

## 振動数識別型複数触角センサ\*

金子 真<sup>\*1</sup>, 佐嶋俊彦<sup>\*2</sup>, 辻 敏夫<sup>\*1</sup>

## Frequency Discriminated Plural Whisker Sensor

Makoto KANEKO<sup>\*3</sup>, Toshihiko SAJIMA and Toshio TSUJI<sup>\*3</sup> Graduate School of Engineering, Hiroshima University,  
1-4-1 Kagamiyama, Higashi-hiroshima-shi, Hiroshima, 739-8527 Japan

This paper discusses the whisker sensor that can detect the surface features through a tracing motion. The sensor is composed of plural number of flexible beams with different natural frequencies, an adapter with strain gauge for each whisker, and an actuator for moving all of them. The mechanical vibration coming from the surface irregularities are picked up by each whisker and then converted into electrical signals through strain gauges. From the viewpoint of reducing the signal lines and cost, we feed all signals into one amplifier by connecting each strain gauge serially in the gauge box. Through the analysis of power spectrum, we estimate where the vibration comes from and how much irregularity is. We show the basic working principle of the sensor and experimental results to verify the idea.

**Key Words:** Plural Whisker Sensor, Reduction of Signal Lines, Tactile Probe

## 1. 緒 言

Whisker Sensor(以後, 単に触角と呼ぶ)はピアノ線のような弾性棒を環境に接触させて, 環境の形状や接触点情報を得るセンサである. 一般に弾性棒の変形を機械スイッチやひずみゲージによって電気信号に変換し, 接触状態を検出している. このシンプルな構造を武器にこれまでに様々なバリエーション<sup>(1)-(7)</sup>が提案され, 一部は有効ねじ長検出センサとして実用化されている. 一方, 単一触角では, 一度のなぞり動作によって, 得られる情報は触角が通過する線上に限定される. そのため, 広域に情報を得るためには, 何度もなぞり動作を行う必要があり効率的でない. 本研究では, このような点を踏まえて, 触角の複数化を図り, 効率的ななぞり動作の実現を目指す. この場合, 例えば図1(a)のように個々の触角に対して一つのアンプを対応させればよいが,  $N$  個の触角に対して  $N$  個のアンプが必要となり, システム全体のコスト高につながるだけでなく, 信号線の増加によりシステムの信頼性が低下してしまう. これに対し, 本論文では, 図1(b)のように固有振動数が異なる  $N$  個の触角を用意し, 各触角の根元に貼り付けたひずみゲージからの信号を同

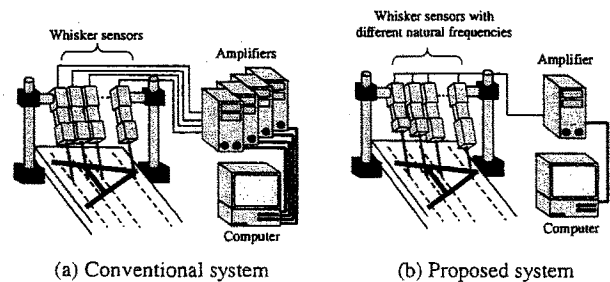


Fig. 1 Whisker sensor system

一アンプで増幅する振動数識別形触角センサを考える. 本研究では, このような複数の触角を用いて, 段差が存在する環境をなぞるとき, 得られる出力信号に対して周波数ベースの信号処理を行うことにより, 段差を通過したタイミングの検出, 段差を通過した触角の同定及びそのときの入力変位推定を行うことを目的としている.

## 2. 関 連 研 究

## 単一触角に関する研究

Wang and Will<sup>(1)</sup>やRussel<sup>(2)</sup>らは, 弾性棒が対象物に接触した際に生じる棒の変形を根元部分の ON-OFF 接触スイッチで検出するという極めて単純な機構の触角センサを考案している. Hirose ら<sup>(3)</sup>は弾性棒に形状記憶合金を使った触角を歩行ロボット TITAN III の足先まわりに取り付け, 障害物検出や路面の検出に利

\* 原稿受付 2002年2月20日.

<sup>\*1</sup> 正員, 広島大学大学院工学研究科(〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1).<sup>\*2</sup> 広島大学大学院工学研究科学生.

