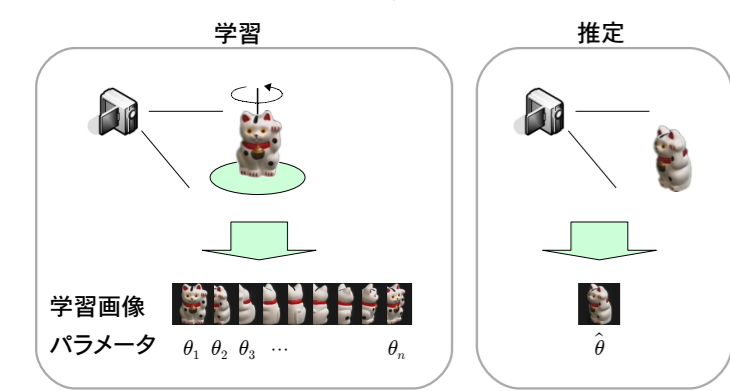
線形手法
CCA(Canonical Correlation Analysis)
PCR(Principal Component Regression)
PLSR(Partial Least Square Regression)
線形重回帰
EbC(Estimation-by-Completion)
非線形手法
kernel CCA
kernel PLSR
Support Vector 回帰
kernel Ridge 回帰
Misc.
パラメトリック固有空間法
View Bubble

入力 ⟺ 出力
画像とパラメータの関係を学習する

## 2. アイデア

■ 画像系列に巡回群 $G_n$ が働くと考える

$n$ 位の巡回群
$G_n=[G,G^2,\ldots,G^{n-1},G^n]$

$G$：巡回群 $G_n$ の生成元

各画像は $G$ によって遷移する
$\boldsymbol{x}_1=G\,\boldsymbol{x}_0$
$\boldsymbol{x}_2=G\,\boldsymbol{x}_1$
$\boldsymbol{x}_0=G\,\boldsymbol{x}_{n-1}$

$\boldsymbol{x}_0$ から $\boldsymbol{x}_j$ へ $G^j$ によって遷移する
$\boldsymbol{x}_j=G^j\boldsymbol{x}_0$

■ 巡回群の元を推定する

与えら得た画像 $\boldsymbol{x}$ に対して
$\boldsymbol{x}=G^j\boldsymbol{x}_0$
を最も満たす $\boldsymbol{x}_0$ を求める

しかし $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^N$ のとき
$G\in\mathbb{R}^{N\times N}$：計算困難！
どうやって $G$ を計算する？

## 3. 定式化

■ 巡回群の行列表現
$[\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\cdots\boldsymbol{x}_{n-1}\boldsymbol{x}_0]=G[\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_{n-2}\boldsymbol{x}_{n-1}]$

$X_1=GX_0$

■ 列置換行列

$$X_1=X_0\begin{bmatrix}0&&&&1\\1&0&&&\\&1&0&&\\&&\ddots&\ddots&\\&&&1&0\end{bmatrix}=X_0M$$

行列として考えれば $X_0$ と $X_1$ は列を入れ替えるだけ

■ 最小ノルム型一般化逆行列による解
$G=X_1X_0^+$
$X_0^+=E\Sigma V^T$
$X_0^+=X_1(X_0^TX_0)^{-1}X_0^T$
$=V\Sigma^{-1}E^T$

■ 列置換行列の対角化
$M=W^TDW$

ただし対角化には2通りある
・複素数の範囲で対角化
・実数の範囲でブロック対角化

■ 巡回群行列の分解
$G=X_1X_0^+=X_0MX_0^+=X_0W^TDWX_0^+=U_2DU_1$
$N\times N$：計算不可能！
$N\times n,\ n\times n,\ n\times N$：計算可能！

■ 巡回群行列の幕
$G^j=U_2D^jU_1$
対角行列の幕の計算ですむ $(U_1U_2=I)$

## 4. 複素対角化 (IS3-11)

■ $M$ の複素対角化
$$M=W^HDW=W^H\begin{bmatrix}1\\&e^{\frac{2\pi i}{n}}\\&&e^{\frac{2\pi i}{n}2}\\&&&\ddots\\&&&&e^{\frac{2\pi i}{n}(n-2)}\\&&&&&e^{\frac{2\pi i}{n}(n-1)}\end{bmatrix}W$$

