広島大学大学院教育学研究科紀要　第三部　第50号　2001　419－428

小学5、6年生における時間、距離、速さの概念の理解

森田愛子・岡部直実[1]・谷村　亮・三宅幹子・小嶋佳子[2]・永瀬美帆・松田文子

(2001年9月28日受理)

Understanding of concepts about duration, distance, and speed in fifth- and sixth-grade children

Aiko Morita, Naomi Okabe, Ryo Tanimura, Motoko Miyake, Yoshiko Kojima, Miho Nagase, and Fumiko Matsuda

Forty-one 5th-grade and 43 6th-grade children were confronted with the task of determining which of two cars ran farther, faster, or for a longer amount of time solely based on the information provided about the relations on the other two dimensions. In each problem, the information as premise was presented in the form of two sentences and there were three other sentences as answer options. The participants took part in two kinds of task. In the qualitative task, the information as premise included no numerical values, while in the quantitative task, they were included. The main results were as follows : (a) The quantitative task was easier than the qualitative task. (b) The task performances were better in the 6th-graders than in the 5th-graders. (c) Judging about time based on both the proportional relation with distance and the inversely proportional relation with speed was most difficult. (d) The performances in the qualitative task seemed to predict considerably well the achievements in math "speed".

Key Words : Duration, Distance, Speed, Relational concepts, School children
キーワード：時間、距離、速さ、関係概念、児童

時間、距離、速さの３者関係を理解するには、時間と距離の比例関係、距離と速さの比例関係、時間と速さの反比例関係を理解し、それを１つの３者関係に統合できなければならない。現在、算数の「速さ」の授業は小学５年生で行われているが、授業を受ける段階で、小学５年生はこれらの関係をどのように理解しているのだろうか。また、「速さ」の授業を受けたあとの６年生ではどうだろうか。

時間、距離、速さのうち２つの概念についての情報を与え、第３の概念について推測させることで、概念間の関係を調べた研究がある（例えば、Montangero, 1977, 1979 ; Wilkening, 1981, 1982）。しかしこれらの研究の多くは、課題が時間、距離、速さに関して形式的に対象でない、３概念の具体的な表現の仕方が非常に異なるなど、３概念を調べるにあたっての等価性に問題があった（Matsuda, 1994）。そこで、Matsuda (2001) は、問題形式のみならず、時間、距離、速さの表現、記憶負荷がほぼ等価になるような課題を作成し、４歳から12歳までの子どもを対象に、時間、距離、速さの関係概念の形成過程を調べた。その結果、(a) ４歳児でも、時間と距離、距離と速さの比例関係をほぼ理解していること、(b) ８歳頃までには、時間と速さの反比例関係もほぼ全員理解しているが、３つの２者関係を１つの３者関係に統合することは、たとえ行われていても無意識的であること、(c) 反比例関係の理解に伴い、距離と速さの比例関係の理解が不安定になったり、時間と距離の比例関係の強固さが３者関係への統合を妨げたりすること、(d) ６年生はほぼ全員、３者関係への質的統合が可能だが、意識的に操作できる者は半数程度と推測されること、などを明らかにした。

以上の研究は、時間、距離、速さを具体的運動場面を用いて提示したために、Matsuda (2001) が苦労しているように、３概念を等価に表すことがなかなか難しく、簡単に学校教育の場面で使用可能な教具として

１．広島大学大学院博士課程前期
２．旭川大学女子短期大学部

用意することはできない。しかし文章題を用いれば、容易に３概念を等価に表現することが可能である。文章題を用いた最初の研究は、Acredolo, Adams, and Schmid（1984）である。２つの概念の大小関係に関する２つの陳述文から、第３の概念を推測させる課題を用い（本研究と基本的に同じ）、小学１年生から５年生までの子どもを対象に３概念の理解を調べた。その結果、（ａ）$X^{=}Y^{=}$の問題は易しいこと（問題の表記の仕方については、方法のセクションを参照）、（ｂ）正答が1つに決まらない問題では、正しく解答することが困難であること、（ｃ）時間と速さの反比例関係を考慮しなければならない問題は困難であること、を示した。曽我・塩見（1987）も、小学４年生から中学3年生に文章題を提示し、ほぼ上記と同じ結果を得た。しかし Crépault（1980）は、小学６年生と中学２年生を対象に研究を行い、Acredolo et al. とは逆に時間と速さの反比例関係の結合が強いことを示した。ただし Crépault は、第３の概念の推測の前に、２つの陳述文が両立しうるかどうかを尋ねたという方法上の違いがあった。そこで三宅・小嶋・森田・谷村・松田（2000）は、小学５年生から中学３年生を対象に、両立性を尋ねるグループと尋ねないグループをもうけて類似した実験を行ったが、いずれにしても Crépault の結果とは一致せず、反比例関係の考慮が難しかった。

ところで、上記の研究はいずれも、質的な概念の理解について調べたものであり、数値情報を与えていない。Samartzis（1992, 1995）は、２つの事象の終わりの時刻の前後と始まりの時刻の前後の情報から、時間の長さの大小を比較させる問題で、数値を用いない質的課題と、時間の前後の情報に数値を用いる量的課題を実施した。その結果、数値情報を与えた場合の方が課題解決が容易であることを明らかにした。

そこで本研究では、算数「速さ」の授業を受ける前後である小学５年生と６年生を対象とし、時間、距離、速さの概念について、質的情報のみの場合と量的情報を含む場合の両方を調べる調査を行うことにより、適切な量的情報が質的関係の理解を助けるかどうかを明らかにする。さらに「速さ」の授業内容のテスト問題と、質的問題や量的問題の関係を調べることによって、理解が大変難しいとされている「速さ」の授業改善のための示唆を得たい。