E-mail: kaneko@huis.hiroshima-u.ac.jp

用している。Uenoら<sup>(4)</sup>は単一の触角が環境と接触したときの固有振動数の変化から接触点位置を検出する方法について考案している。金子ら<sup>(5)</sup>は、接触点の摩擦の影響を受けず、環境の凹凸が $5\mu\text{m}$ の精度で計測できるTracing型人工能動触角を提案している。さらには、めねじの有効ねじ長検出に特化した触角センサも提案され、すでに製品化されている<sup>(6),(7)</sup>。

### 複数触角に関する研究

立矢ら<sup>(8)</sup>は触角を格子状に並べ、対象物と接触したときに各触角が傾く方向から対象物の形状認識を試みているが、触角ごとにアンプを用意しており、センサの省配線化は行っていない。上野らは、2本の触角の出力の相関によって対象物との接触点を高精度で検出する方法を提案している<sup>(9)</sup>。

### 省配線化に関する研究

Nilson<sup>(10)</sup>は単一の信号線上に並べたセンサ素子のそれぞれに遅延素子を配置し、センサ素子からの信号の処理時間が重ならないように単位時間ごとに割り振ることで、省配線化を実現している。余ら<sup>(11)</sup>はON-OFFスイッチと出力周波数の異なるCR発信回路をペアにして複数組み合わせ、外部との接触によりスイッチがONのときのみ、スイッチに対応する周波数信号を出力するマトリックス状の触覚センサを提案している。また、二井ら<sup>(12)</sup>はシリコンゴムの中に共振周波数の異なるコイルを並べ、コイルの変形により周波数応答が変化することを利用し、省配線型の触覚センサを提案している。

## 3. センサの構成要素及び仮定

**3.1 センサの構成要素** センサの構造は図2に示すように、互いに異なる固有振動数を有する複数の触角、コネクタ部のひずみゲージ、すべてのひずみゲージ出力を合成するブリッジ回路とその信号を増幅するひずみアンプ、及びセンサ全体を動かす駆動部から構成される。一般にひずみゲージを用いて力を計測する場合、図3(a)に示すようなブリッジ回路が用いられる。ただし、 $E$ 、 $V$ はそれぞれブリッジ電源、出力電圧である。本センサでは、触角コネクタ部の表面と裏面に取り付けられたひずみゲージが変位計測用の抵抗となる。また、触角ユニットを複数用いるにあたり、図3(b)に示すようにひずみゲージを直列に接続することで、アンプの数を減らすとともに、省配線化を計る。

**3.2 仮定** 動作原理を考察する上で以下の仮定をおく。ただし、センサは $N$ 本の触角で構成されて

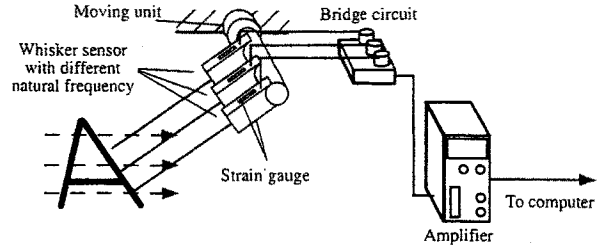


Fig. 2 Overview of the sensor system

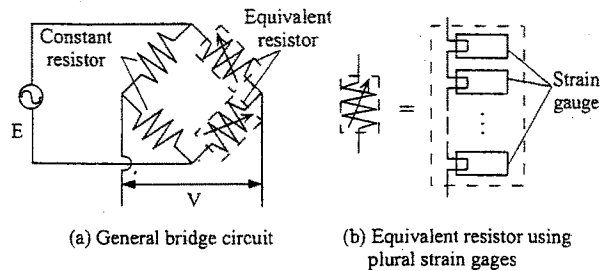


Fig. 3 Bridge circuit

いるものとし、各触角の固有振動数を以下のように表現する $\{\omega_i^m\}_k$  ( $i = 1, \dots, N, m = 1, 2, k = 1, 2, \dots, \infty$ ). ここで $m = 1$ は触角が空中で自由振動を行う場合、 $m = 2$ は触角が環境と再付着して自由振動を行う場合を表す。また、 $i$ は触角番号、 $k$ は固有振動数の次数を表す。

仮定1: 触角に対し、環境は十分堅いものとする。

仮定2: 環境は段差と平面でモデル化できるものとする。

仮定3: 一次の固有振動数の最大値 $\{\omega\}_{1max} = \max\{\omega_i^m\}_1$  (for  $i = 1, \dots, N, m = 1, 2$ ), 二次の固有振動数の最小値 $\{\omega\}_{2min} = \min\{\omega_i^m\}_2$  (for  $i = 1, \dots, N, m = 1, 2$ )とする時、常に $\{\omega\}_{1max} < \{\omega\}_{2min}$ が成立しているものとする。

仮定4: 予備実験等を通じて、 $N$ 個の触角に対して、 $\{\omega_i^m\}_k$  ( $i = 1, \dots, N, m = 1, 2, k = 1, 2, \dots, k_1$ )はあらかじめわかっているものとする。ただし、 $k_1$ は十分大きい値とする。