$M$ の固有値は $n$ 個の相異なる1の原始 $n$ 乗根

■ 対角行列の幕
$$D^j=\begin{bmatrix}1\\&e^{\frac{2\pi i}{n}j}\\&&e^{\frac{2\pi i}{n}2j}\\&&&\ddots\\&&&&e^{\frac{2\pi i}{n}(n-2)j}\\&&&&&e^{\frac{2\pi i}{n}(n-1)j}\end{bmatrix}$$

複素数の偏角を $j$ 倍する

■ 中間画像の生成（応用） $\boldsymbol{x}_{1+0.1j}=G^{\frac{j}{10}}\boldsymbol{x}_1=U_2D^{\frac{j}{10}}U_1\boldsymbol{x}_1$


実部 / 虚部 / 絶対値 / 学習画像

COIL-20の物体4の画像72枚を学習 中間画像を9枚生成
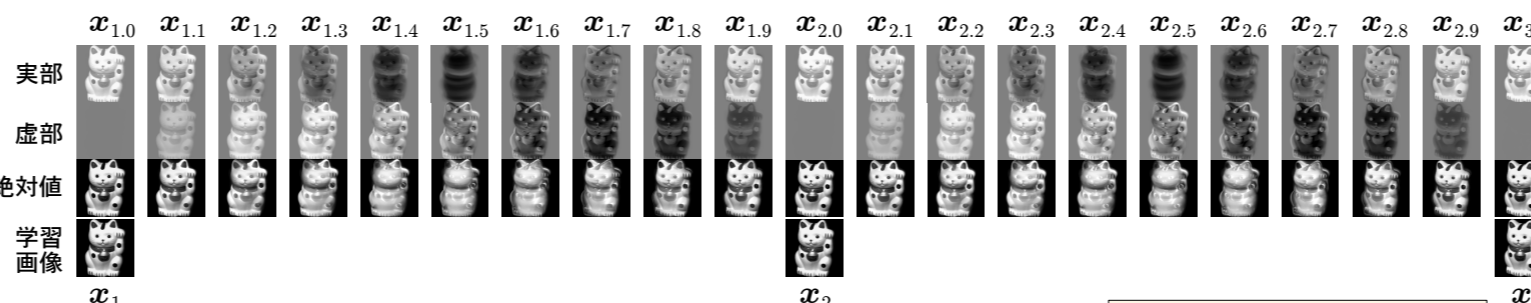
■ 原因　共役複素固有値を考慮していない

## 5. 実ブロック対角化 (IS3-10,06)

■ $M$ のブロック対角化
$$M=W^TDW=W^T\begin{bmatrix}1\\&A_1\\&&A_2\\&&&\ddots\end{bmatrix}W$$

$2\times2$ のブロック：2次元回転行列
$A_k=\begin{bmatrix}\cos\frac{2\pi k}{n}&\sin\frac{2\pi k}{n}\\-\sin\frac{2\pi k}{n}&\cos\frac{2\pi k}{n}\end{bmatrix}$

■ ブロック対角行列の幕
$$D^j=\begin{bmatrix}1\\&A_1^j\\&&A_2^j\\&&&\ddots\end{bmatrix}$$

$2\times2$ のブロック：回転角を $j$ 倍する
$A_k^j=\begin{bmatrix}\cos\frac{2\pi kj}{n}&\sin\frac{2\pi kj}{n}\\-\sin\frac{2\pi kj}{n}&\cos\frac{2\pi kj}{n}\end{bmatrix}$

■ 中間画像の生成（応用） $\boldsymbol{x}_{1+0.1j}=G^{\frac{j}{10}}\boldsymbol{x}_1=U_2D^{\frac{j}{10}}U_1\boldsymbol{x}_1$