方　　法

参加者　公立小学校１校の５年生２学級の児童（男子23名と女子23名）と６年生２学級の児童（男子22名、女子28名）であった。ただし、１回目の調査、２回目の調査、３回目の調査（５年生のみ）のすべてに参加した児童は５年生41名（男子21名、女子20名）と６年生43名（男子21名、女子22名）であり、この84名を分析対象とした。また５年生の場合、１回目と２回目の調査は「速さ」の授業を行う前であり、３回目の調査は、授業後２か月たった時点である。また担任には、松田・田中・原・松田（1995）を渡し、「速さ」の授業実験の参考にできればしてほしい旨、伝えた。教科書は啓林館の「算数５年下」であった。

文章題　１回目の調査に用いた質問紙の内容は、質的問題であった。質的問題とは、数値を含まない問題である（Table 1参照）。質問紙は距離についての推論を求める問題５問（問題名を$S^{=}T^{=}$、$S^{=}T^{+}$、$S^{+}T^{=}$、$S^{+}T^{+}$、$S^{+}T^{-}$とする）、時間についての推論を求める問題５問（問題名を$D^{=}S^{=}$、$D^{=}S^{+}$、$D^{+}S^{=}$、$D^{+}S^{-}$、$D^{+}S^{+}$とする）、速さについての推論を求める問題５問（問題名を$T^{=}D^{=}$、$T^{=}D^{+}$、$T^{+}D^{=}$、$T^{+}D^{-}$、$T^{+}D^{+}$とする）の15問からなっていた。ここで、Ｓは速さ（Speed）、Ｔは時間（Time）、Ｄは距離（Distance）を表す。$X^{=}$はＸの属性において自動車Ａと自動車Ｂが等しいことを、X^{+}はＸの属性において自動車Ａが自動車Ｂより大きいことを、X^{-}はＸの属性において自動車Ａが自動車Ｂより小さいことを、各々示す。すなわち参加者は、速さ、時間、距離のいずれか２つについてその大小関係の情報を与えられ、残りの１つの大小関係について推論しなければならなかった。たとえば、$S^{=}T^{+}$で表される問題では、自動車Ａと自動車Ｂが同じ速さで走り（$S^{=}$）、自動車Ａが自動車Ｂより長い時間走る（T^{+}）とき、自動車Ａと自動車Ｂの走った距離の大小について参加者が推論することになる。各問題は、問１と問２からなっていた。問１は、与えられた２つの情報が、同時に起こることがあると考えられるかという両立性を尋ねる問題であった。参加者は「はい」「いいえ」のいずれかに○をつけて解答した。15問すべてにおいて、問１の正答は「ある（同時に起こりうる）」であり、「ある」と答えた人のみ、問２に解答した。問２は、与えられた２つの概念の情報から、３つめの概念について推論する問題であった。参加者には自動車Ａと自動車Ｂの関係について３つの選択肢の中から当てはまると思うものをすべて選ぶよう指示した。たとえば、$S^{=}T^{+}$で表される問題では、「自動車Ａは自動車Ｂより長い距離を走る」「自動車Ａは自動車Ｂより短い距離を走る」「自動車Ａと自動車Ｂは同じ距離を走る」の中から、当てはまると思うものすべてに○をつけさせた。$S^{+}T^{-}$、$D^{+}S^{+}$、$T^{+}D^{+}$の３問では、イ、ロ、ハのすべてに○をしたとき正答である。他の問題では、正答はイ、ロ、ハのいずれか１つであった。

Table 1. 問題の例（$S^{=}T^{+}$）

質的問題
自動車Ａと自動車Ｂは同じ速さで走る。自動車Ａは自動車Ｂより長い時間走る。
１．この２つのことが、同時に起こることがありますか。
　　イ．はい。
　　ロ．いいえ。
２．イ．に○をつけた人だけ答えてください。
　このとき、つぎの３つの中から、起こることがあるものを、すべて選んで○をつけてください。
（１つとは、かぎりません。）
　　イ．自動車Ａは自動車Ｂより長い距離（道のり）を走る。
　　ロ．自動車Ａは自動車Ｂより短い距離（道のり）を走る。
　　ハ．自動車Ａと自動車Ｂは同じ距離（道のり）を走る。

量的問題
Ａ君とＢ君は２人とも自動車で時速２０ km で走った。このときＡ君は４時間走り、Ｂ君は２時間走った。
１．つぎの３つのうち、正しいものに○をつけてください。
　　イ．Ａ君はＢ君より長い距離（道のり）を走った。
　　ロ．Ａ君はＢ君より短い距離（道のり）を走った。
　　ハ．Ａ君とＢ君は同じ距離（道のり）を走った。
２．この答えは、
　　イ．計算しないで求めた。
　　ロ．計算して求めた。その計算式は、

Table 2. 問題の特徴と、量的問題において式を用いて解いた場合の正しい式

問題	特徴	正しい式
$S^{=}T^{=}$	質的問題のみ	
$S^{=}T^{+}$	TとDの比例関係を考慮する必要	A: 20×4, B: 20×2
$S^{+}T^{=}$	SとDの比例関係を考慮する必要	A: 52×4, B: 48×2
$S^{+}T^{+}$	SとD, TとDの比例関係を考慮する必要	A: 9×3, B: 6×2
$S^{+}T^{-}$	SとD, TとDの比例関係を考慮する必要	A: 80×10, B: 40×20
$D^{=}S^{=}$	質的問題のみ	
$D^{=}S^{+}$	SとTの反比例関係を考慮する必要	A: 6÷6, B: 6÷3
$D^{+}S^{=}$	DとTの比例関係を考慮する必要	A: 24÷4, B: 20÷4
$D^{+}S^{-}$	DとTの比例関係, SとTの反比例関係を考慮する必要	A: 76÷4, B: 72÷6
$D^{+}S^{+}$	DとTの比例関係, SとTの反比例関係を考慮する必要	A: 60÷15, B: 40÷10
$T^{=}D^{=}$	質的問題のみ	
$T^{=}D^{+}$	DとSの比例関係を考慮する必要	A: 60÷15, B: 30÷15
$T^{+}D^{=}$	TとSの反比例関係を考慮する必要	A: 8÷4, B: 8÷1
$T^{+}D^{-}$	TとSの反比例関係, DとSの比例関係を考慮する必要	A: 78÷6, B: 87÷3
$T^{+}D^{+}$	TとSの反比例関係, DとSの比例関係を考慮する必要	A: 60÷3, B: 40÷2

注.　たとえば, $D^{=}$は, 提示される距離情報の内容が「AとBが同じ距離を走る」であることを, D^{+}は, 「AはBより長い距離を走る」であることを, D^{-}は, 「AはBより短い距離を走る」であることを示す. $S^{=}T^{=}$, $D^{=}S^{=}$, $T^{=}D^{=}$は質的問題においてはイ, ロ, ハ全てに○をしたとき正答である. 量的問題においては, この3問においてのみ計算をせずに正答を得ることは難しい.