仮定5:  $\{\omega_i^m\}_{k \geq 2}$  ( $i = 1, \dots, N, m = 1, 2$ )はノイズとみなし、ローパスフィルタ1でカットされているものとする。

仮定5は、各ひずみゲージからの出力信号を合成し、単一のアンプを通した後、2次以上の固有振動数をローパスフィルタ1でカットすることを意味している。コンピュータに入力される信号は一次の固有振動数 $\{\omega_i^m\}_1$ に限定されるため、以下、簡潔に記述するため $\{\}_1$ を省略し、単に $\omega_i^m$ と記す。

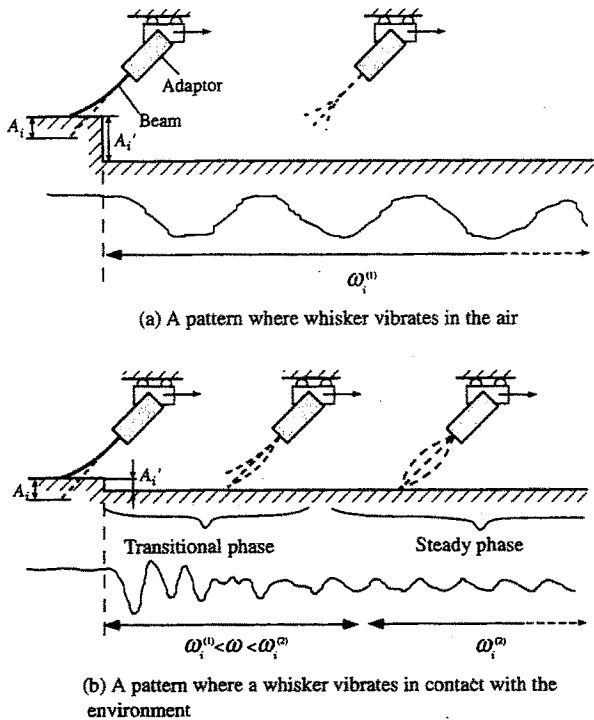


Fig. 4 Vibration patterns

#### 4. センシングの基本原理

##### 4.1 振動のパターン

図4は触角が段差を通過した時に実際に得られる波形の一例を示したものである。触角には図4(a)のようにあらかじめ押し付け変位  $A_i$  が与えられている。エッジから離れた後の触角の挙動として、図4(a), (b)の場合の2通りが挙げられる。図4(a)は、環境の段差が大きく触角先端が空中で自由振動を行う場合、図4(b)は環境の段差が小さいため環境から開放された後、触角が環境と再付着し自由振動する場合を表している。ここで、触角の先端が環境と再付着し自由振動する場合には、図4(b)に示すように、触角の先端が環境と接触したり、離れたりする状態が存在する。ここではこの状態を過渡状態 (Transition phase) と呼ぶ。これに対し、触角の先端が完全に環境と接触している状態のことを定常状態 (Steady phase) と呼ぶ。

##### 4.2 センシングの流れ

複数触角によるセンシングのポイントは、どの触角が図4のどのようなパターンで振動しているのかを判定することである。図4からもわかるように、いつ振動が発生したかという情報はセンサ出力信号の時系列パターンから比較的容易に判定できる。センサ出力データをローパスフィルタ2(仮定4のものとは異なり、すべての一次固有振動数がカットできるカットオフ周波数を選ぶ)に通し段差検出用の閾値  $V_{th}$  によって入力の有無を判定する。

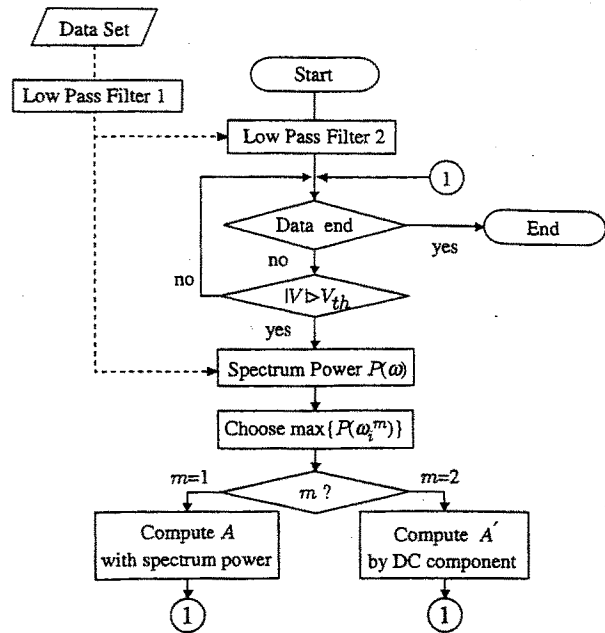


Fig. 5 Flow chart for sensing

そのときの時刻  $T_0$  以降のセンサ出力に対して、フーリエ変換による周波数解析を行うことにより、効率よく触角の同定を行うことができる。さらに、触角同定を行ったあと、入力変位の推定も行う。図5は以上のセンシングの手順をフローチャートで表したものである。ここに、 $P(\omega)$ 、 $P(\omega_i^m)$  はフーリエ変換により得られるスペクトルパワー、接触状態を考慮した各触角のスペクトルパワーである。以下に、段差入力検出、入力触角の同定、入力変位の推定について具体的に説明する。