学習画像　未学習　未学習

COIL-20の物体4の画像36枚を学習 中間画像を9枚生成

■ 固有空間への投影

◇ 各画像の投影点
― 72枚学習 すべての点を通る
― 36枚学習 点に近い場所を通っている
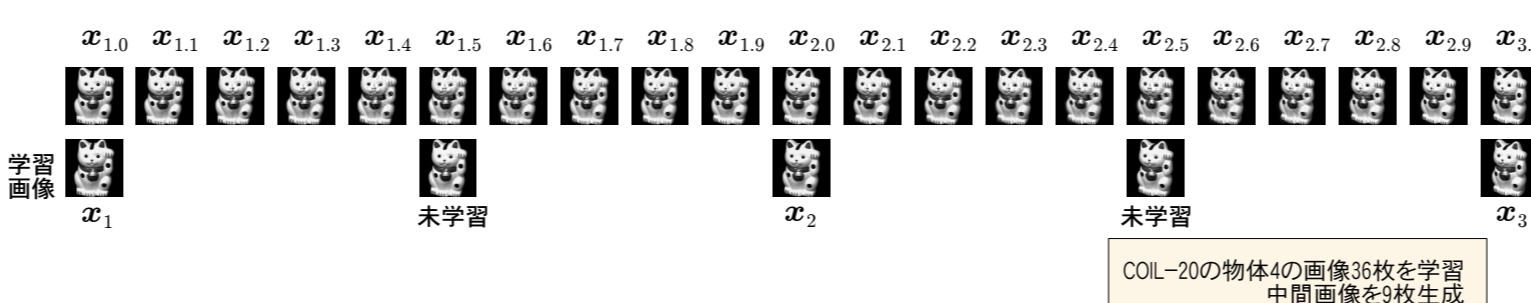


COIL-20の物体4の画像 72枚すべてを学習・36枚を学習 それぞれ中間画像を100枚生成 72枚で作成した固有空間に投影
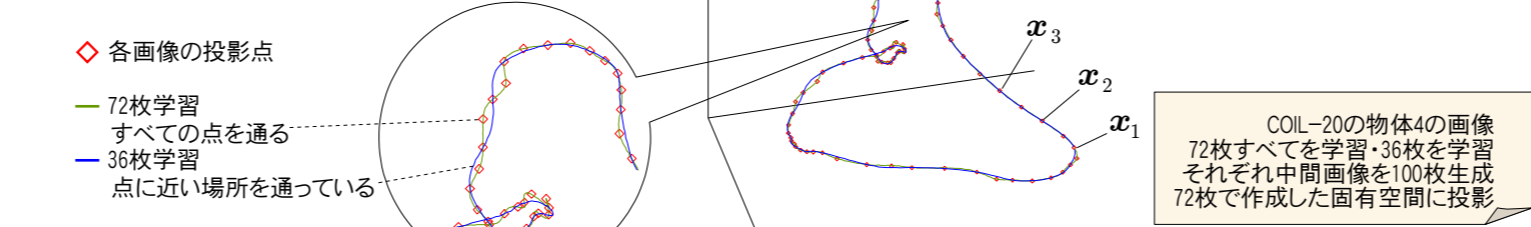
## 6. 部分空間における距離を用いた姿勢推定

■ $U_1$ による $n$ 次元部分空間への投影

再び左から $U_1$ をかける　$\boldsymbol{x}_j=G^j\boldsymbol{x}_0=U_2D^jU_1\boldsymbol{x}_0$
$U_1\boldsymbol{x}_j=D^jU_1\boldsymbol{x}_0$

$U_1$ により部分空間へ投影
$D^j$ により変換

$\min_j|U_1\boldsymbol{x}-D^jU_1\boldsymbol{x}_0|^2$

最小値を与える幕数 $j$ を求める探索問題になる

■ 問題点　全探索に近い $n$ 次元に投影する計算コストが高い

$U_1\boldsymbol{x}_i$ と $D^jU_1\boldsymbol{x}_0$ との距離

学習画像との距離は0になる
未学習画像との距離も小さくなる
⇒ 探索が可能！
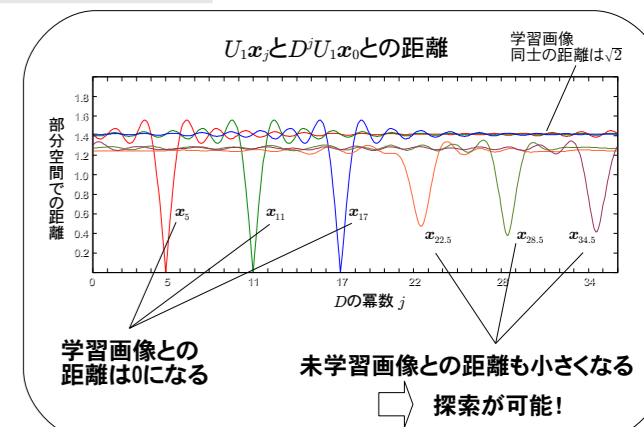
## 7. 部分空間における角度を用いた姿勢推定