Table 3. テスト問題

１．それぞれの速さ、距離（道のり）、時間を求めましょう。
（１）２００ｋｍを５時間で走る自動車の速さはいくらでしょう。
（２）分速６５ｍで歩く人は１３００ｍ歩くのに何分かかるでしょう。
（３）秒速１６ｍで走るキリンは５０秒間で何ｍ走るでしょう。
（４）時速２５０ｍで歩くカメは３ｋｍ走るのに何時間かかるでしょう。
（５）１５００ｍを１分間で飛ぶハトの秒速はいくらでしょう。
（６）分速８５０ｍで走る犬は１時間で何ｋｍ走るでしょう。

２．［　　］の中にあてはまる数字をかきましょう。

秒速［　　］ｍ＝分速３００ｍ＝時速［　　］ｋｍ

３．秒速７５ｍのツバメと時速２３４ｋｍの新幹線とではどちらが速いでしょう。

2回目の調査に用いた質問紙の内容は、量的問題であった。量的問題とは、情報提示を大小関係ではなく数値で示す問題である（Table 1参照）。質問紙は距離についての推論を求める問題4問(問題名を$S^{=}T^{+}$、$S^{+}T^{=}$、$S^{+}T^{+}$、$S^{+}T^{-}$とする)、時間についての推論を求める問題4問（問題名を$D^{=}S^{+}$、$D^{+}S^{=}$、$D^{+}S^{+}$、$D^{+}S^{-}$とする)、速さについての推論を求める問題4問（問題名を$T^{=}D^{+}$、$T^{+}D^{=}$、$T^{+}D^{+}$、$T^{+}D^{-}$とする）の12問からなっていた。量的問題の場合、$S^{=}T^{=}$、$D^{=}S^{=}$、$T^{=}D^{=}$の3つの問題については解答が「同じ」であるのが一目瞭然であるので、その3つの問題は除いた。各問題は問1と問2からなっていた。問1は、A君とB君についての、時間、距離、速さのいずれか2つの数値情報から3つめの概念の大小関係について推論する問題であり、参加者には、A君とB君の関係について3つの選択肢の中から当てはまると思うものをすべて選ぶよう求めた。たとえば、$S^{+}T^{+}$で表される問題では、A君は自転車で時速9㎞で走り、B君は自転車で時速6㎞で走ったこと（S^{+}）、A君が3時間、B君が2時間走ったこと（T^{+}）の2つの情報を与え、「A君はB君より長い距離を走った」「A君はB君より短い距離を走った」「A君とB君は同じ距離を走った」の中から、当てはまると思うものに○をつけさせた。問2は、問1の答えを計算して求めたか計算しないで求めたかを尋ねる質問であり、「計算して答えた」と答えた場合は計算式を書いてもらった。解答に必要な計算はTable 2に示しているように、5、6年生には比較的簡単なものであった。なお、$S^{+}T^{-}$、$D^{+}S^{+}$、$T^{+}D^{+}$以外の問題は、計算をしなくても答えが求められるが、この3問のみは、計算をしないと正答に到るのは難しい。

問題冊子　質的問題は、練習問題3問を含む冊子とした。量的問題は、練習問題2問を含む冊子とした。いずれの冊子においても、1問に1ページをあてた。距離についての推論を求める問題、時間についての推論を求める問題、速さについての推論を求める問題の順序は、偏りがないように、冊子ごとに変えた。また、＝＝（質的問題のみ）、＝＋、＋＝、＋＋、＋－という問題の種類の提示順序も冊子ごとに異なっていた。6年生に対してのみ、量的問題の冊子の最後に「速さ」の小単元の内容に対応した計算問題（以下、テスト問題とする）を8問つけた（Table 3）。これは松田他（1995）で用いたものの一部である。量的問題の実施時に5年生がまだ「速さ」の授業を受けていなかったので、5年生には、「速さ」の授業終了後約2か月たった時点で、3回目の調査として同様のテスト問題を実施した。

実施方法　1回目の調査（質的問題）において実施者は、練習問題3問を使い、約20分をかけて解答方法を十分に説明した。本問については、実施者の合図で次の問題に進むようにした。制限時間は1問につき1分30秒であった。1週間後の2回目の調査（量的問題）においても同様に、練習問題2問を使い、解答方法を十分に説明した。ただし5年生は「速さ」について未学習であったため、「時速」についての説明も行った。本問については、1回目の調査と同様に実施した。ただし6年生には、問題を12問解いた後、テスト問題を8問行うことを伝えた。1回の調査は全体で約50分かかった。3回目の調査では、5年生にのみ、テスト問題を実施した（これのみ担任が実施した）。

結　果

以下の検定の有意水準は、すべて5％である。

質的問題　質的問題問1の両立性についての誤答率をFigure 1の黒い部分に示した。Q検定の結果、5年生においても6年生においても、「両立しない」と誤答した人の割合が問題によって有意に異なっていた（5年生、6年生の順に$Q=73.82$、51.39。いずれも$df=14$)。サイン検定の結果をまとめると、Table 4のようになる。高誤答率群のいずれも、低誤答率群のいずれの問題よりも有意に誤答率が高い（ただし、両群の分け方が複数ある場合は、両群に属する問題数ができるだけ等しくなる分け方を選択した)。全体的に、6年生より5年生で「両立しない」という誤答が多く、$D^{+}S^{=}$ではその差が有意であった（$\chi^2=4.85$、$df=1$)。また、両立性についてどの問題が難しいかということに関しての学年間の類似度を見るため、スピアマンの順