##### 段差入力の検出

複数触角から得られた合成信号をローパスフィルタ2に通す。触角センサを用いたなぞり動作で得られる出力信号には、ノイズ成分や段差を通過した直後の触角の振動成分が重畳しているが、ローパスフィルタ2により一次固有振動数に起因する振動成分を除去することで、対象物の形状再現ができることがすでに知られている<sup>(5)</sup>。このローパスフィルタ2を通過させたあとの信号  $V$  に対して段差を通過したかどうかの判定を行うために、段差判定用の閾値  $V_{th}$  を設ける。フィルタ処理後の信号がその閾値を越える場合には、段差入力が与えられたと判断する。

##### 入力触角の同定

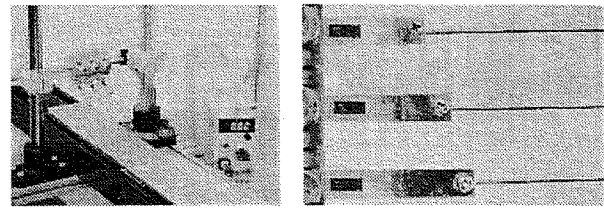
$i$  番目の触角に対し入力変位  $A_i$  が与えられてエッジ部を通過すると変位  $A_i$  に応じて触角が振動を始める。段差通過後の計測信号に対して、フーリエ変換を行い周波数解析によりスペクトルパワー  $P(\omega)$  を計算す

ると、段差を通過した触角の固有振動数のスペクトルにのみ大きく変化がみられる。この時、フーリエ変換に用いるデータ長を再付着状態に合わせて設定すると、空中で自由振動を行う場合では振動周期が長くなるため、十分な周波数分解能が得られない。一方、環境と再付着する場合、データ長を長くすると信号の減衰効果が著しいため、スペクトルが検出できなくなる。そこで、空中で自由振動する場合、環境と再付着する場合のそれぞれを想定して、最適な窓サイズを設定し、段差入力を検出した時刻を起点とし、2つの異なるデータ長に対し、それぞれフーリエ変換を行い、 $P(\omega_i^m)(i=1, \dots, N, m=1, 2)$ を求める。窓サイズの設計については、4.3節で詳細に述べる。求めた $P(\omega_i^m)$ を比較し、 $\max(P(\omega_i^m))$ となる $i$ 番目の触角が段差を通過したと判断する。

#### 入力変位の推定

空中で自由振動する場合、求めたい入力変位は図4(a)に示す平衡状態と接触状態でのビーム先端の変位 $A$ 、再付着し自由振動する場合、図4(b)に示す環境の段差 $A'$ である。触角が空中で自由振動を行う際に得られるスペクトルパワーは、 $A_1^2$ に比例する(付録参照)。したがって、周波数解析で得られるスペクトルパワーから、振動を行う触角の同定を行うだけでなく、同時にそのときの入力変位 $A_i$ も推定することができる。一方、触角が環境と再付着する場合には、過渡状態で失われるエネルギーが不確定であるため、スペクトルパワーは必ずしも $A_1^2$ に比例しない。ところが、触角が環境と再付着する場合には、ダイナミクスの影響を無視すると触角センサには先端の変位 $\delta$ と根元が受けるトルク $\tau$ の間には $\tau = k\delta$ という関係が成り立つ<sup>(6)</sup>。ただし、 $k$ はばね定数、 $\delta$ は弾性棒の長さ $l$ に対し十分微小である( $l \gg \delta$ )。ここでは、フィルタ処理後のデータに対し、段差通過前の高さで段差通過後の高さを比較し、その差分を入力変位 $A_i'$ とする。入力変位推定において、空中で自由振動を行う場合には、異なる触角に対応するスペクトルパワーを同時に比較できるため、複数の触角に対して推定を行うことができるが、触角が環境と再接触を行う場合には、同時に2本以上の触角に入力変位が与えられた場合には直流成分から変位の振り分けを行うことはできない。この点に対処するには、一度の解析で用いるデータ数ができるだけ少なくなるように工夫する必要がある。