$n$ 次元部分空間すべてが必要か？

■ ブロック $A_1$ に注目
$$U_1\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}1\\&A_1\\&&A_2\\&&&\ddots\end{bmatrix}U_1\boldsymbol{x}_0$$
$A_1^j=\begin{bmatrix}\cos\frac{2\pi j}{n}&\sin\frac{2\pi j}{n}\\-\sin\frac{2\pi j}{n}&\cos\frac{2\pi j}{n}\end{bmatrix}$

■ この2次元部分空間をみると…
$\boldsymbol{x}''=A_1^j\boldsymbol{x}_0''$
$\theta=\frac{2\pi j}{n}$

2次元ベクトルの回転とみなせる！

■ 実際の計算は？
$\cos\theta=\frac{(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x})^T(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0)}{|\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}||\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0|}$
$\sin\theta=\frac{(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x})^T\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0)}{|\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}||\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_0|}$
$\theta=\tan^{-1}(\frac{\sin\theta}{\cos\theta})$

2次元部分空間への投影ですむ
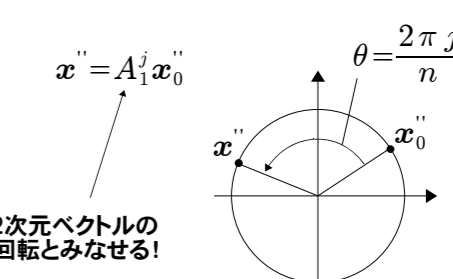
## 8. 姿勢推定結果

COIL-20の物体4の画像36枚を学習 残り36枚の姿勢を推定

■ 距離手法　■ 角度手法　■ 従来手法(EbC)
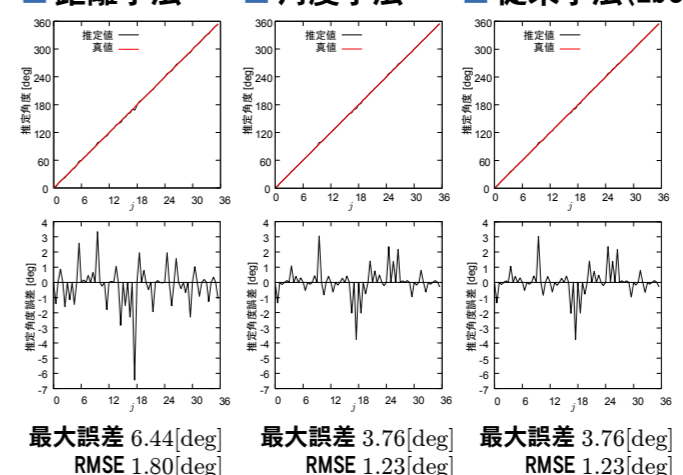


最大誤差 6.44[deg] RMSE 1.80[deg]
最大誤差 3.76[deg] RMSE 1.23[deg]
最大誤差 3.76[deg] RMSE 1.23[deg]

■ 20物体の姿勢推定結果(RMSE)

| 物体番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 距離手法 | 1.21 | 1.39 | 1.56 | 1.80 | 1.23 | 29.71 | 1.44 | 1.60 | 1.05 | 1.53 |
| 角度手法 | 0.73 | 1.69 | 3.84 | 1.23 | 2.55 | 7.33 | 2.97 | 2.69 | 6.74 | 1.66 |

| 物体番号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 平均 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 距離手法 | 1.58 | 23.05 | 1.03 | 1.90 | 8.33 | 8.83 | 7.71 | 13.10 | 1.64 | 3.32 | 5.65 |
| 角度手法 | 5.78 | 4.18 | 3.11 | 7.38 | 2.01 | 1.53 | 2.35 | 3.64 | 6.99 | 2.21 | 3.53 |

■ ノイズに対するロバスト性



距離手法より角度手法が優れている
角度手法はEbC・重回帰と等価？
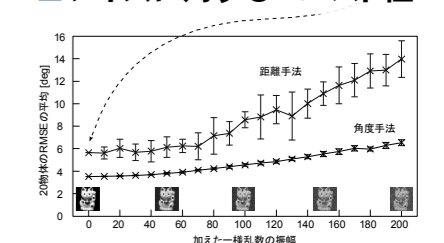
## 9. 今後の予定

■ 3軸回転への拡張　2007年9月 PRMU／CVIM で発表予定
「見えに基づく姿勢推定のための複素部分空間と四元数部分空間の構築について」