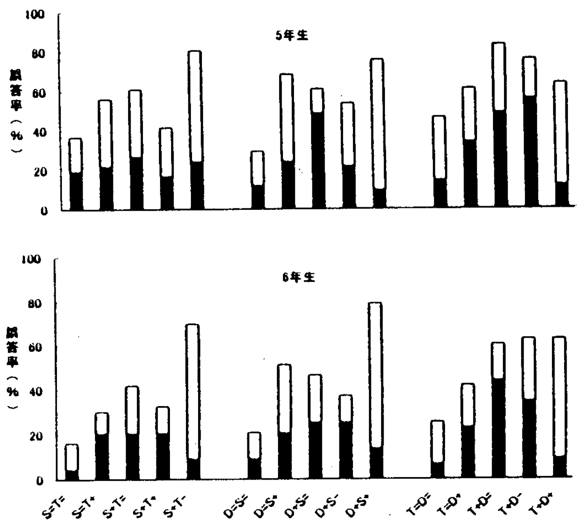

Figure 1.　質的問題における5、6年生の誤答率（黒い部分は「両立しない」という誤り、白い部分は「両立する」としてその内容を誤ったもの）

位相関係数（$n=15$）を求めたところ.75であった。

次に、「両立しない」という誤答と、「両立する」と正答した後の第３の変数の大小関係の誤答を合わせた全誤答率を Figure 1 に示した。Q検定の結果、５年生においても６年生においても、誤答した人の割合が問題によって有意に異なっていた(順に $Q=84.06, 106.97$。いずれも $df=14$)。サイン検定の結果をまとめると、Table 5のようになる。全体的に、５年生と６年生の全誤答率に大きな差はなく、いずれの問題においても有意差は見られなかった。また、どの問題が難しいかということに関しての学年間の類似度を見るため、スピアマンの順位相関係数($n=15$)を求めたところ.92であった。

さらに、距離についての推論を求める問題（ST）、時間についての推論を求める問題（DS）、速さについての推論を求める問題（TD）に分けて平均全誤答率を求めると、 Table 6 のようになった。

量的問題　量的問題における誤答率を Figure2 に示す。 Q検定の結果、５年生においても６年生においても、誤答した人の割合が問題によって有意に異なっていた（順に $Q=64.23$、37.04。いずれも $df=1$）。サイン検定の結果をまとめると、Table7 のようになる。量的問題においては６年生よりも５年生の方が全体的に誤答が多く、S^+T^-、D^+S^+、$T^=D^+$においてはその差が有意であった（順に、$\chi^2=5.96$、9.84、5.43、いずれも $df=11$)。また、どの問題が難しいかということに関しての学年間の類似度を見るため、スピアマンの順位相関係数（$n=12$）を求めたところ.66であった。

さらに、距離についての推論を求める問題、時間についての推論を求める問題、速さについての推論を求める問題に分けて平均誤答率を求めると、Table 8 のようになった。

次に、量的問題において計算をした人の割合を Figure 3 に示す。 Q検定の結果、５年生においても６年生においても、計算をした人の割合が問題によって有意に異なっていた（順に $Q=51.90$、55.85。いずれも $df=11$)。サイン検定の結果をまとめると、Table 9 のようになる。２つの情報のうちの１方が＝である問題では計算をせずに答えていることが多いが、両方とも＝でない場合、計算をしなくても論理操作で答えが求められる場合でも、答えが求められない場合と同程度に計算していることがわかる。全体的に、計算をした人の割合は５年生と６年生で大きな差はなく、いずれの問題においても有意差は見られなかった。

Table 6.　５、６年生における質的問題の問題群別の平均全誤答率（%）と標準偏差

	ST問題 誤答率	SD	DS問題 誤答率	SD	TD問題 誤答率	SD
5年生	55.1	35.1	57.8	28.0	65.9	29.8
6年生	38.1	28.2	47.0	32.6	50.7	30.0

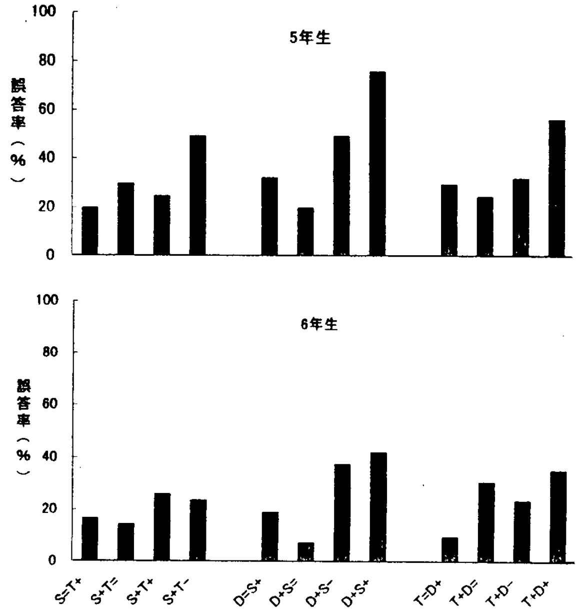

Figure 2.　量的問題における５、６年生の誤答率

Table 8.　５、６年生における質的問題の問題群別の平均式誤答率（%）と標準偏差

	ST問題 誤答率	SD	DS問題 誤答率	SD	TD問題 誤答率	SD
5年生	30.5	29.9	43.9	28.9	35.4	26.2
6年生	19.8	26.5	26.2	24.4	24.4	27.5