**4.3 窓サイズの決定** ここでは、ローパスフィルタ1通過後のデータに対して、周波数解析を行う時に使用するデータ数の決定法について述べる。出力信号から切り取るデータの時間幅 $t_w$ は、触角間の固有



(a) Sensor system

(b) Three whisker units

Fig. 6 Overview of experimental equipments

振動数差 $\Delta\omega$ を $M$ 分割できる精度に設定すると、 $t_w$ は次式(1)のように制限をうける。

$$t_w > \frac{M}{\Delta\omega} \quad (1)$$

また、周波数解析に用いるデータ数 $n$ は、データのサンプリング周波数 $f_{sampling}$ を用いて、

$$n = 2t_w f_{sampling} \quad (2)$$

のように表される。ここで、 $n$ を多く取ると、次に存在する段差で発生する振動の成分を含んでしまう可能性が高くなる。また、周波数解析には離散フーリエ変換を用いるため $n$ は2のべき乗でかつ式(1)を満たす最小のものを選ぶ。

## 5. 実験

**5.1 実験装置及びパラメータ設定** 図6に実験装置の概観を示す。図6(a), (b)はそれぞれ、センサシステム概観及び触角の拡大図である。ここでは簡単のため触角は3本とした。図6(a)の床面のスライダが移動し、スライダ上に固定された段差を触角の先端がなぞることで段差入力を発生させた。また、先端のビームおよび根元のアダプタの長さを各触角ごとに調節することにより固有振動数を変化させている。その値の組み合わせは、空中で自由振動を行う場合は $\omega_1^1=80$ [Hz],  $\omega_2^1=84$ [Hz],  $\omega_3^1=89$ [Hz]であり、再付着し自由振動を行う場合は $\omega_1^2=315$ [Hz],  $\omega_2^2=275$ [Hz],  $\omega_3^2=245$ [Hz]である。また、フーリエ変換に用いるデータ長 $n$ は、空中での自由振動検出用ルーチンでは $n=2048$ とし、環境と再付着する場合の自由振動検出用ルーチンでは $n=256$ とした。さらに、入力検出用に用いる閾値 $V_{th}$ は段差高さで1[mm]分変化したときの電圧変化に設定した。

### 5.2 実験結果

#### 空中で自由振動する触角の検出例

図7(a), (b), (c)はそれぞれ、3本の触角に同時に入力を与えたときに空中で自由振動を行う場合のセンサ出力、(a)に対しカットオフ周波数40[Hz]のローパス

フィルタ 2 をかけた際の出力結果, さらに  $V_{th} = 2[V]$  として得られる段差時刻  $0.766[\text{sec}]$  以降のデータに対してフーリエ変換を行った結果を表している. ただし, (c) の右側のグラフは左のグラフを横軸方向に拡大したものである. 図 7(c) の左図より再付着した場合の自由振動に対応する固有振動数  $\omega_1^2=315[\text{Hz}]$ ,  $\omega_2^2=275[\text{Hz}]$ ,  $\omega_3^2=245[\text{Hz}]$  に対応するスペクトルパワーは無視できる程度に小さいことがわかる. また右のグラフより各触角の空中において自由振動を行う場合の固有振動数に対応するスペクトルパワーがそれぞれ大きく得られており, 3 本の触角すべてが段差のエッジ部を通過したあと, 空中で自由振動を行っていることが確認できる. さらに, わずか  $4\sim 5[\text{Hz}]$  程度の固有振動数の違いしかないにもかかわらず, うまく分離できていることがわかる. 図 8 はスペクトルパワーから, 入力変位の推定を行った結果を示しており, グラフの上部に示している図はどの触角について入力推定を行っているかを表している. グラフの横軸は実際に与えた真の入力変位, 縦軸はスペクトルパワーより推定した入力変位を示している. 左からそれぞれ,  $80[\text{Hz}]$ ,  $84[\text{Hz}]$ ,  $89[\text{Hz}]$  の周波数の信号に対して推定を行った結果である. ここでは, 入力変位を  $1[\text{mm}]$  から  $3[\text{mm}]$  と変化させ, 繰り返し実験を行い, その時の推定結果の平均・分散を示している. これより, スペクトルパワーから変位  $A$  が高精度に推定できていることがわかる.