また、計算をした人の中で、誤った式をたてた人の割合を Figure 3 の黒い部分に示す。12問中８問で、５

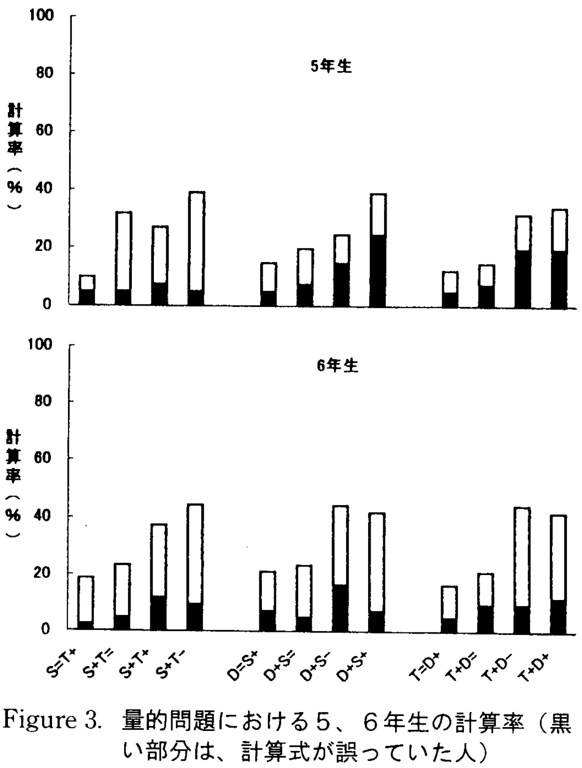

Figure 3.　量的問題における５、６年生の計算率（黒い部分は、計算式が誤っていた人）

Table 4.　質的問題において「両立しない」という誤答の多い問題（高誤答率問題群）と少ない問題（低誤答率問題群）

	高誤答率問題群	低誤答率問題群
5年生	$D^{+}S^{=}$，$T^{+}D^{=}$，$T^{+}D^{-}$	$S^{=}T^{=}$，$S^{=}T^{+}$，$S^{+}T^{=}$，$S^{+}T^{+}$，$S^{+}T^{-}$，$D^{=}S^{=}$，$D^{=}S^{+}$，$D^{+}S^{-}$，$D^{+}S^{+}$，$T^{=}D^{=}$，$T^{+}D^{+}$
6年生	$D^{+}S^{=}$，$T^{+}D^{=}$，$T^{+}D^{-}$	$S^{=}T^{=}$，$D^{=}S^{=}$，$T^{=}D^{=}$，

Table 5.　質的問題において全誤答の多い問題（高誤答率問題群）と少ない問題（低誤答率問題群）

	高誤答率問題群	低誤答率問題群
5年生	$S^{+}T^{-}$，$D^{=}S^{+}$，$D^{+}S^{+}$，$T^{+}D^{=}$，$T^{+}D^{+}$	$S^{=}T^{=}$，$S^{+}T^{+}$，$D^{=}S^{=}$，$T^{=}D^{=}$
6年生	$S^{+}T^{-}$，$D^{+}S^{+}$，$T^{+}D^{=}$，$T^{+}D^{-}$，$T^{+}D^{+}$	$S^{=}T^{=}$，$S^{=}T^{+}$，$S^{+}T^{+}$，$D^{=}S^{=}$，$D^{+}S^{-}$，$T^{=}D^{=}$，

Table 7.　量的問題において誤答の多い問題（高誤答率問題群）と少ない問題（低誤答率問題群）

	高誤答率問題群	低誤答率問題群
5年生	$S^{+}T^{-}$，$D^{+}S^{-}$，$D^{+}S^{+}$，$T^{+}D^{+}$	$S^{=}T^{+}$，$S^{+}T^{+}$，$D^{+}S^{=}$，$T^{+}D^{=}$
6年生	$D^{+}S^{-}$，$D^{+}S^{+}$	$S^{=}T^{+}$，$S^{+}T^{=}$，$D^{+}S^{=}$，$T^{=}D^{+}$

Table 9.　量的問題において計算した人の多い問題（高計算率問題群）と少ない問題（低計算率問題群）

	高計算率問題群	低計算率問題群
5年生	$S^{+}T^{=}$，$S^{+}T$，$D^{+}S^{+}$，$T^{+}D^{-}$，$T^{+}D^{+}$	$S^{=}T^{+}$，$D^{=}S^{+}$，$T^{=}D^{+}$，$T^{+}D^{=}$
6年生	$S^{+}T$，$D^{+}S^{-}$，$D^{+}S^{+}$，$T^{+}D^{-}$，$T^{+}D^{+}$	$S^{=}T^{+}$，$S^{+}T^{=}$，$D^{=}S^{+}$，$D^{+}S^{=}$，$T^{=}D^{+}$，$T^{+}D^{=}$

Table 10.　テスト問題において全誤答の多い問題（高誤答率問題群）と少ない問題（低誤答率問題群）

	高誤答率問題群	低誤答率問題群
5年生	1(4)，1(6)，2(1)，2(2)，3	1(1)，1(2)
6年生	1(4)，1(6)，2(1)，2(2)，3	1(1)，1(2)，1(3)

Table 11.　テスト問題において式誤答の多い問題（高誤答率問題群）と少ない問題（低誤答率問題群）

	高誤答率問題群	低誤答率問題群
5年生	1(4)，2(1)，2(2)，3	1(1)，1(2)，1(3)，1(5)，
6年生	1(4)，2(1)，2(2)，3	1(1)，1(2)，1(3)，1(5)，1(6)