#### 再付着し自由振動する触角の検出例

図 9(a), (b), (c) はそれぞれ再付着し自由振動を行う場合にセンサから得られる出力信号, (a) に対しカットオフ周波数  $40[\text{Hz}]$  でローパスフィルタ 2 をかけた際の出力結果, さらに  $V_{th} = 3[V]$  及び  $V_{th} = 1[V]$  として得られる段差時刻  $0.085[\text{sec}]$  及び  $0.212[\text{sec}]$  以降のデータに対しフーリエ変換を行った結果である. (c) より段差位置を起点とする周波数解析の結果から  $0.085[\text{sec}]$  では  $275[\text{Hz}]$ ,  $0.212[\text{sec}]$  では  $245[\text{Hz}]$  の固有振動数に対応する触角が段差を通過し, 再付着状態で自由振動していることがわかる. 図 10 は, 空中で自由振動を行う場合と同様の手法で入力変位の推定を行った結果である. 各グラフは左から,  $315[\text{Hz}]$ ,  $275[\text{Hz}]$ ,  $245[\text{Hz}]$  の固有周波数を有する触角に対して入力を与えたときの推定結果である. それぞれ横軸に実際に入力変位, 縦軸に推定した変位を示している. これを見ると, 3 本の触角すべてにおいて, 推定結果がばらついており, 正しく推定できていないことがわかる. 繰り返しになるがこの原因は, 過渡状態で触角と環境の衝突により失われるエネルギーに不確定な要素が入っているためと推察する. 図 11 は直流成分を用いた入力変位推

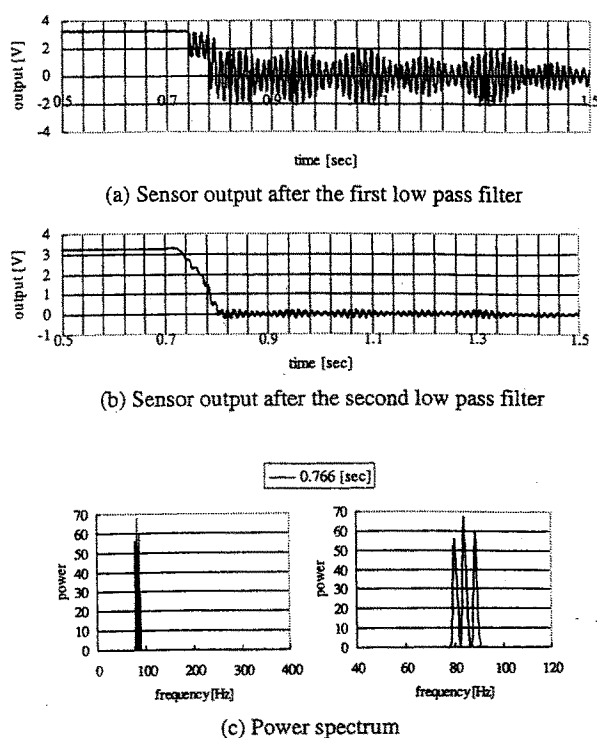


Fig. 7 Experimental results where three whiskers vibrate in the air

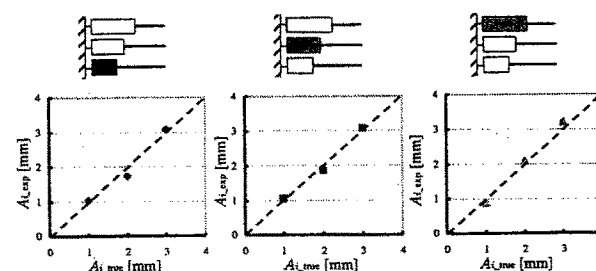


Fig. 8 Estimation of the displacement  $A$

定結果である. 各グラフは左から,  $315[\text{Hz}]$ ,  $275[\text{Hz}]$ ,  $245[\text{Hz}]$  の周波数の信号に対して入力を与えたときの推定結果である. それぞれ横軸に実際に入力変位, 縦軸に推定した変位を示している. これを見ると, 図 11 より, 固有振動数の異なる 3 本の触角すべてにおいて, 平均は傾き 1 の直線に沿っており, 分散も小さいことから, うまく推定が行えることが確認できる.

## 6. 応用例

本センサを用いて, 実際の刻印文字に対して, 特徴抽出を行った結果を図 12 に示す. 図 12(a), (b) はそれぞれ, 2 本の触角で構成されるセンサで刻印文字  $N$  をなぞった時のセンサ出力, その時の時間-周波数グラフにアルファベット “ $N$ ” を重ねたものである. 2 本の触角の再付着して自由振動する場合の固有振動数は,