年生の方が6年生よりも誤計算式率が高く、$D^+ S^+$、$T^+ D^-$ではその差が有意であった(順に、χ^2=7.54、5.40、いずれも df=1)。

質的問題と量的問題の比較　学年別、問題別に、質的問題と量的問題の誤答率を比較した。全体的に、量的問題よりも質的問題において誤答率が高かった。5年生では、$S^= T^+$、$S^+ T^=$、$S^+ T^-$、$D^= S^+$、$D^+ S^=$、$T^+ D^-$、$T^= D^+$、$T^+ D^=$で有意差が見られた(順に、χ^2=11.67、8.32、9.02、10.98、14.66、15,89、8.32、28.25、いずれも df=1)。6年生では、$S^+ T^-$、$D^= S^+$、$D^+ S^=$、$D^+ S^-$、$T^+ D^-$、$T^= D^+$、$T^+ D^=$、$T^+ D^+$で有意差が見られた(順に、χ^2=18.7、10.03、17.15、12.45、13.71、11.97、7.93、6.7、いずれも df=1)

また、問題群(ST・DS・TD)×問題種(質的・量的)×学年(5年・6年)の3要因分散分析を行った結果、いずれの主効果も有意であった(順に、F(2,164)=8.46、F(1,82)=110.31、F(1,82)=8.44)。問題群について、Ryan 法を用いて下位検定を行った結果、ST 問題よりも TD 問題において有意に誤答率が高く(t=3.6)、ST 問題よりも DS 問題において有意に誤答率が高かった(t=3.5)。また他の有意な主効果は、質的問題は量的問題より難しく、5年生は6年生より誤答率が有意に高いことを示す。交互作用はいずれも有意ではなかった。

テスト問題　5年生、6年生のそれぞれについて、問題ごとに全誤答率(式と答えの少なくともどちらかを誤った人の割合)と式誤答率(少なくとも式を誤った人の割合)を求めた(Figure 4)。式が正しいとは、式の左辺の変数が正しく、×や÷の符号が正しいこととし、変数の換算で間違っていても、計算を間違っていても“式が正しい”と見なした。まず全誤答率については、Q検定の結果、5年生においても6年生においても、誤答をした人の割合が問題によって有意に異なっていた(順に Q=70.43、83.84。いずれも df=8)。サイン検定の結果をまとめると、Table 10 のようになる。

次に式誤答率については、Q検定の結果、5年生においても6年生においても、誤った式をたてた人の割合が問題によって有意に異なっていた(順に Q=80.75、86.67。いずれも df=8)。サイン検定の結果をまとめると、Table 11 のようになる。

また、全誤答率、式誤答率のいずれにおいても、誤答をした人の割合は5年生と6年生で大きな差はなく、どの問題においても有意差は見られなかった。

問題1については、(3)(6)が ST 問題、(2)(4)が DS 問題、(1)(5)が TD 問題であった。問題1の問題群別に各人の全誤答率を求めた平均値を Table 12 に示す。問題群

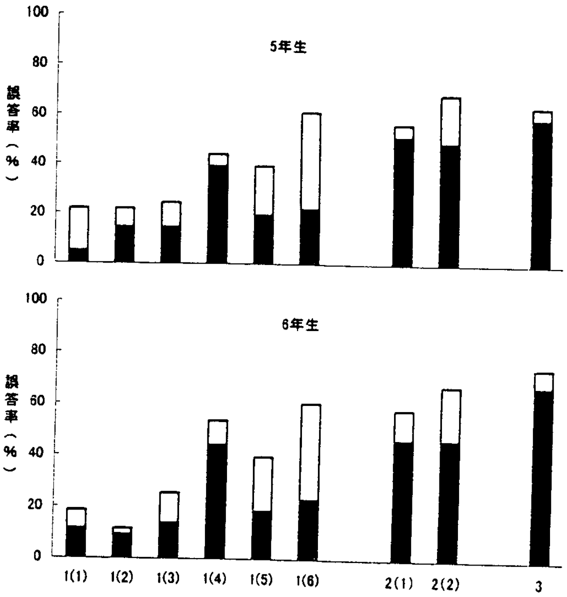

Figure 4.　テスト問題における誤答率(黒い部分は式の誤り、白い部分はそれ以外の誤り)

(ST・DS・TD)×学年(5年・6年)の2要因分散分析を行ったところ、問題群の主効果のみが有意であった(F(2,164)=5.16)。Ryan 法を用いた下位検定の結果、ST 問題において、TD 問題、DS 問題よりも誤答率が高かった(順に、t=3.1、t=2.3)。

同様に、問題1の問題群別に各人の式誤答率を求めた平均値を Table 13 に示す。問題群(ST・DS・TD)×学年(5年・6年)の2要因分散分析を行ったところ、問題群の主効果のみが有意であった(F(2,164)=6.13)。Ryan 法を用いた下位検定の結果、DS 問題において、TD 問題、ST 問題よりも誤答率が高かった(順に、t=3.5、t=2.2)。

質的問題、量的問題、テスト問題の関連　学年別に、質的問題の全誤答率、量的問題の全誤答率、テスト問題の全誤答率についてピアソンの相関係数を算出した。その結果を Table 14 に示す。

Table 12.　5、6年生におけるテスト問題の問題群別平均全誤答率(%)と標準偏差

	テストST問題		テストDS問題		テストTD問題	
	誤答率	*SD*	誤答率	*SD*	誤答率	*SD*
5年生	42.7	6.5	32.9	5.0	30.5	4.7
6年生	43.0	6.4	32.6	4.9	29.1	4.4

Table 13.　5、6年生におけるテスト問題の問題群別平均式誤答率(%)と標準偏差

	テストST問題		テストDS問題		テストTD問題	
	誤答率	*SD*	誤答率	*SD*	誤答率	*SD*
5年生	18.3	2.8	26.8	4.1	12.2	4.7
6年生	18.6	2.8	26.7	4.0	15.1	2.3