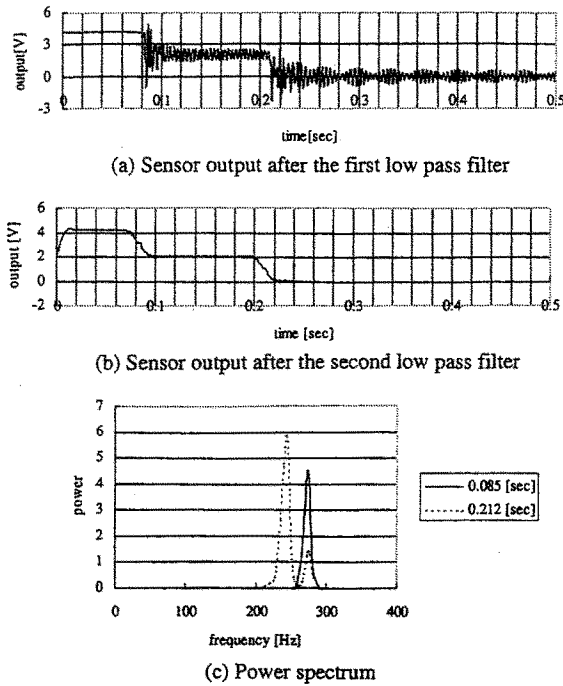


Fig. 9 Experimental results where two whiskers vibrate in contact with environment

245[Hz] 及び 275[Hz] である。図 12(b) では 245[Hz] のラインでは 2 点で、275[Hz] のラインでは 3 点でスペクトルパワーが大きく現れていることがわかる。この場合、245[Hz] のラインでは実際には 3 箇所溝をなぞっているが、信号処理の段階で第 1 番目と 2 番目の溝が近かったため信号が合体してしまったものと推察する。なお、図 12(a) より図 12(b) の信号の方が時間的に早く現れているのは、FFT をする時間の開始点が約 0.5 秒間のデータを用いて処理していることに起因している。

7. 結 論

本論文では、振動数識別型複数触角センサについて論じた。本研究の成果を以下にまとめる。

1. 固有振動数の違いを利用し、単一のアンプで複数触角の信号を増幅する振動数識別型複数触角センサを提案した。
2. 振動数識別型複数触角センサに対して、段差入力が与えられたタイミングの検出、そのときの入力触角の同定及び段差高さの推定法を提案した。
3. センサを構築し、センサとしての基本的動作を確認した。

文 献

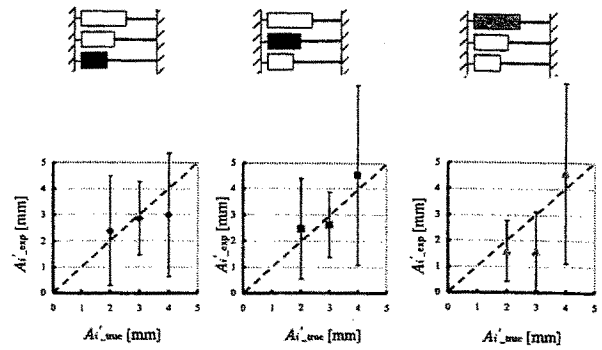


Fig. 10 Estimation of the displacement  $A'$

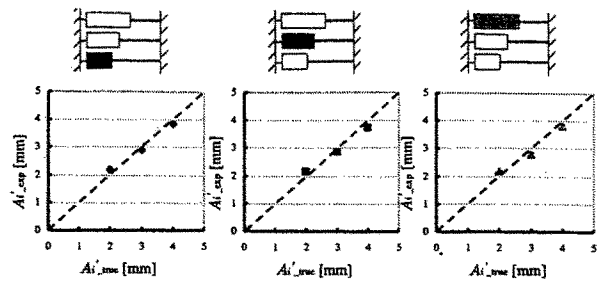
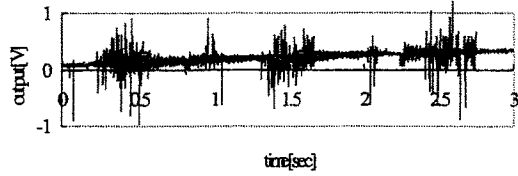
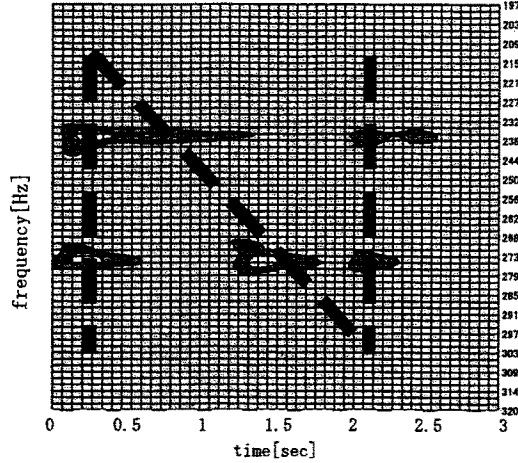


Fig. 11 Estimation of the displacement  $A'$  by utilizing the DC component

- (1) S. S. M. Wang and P. M. Will: Sensors for computer controlled mechanical assembly, *The Industrial Robot*, pp. 9-18, Mar. 1978
- (2) R. A. Russel: Closing the sensor-computer-robot control loop, *Robotics Age*, pp.15-20, Apr. 1984
- (3) S. Hirose, et al.: Titan III, A quadruped walking vehicle, *Proc. of the 2nd Int. Symp. on Robotics Research*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1985
- (4) N. Ueno, M. Kaneko: Dynamic Active Antenna — A Principle of Dynamic Sensing, *Proc. of the 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 2, pp. 1784-1790, 1994
- (5) 金子 真, 別所 良治, 辻 敏夫: Tracing 型人工能動触角, *日本ロボット学会誌*, vol. 18-8, pp. 1173-1179, 2000
- (6) M. Kaneko and T. Tsuji: A whisker tracing sensor for manufacturing application, *IFAC Int. Conf. on Mechatronic Systems*, vol. 1, pp. 397-402, 2000
- (7) M. Kaneko and T. Tsuji: Tactile Differentiator, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 4023-4028, 2001



(a) Sensor Output



(b) Overlapping between Time-frequency graph and alphabet "N"

Fig. 12 Experimental results where the whisker traces the alphabet "N"

- (8) 立矢 宏, 金野 誠司: 複数のウィスカを有する触覚センサの基礎的研究 (接触物の種類, 位置, 姿勢の認識), 日本機械学会論文集 (C 編), vol. 66-650, pp. 3336-3343, 2000.
- (9) 上野 直広, 金子 真: 能動複数触角に関する研究, 第 16 回日本ロボット学会学術講演会, vol. 1, pp. 523-524, 1998.
- (10) M. Nilson: *Tactile Sensors and Other Distributed Sensors with Minimal Wiring Complexity*, *IEEE Trans. on Mechatronics*, Vol. 5, no.3, pp. 253-257 2000.  
vol. 1, pp. 157-158, 1999
- (11) 余 永, 大崎 満, 辻尾 昇三: フーリエ変換原理を用いた省配線触覚センサ, 第 17 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, vol. 1, pp. 157-158, 1999
- (12) 二井 信行, 安田 隆, 稲葉 雅幸, 下山 勲, 井上 博充: 柔軟素材に埋め込み可能なプレーナインダクタ触覚センサ, ロボティクス・メカトロニクス講演会'00 講演論文集, 1A1-69-095, 2000

#### 付録: FFT を用いた入力触角の同定法

$i$  番目の触角に対し入力変位  $A_i$  が与えられてエッジ部を通過すると変位  $A_i$  に応じて触角が振動を始める

場合を考える. この時の振動は触角の固有振動数  $\omega_i^m$  で減衰振動を行い, そのときの信号  $x_i(t)$  は

$$x_i(t) = A_i e^{-s_i t} \cos(2\pi\omega_i^m t) \quad (3)$$

のように表せる. ただし,  $s_i$  は触角に固有の減衰係数である. ここで, 触角の固有振動数  $\omega_i^m$  により生じるスペクトルパワー  $P(\omega_i^m)$  は

$$P(\omega_i^m) = |X(\omega_i^m)|^2 \quad (4)$$

と表される. ただし,  $X(\omega_i^m)$  は次式 (6) により算出される.

$$X(\omega_i^m) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t) e^{-j\omega_i^m t} dt \quad (5)$$

$$= A_i \int_{-\infty}^{\infty} e^{-s_i t} e^{-j\omega_i^m t} \cos(2\pi\omega_i^m t) dt \quad (6)$$

式 (4), (6) より,

$$P(\omega_i^m) = c_i A_i^2 \quad (7)$$

を得る. ただし,  $c_i$  は,

$$c_i = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-s_i t} e^{-j\omega_i^m t} \cos(2\pi\omega_i^m t) dt \right]^2$$

である. 触角が  $n$  本ある場合, 各触角に対する入力とそのとき得られるスペクトルの関係は次式 (8) のようにまとめられる.

$$P = CA \quad (8)$$

ただし,

$$P = [P(\omega_1^m), P(\omega_2^m), \dots, P(\omega_n^m)]^T$$

$$C = \text{diag}[c_1, c_2, \dots, c_n] \in R^n$$

$$A = [A_1^2, A_2^2, \dots, A_n^2]^T$$

である. 式 (8) より,  $P(\omega_i^m)$  と  $A_i^2$  が比例関係にあることがわかる. また, ノイズなどのない理想的な環境においては, 入力を与えられた触角の固有振動数  $\omega_i^m$ , あるいは  $\omega_i^m$  以外の周波数域では得られるスペクトルパワーは 0 となるが, 実際には信号線中で存在するノイズや離散フーリエ変換を行う影響により, 波形に歪みが生じるためスペクトルパワーはピークの周波数のみではなく広がりを持って発生する. そのため,  $C$  は厳密には対角行列にはならない.