Table 14. 質的問題、量的問題、テスト問題の全誤答率についてのピアソンの相関係数

	質×量	質×テスト	量×テスト
5年生	.47*	.59*	.40*
6年生	.58*	.60*	.64*

*有意に0より大（p<.05）

考　　察

質的問題において「両立しない」という誤答について見てみると、５年生でも６年生でも、誤答しやすい問題は類似している。どちらの学年でも共通して「両立しない」という誤答が多かった問題は、$D^{+}S^{=}$、$T^{+}D^{=}$、$T^{+}D^{-}$であった。この３問に共通する特徴は、残りの１変数が一定のときには両立し得ないことである（例えば$D^{+}S^{=}$では、自動車Ａは自動車Ｂより長い距離を、同じ速さで走ることがあるかいなかを問うている。もし自動車Ａと自動車Ｂの速さが同じであれば、このようなことは起こり得ない)。「時間と距離は比例関係にある」「距離と速さは比例関係にある」という信念は、それ自体は誤ったものではないが、３者関係に統合されておらず、小学校高学年でも児童はこれらの信念を強固に持っていると考えられる。

Crépault（1980）は、前青年期の子どもの知識において、時間と速さの反比例関係の結合が大変強く、$S^{=}T^{+}$、$S^{+}T^{=}$の問題で「両立しない」という誤答が多くなると述べている。しかし、本研究の結果からはむしろ、時間と距離、距離と速さの比例関係の結合が強いことが示された。これは、Matsuda（1994）が、幼児や児童期前期の子どもについて、具体的操作を用いて３概念間の関係概念の形成過程を調べたときの結果と類似している。Matsudaは、時間と距離の比例的関係の知識は非常に早くから強固に形成され、かつその強固さが、３つの２者関係から１つの３者関係への知識の再構成を難しくしている面があると述べている。本研究の結果は、三宅他（2000）に引き続き、それを形式的操作のレベルで示したものといえるだろう。

質的問題の全誤答率に関しても、５年生と６年生の誤答の傾向は類似している。５年生と６年生に共通して全誤答が多かった問題は、$S^{+}T^{-}$、$D^{+}S^{+}$、$T^{+}D^{=}$、$T^{+}D^{-}$であった。このうち$S^{+}T^{-}$、$D^{+}S^{+}$は、答えが１つに決まらない問題である。Crépault（1980）は、この種の問題においては両立性に関する誤答は少ないが、第３の変数の推測に関する誤りが多いと述べており、本研究の結果はそれを支持したといえる。しかし、Crépault（1980）が易しい問題とした$T^{+}D^{=}$に関しては、本研究では逆に誤答が多いという結果が得られた。三宅他（2000）と同様、時間と距離の反比例関係よりも時間と距離、距離と速さの比例関係の結合が強いことを示していると考えられる。

以上のように、質的問題に関して、５年生と６年生の解答に質的な差異は認められない。質的問題は「速さ」の授業で学習する公式を使用しなくても解答が可能な問題であるためだろう。

次に、量的問題について述べる。量的問題の誤答率に関しては、学年間には中程度の相関しか見られなかった。そして、$S^{+}T^{-}$、$D^{+}S^{+}$、$T^{=}D^{+}$の３問において、５年生のほうが有意に誤答が多いという結果が得られた。このうち$S^{+}T^{-}$、$D^{+}S^{+}$に関しては、質的問題では答えが１つに決まらず全誤答率の高かった問題であり、量的問題でも、５年生６年生ともに高誤答率問題に分類されている。このような問題に、質的な関係から正答するためには、１つの３者関係に統合された知識を持っていることが不可欠であるが、６年生の場合は公式にあてはめて、計算して解くことができるため、５年生に比べて誤答が少なかったものと考えられる。一方$T^{=}D^{+}$は、６年生において、量的問題では低誤答率問題の１つであり、質的問題でも、誤答は比較的少ない問題である。すなわち、５年生での誤答が多かったというよりは、むしろ６年生にとって非常に易しい問題であり、ほとんど誤答がなかったために学年間に有意差が見られたものと思われる。

次に、質的問題と量的問題をまとめて考察する。まず、全体的に、５年生のほうが６年生よりも誤答が多かった。これは、発達上、そして「速さ」の授業の効果を考えれば当然の結果であろう。そして、いずれの学年においても質的問題において誤答率が高かった。６年生は「速さ」の授業を受けているが、「速さ」の授業を受けていない５年生でも、抽象的な問題より、具体的な数で表される問題のほうが答えやすいということであろう。さらに、ST問題、DS問題、TD問題に分けて見ると、最も誤答が少ないのがST問題であった。「時間と距離は比例関係にある」「距離と速さは比例関係にある」という比例関係の結合が強固であるために、ST問題は比較的易しかったものと考えられる。

次に、テスト問題について考察する。質的問題・量的問題ともに６年生の方が全体的に成績が良かったのに、テスト問題ではほとんど差がないが、これは、５年生のテストでの成績が６年生並みに良かったことを示している。また松田他（1995）の小学５年生（「速さ」の授業後）と比較すると、テストTD問題（問題１(1)と問題１(5)）でとりわけ誤答率が低い。すなわち、テストTD問題では、本研究の５年生の全誤答率が31%、松田他の５年生が61%である。問題１のその他の４問

では、38%と46%でそれほど大きな差ではないし、問題2と3の平均誤答率でも63%と69%とほとんど差はない。本研究の5年生は速さの単位として、たとえば時速〇〇kmは〇〇km／時間で表され、速さは道のりとは違う単位を持つ独自の量であると教わったと思われる。すなわち、正答者のうち、問題1(1)では50%が、1(5)では44%が〇〇km／時間の表示を使用している(6年生では問題1(1)に1人いるのみ)。したがって松田他では全体の54%もいた単位にまつわる誤りを含む誤答者(主に時速〇〇kmと書くべきところを〇〇kmと書く)が、本研究の5年生では27%にすぎなかった。松田他は、「時間、距離、速さ、それぞれを対等な関係概念を形成する3つの量として、それぞれに秒、m、m／秒という計算単位を導入すれば、このような単位がらみの誤りは激減するであろうし、(略) その方が子どもが自然に持つに到った認知構造と良く一致するので、単に単位の誤りの減少以上の効果を持つはずである」(p. 141) と述べているが、はからずも本研究はそれを実証した。

またテスト問題ではDS問題で式を立てるのが難しい、特に単位の換算に認知資源をふりわけなければならないとき難しい、という事実に注目する必要がある。量的問題の立式でもDS問題は一番難しい。すなわち比例関係と反比例関係の両方を考慮して時間を求めるという論理操作が難しい。松田他 (1995) は、速さを単位量あたりの考えで教えた場合、同じ除法形式でありながら時間＝距離／速さは単位量あたりで理解できないので、速さ以上に時間の理解が難しくなるのだろうと述べている。これを克服するには、「速さ」の単元において、時間、距離、速さ、それぞれを対等な概念として、その関係にまず重点をおいて学習を進めることが必要であろう。

最後に、質的問題・量的問題・テスト問題の相関を見ると、全体的には、どの問題間にも中程度の相関が見られた。6年生では、3種類の問題を同時に実施したのであるから、そして、いずれの問題も時間、距離、速さの関係が関係しているのであるから、中程度の相関があっても不思議ではない。しかし5年生については、質的問題・量的問題とテスト問題の間には3か月あまりの時間があり、かつその間に「速さ」について学習している。すなわち5年生におけるこの中程度の相関は、質的問題・量的問題の理解度が、その後の「速さ」の学習の理解度をかなり予測することを意味している。しかも、量的問題とテスト問題はいずれも数値情報で扱うにもかかわらず、その間の相関よりも、質的問題とテスト問題の間の相関の方が高い。このことは、DeVries and Kohlberg (1987/1992) の、計量的な問題の解決の理解には、質的な論理構造をすでに持っている必要がある、という主張を支持するものである。さらに、このような結果は、質的問題を用いて、「速さ」の授業にはいる前に、1つの3者関係に統合された質的関係の知識構造を安定したものとして構成しておくことが、「速さ」の授業の理解を促進するだろう、ということを示唆する。ここで用いたような質的問題であれば工夫しだいでゲーム感覚で行うこともできるだろう。とりわけ S^+T^-、D^+S^+、T^+D^+のような答えが1つに決まらない問題を考えさせることは、1つの3者関係に統合された質的構造を構成し、それを論理的に操作することを学ぶ点で、大変有効だろう。また抽象的な理解の難しい子どもには、適宜、量的問題のように具体的数値を情報として含めれば理解が容易になることを、本研究結果は示唆している。以上、本研究の結果から、「速さ」の授業改善に対して示唆されることをまとめると、次の2点になる。

1．速さを単位時間あたりの道のりとして、計量的に教える前に、時間、距離、速さの関係概念としての質的知識構造を、統合された3者関係として確立し、論理的操作が可能なようにしておくこと。そのためには、本研究で用いたような質的問題が有効であろう。理解を容易にするために量的問題も補助的に用いられうる。

2．速さをm／秒等の独自の単位を持つ、新しい量として教えること。その後、単位量あたりの考え方と結びつければよい。

引用文献

Acredolo, C., Adams, A., & Schmid, J. 1984 On the understanding of the relationships between speed, duration, and distance. *Child Development,* **55**, 2151-2159.

Crépault, J. 1980 Compatibilité et symétrie. Etude génétique des inférences cinématiques chez des sujets de 11 et 13 ans. *L'Année psychologique,* **80**, 81-97.

DeVries, R., & Kohlberg, L. 1987 *Programs of easy education : The constructivist view.* New York : Longman. (大伴栄子・北川歳昭・武田俊昭・土橋弘文・橋本祐子　訳　1992　ピアジェ理論と幼児教育の実践　下　北大路書房)

Matsuda, F. 1994 Concepts about interrelations among duration, distance, and speed in young children. *International Journal of Behavioral Development,* **17**, 553-576.

Matsuda, F. 2001 Development of concepts of interrelationships among duration, distance and speed. *International Journal of Behavioral Development,* **25**, 466-480.

松田文子・田中昭太郎・原和秀・松田伯彦　1995 時間，距離，速さの関係概念の形成が小学校５年算数「速さ」の理解に及ぼす影響　発達心理学研究，**6**, 134-143 .

三宅幹子・小嶋佳子・森田愛子・谷村亮・松田文子　2000　小学５年生から中学３年生の間の時間，距離，速さの関係の質的理解の発達　広島大学教育学部紀要　第三部（教育人間科学関連領域），**49**, 293-302.

Montangero, J. 1977 *La notion de durée chez l'enfant de 5 à 9 ans.* Paris : Presses Universitaires de France.

Montangero, J. 1979 Les relations du temps, de la vitesse et de l'espace parcouru chez le jeune enfant. *L'Année Psychologique,* **79**, 23-42.

Samartzis, S. 1992 Time inference rules in the child, adolescent, and adult. In F. Macar, V. Pouthas, & W. J. Friedman (Eds.), *Time, action and cognition: Towards bridging the gap* (pp. 85-88). Dordrecht, Netherlands : Kluwer Academic Publishers.

Samartzis, S. 1995 L'influence du nombre sur le traitement des problémes temporels. *International Journal of Psychology,* **30**, 237-255.

曽我昇平・塩見邦雄　1987　加速度・速度に関する関係理解についての発達的研究　教育心理学研究，**35**, 122-131.

Wilkening, F. 1981 Integrating velocity, time, and distance information : A developmental study. *Cognitive Psychology,* **13**, 231-247.

Wilkening, F. 1982 Children's knowledge about time, distance, and velocity interrelations. In W. J. Friedman (Eds.), *The developmental psychology of time* (pp. 87-112).New York : Academic Press.

付　記

本研究では東広島市立郷田小学校の先生と児童の皆様に御協力いただきました。データの収集にあたっては、広島大学教育学部心理学科11年度の４年生の鈴木智美氏と小林美佳氏にも協力していただきました。以上記して感謝の意を表します。なお、本研究の一部は、平成13年度科学研究費（基盤Ｂ　No. 13410037、研究代表者　松田文子）の援助を受けました。

（主任指導教官：松田　文子）