

生きてはたらく数学力を培う教育課程と指導法の創造

－表現・コミュニケーション力の育成とかかわって－

天野秀樹・神原一之・寺垣内政一*・植田敦三*

Creation of an Educational Curriculum to Enhance the Mathematical Ability Applying to Daily Life

－ Focusing on the Ability of Communication －

Hideki AMANO, Kazuyuki KAMBARA, Masakazu TERAGAITO, and Atsumi UEDA

Abstract. This study, the purpose of which is to enhance Student's mathematical ability as applied to daily life, approaches it from building up Student's ability of communication. We propose a curriculum adapting Quick Draw, which is practiced in the United States, and examined the effect of it through an experimental lesson. As a result, the following points are discovered: Students come to consider an explanation and a reason of a solution for the mathematical problem, their motivation for participation in negotiation rises, and it is possible to deepen their understanding of mathematical contents. After this study, we will promote this study and declare the function of the ability of communication in mathematics in application to daily life.

Key words: the ability of communication

I. はじめに

本校では、生きる力を育成するとともに、これからの中学校教育のあり方を確立するために、2000年度より「明日を担う生徒を育てる学校教育の創造」という研究主題を設定し、研究を進めてきた（石井ほか、2001）。そして、本年度の研究では、国際化や情報化などの現代社会への対応や本校生徒の学習活動におけるコミュニケーションの実態などをふまえて、表現・コミュニケーション力を育成する視点から研究を進めている。

本校数学科においても、生きる力の育成、すなわち、生きてはたらく力を培うために、数学の授業における基礎・基本や評価のあり方などについて研究を進めてきた（神原ほか、2002・2003）。また、金本（1998）は、数学の授業をコミュニケーションの観点で捉え、確かで豊かなコミュニケーション活動を作っていくとともにコミュニケーション活動に参加する力を培うことが大切であると述べている。この主張は、生きる力を育成するためには、コミュニケーション活動に参加する力、すなわち、表現・コミュニケーション力を育成することを目指した数学の授業を展開する必要があることを述べていると考える。

* 広島大学大学院教育学研究科

そこで、本稿では、生きてはたらく数学力を培う数学の授業を実現するために、表現・コミュニケーション力を育成する視点から考察する。

Ⅱ. 研究の方針

1 生きてはたらく数学力

本校数学科は、「数学力」について、数学的な考え方を日常の生活で活用することであり、身のまわりの事象を様々な視点から捉えることであると考え、本年度から「生きてはたらく数学力を培う」ことを研究テーマとして、教育課程と指導法の開発を始めている。「数学力」については、ロバート・ハーシー(2002)が、実生活に関わる数学的な考え方を身につけたうえで、慎重な判断を下す力が数学力であると述べている。つまり、数学的な考え方を日常の生活で活用する力が数学力であると主張している。また、高田(2001)は、例えば、データをまとめて合理的に整理したり、グラフや表で表現したりする力のように、情報を交換する力、すなわち、身のまわりの事象を数学の視点で捉える力が数学力であると述べている。

また、この数学力は当然、生きてはたらく数学力である必要がある。生きてはたらく力にするためには、楽しみながら活動する過程で数学的な見方・考え方を体得し、課題に向けて探求していく活動が必要不可欠になると考える。楽しく活動できれば、子どもの学びたいという学習意欲を引き立てることができるし、数学的な見方・考え方を伸ばすことができれば、知的な創造力を伸長することができるからである。

さらに、生きてはたらく数学力は、数学の基礎・基本となる力を土台として培われると考えている。このことについて、神原ほか(2002)は、数学科における観点別評価に示されている4つの資質や能力を身につけさせることで、数学の基礎・基本となる力が定着することを指摘している。

以上のことをふまえて、本校数学科は、生きてはたらく数学力を培う要件として、次の3つを考えた。

- (1) 数学的な見方・考え方を日常の生活で活用できるようにさせる。
- (2) 楽しみながら活動できる場面を設定する。
- (3) 基礎・基本となる力を定着させる。

そして、生きてはたらく数学力は、身のまわりの事象からすすんで課題を発見し、数学の視点で捉え、探求しようとする力と考えた。

2 表現・コミュニケーション力を育成するための手だて

本校では、義務教育終了段階で目指すべき人間像の基礎・基本となる力を、多元的価値観を受容する力、表現・コミュニケーション力、意思決定力の3つであると捉えている。そして、本年度は、表現・コミュニケーション力の育成を根幹に据えて研究している。また、本校では、表現・コミュニケーション力を、自分の知覚・感情・意思を、相手の状況や社会的立場に応じて適切な媒体を用いて、効果的に伝える力であると捉えている。さらに、表現・コミュニケーション力を育成するための手だてとして、「内的表象を高めさせること」と「相手を意識させること」の2つに着目している。

本校数学科は、表現・コミュニケーション力を育成する視点から、生きてはたらく数学力を培う数学の授業を実現するための手だてを、次のように捉えている。

まず、「内的表象を高めさせること」についてである。このことは、数学の授業場面においては、伝えるための前提条件をしっかりと準備させることである。そのためには、生徒がすすんで課題に取り組もうとする場面を設定することはもちろん、基礎・基本となる力を定着させることが必要不可欠になる。

次に、「相手を意識させること」についてである。このことは、数学の授業場面においては、場や相手に応じた表現を工夫しながら効果的に伝え合うことである。そのためには、数学的な見方・考え方を活用して表現し合えるような場面を設定するとともに、その活動を適切に評価することが必要不可欠になる。

これまでに述べてきた2つの手だてを、一連の活動として日々の授業でくり返し行うことにより、表現・コミュニケーション力を培うことができると考えた。

Ⅲ. 表現・コミュニケーション力を高める授業実践

1 授業実践の概略

(1) 仮説

「内的表象を高めさせること」と「相手を意識させること」に重点をおいた授業を実践するとき、生徒の表現・コミュニケーション力を向上させることができる。また、表現・コミュニケーション力の向上にとともに、生徒の理解度を向上させることもできる。

(2) 実験クラスと統制クラスの設定

「内的表象を高めさせること」と「相手を意識させること」に重点をおいた授業を実験クラスで展開し、通常行われる授業を統制クラスで展開することによって、生徒の表現・コミュニケーション力や理解度の向上について比較して分析するために、実験クラスと統制クラスを設定した。次に、その設定の仕方について述べる。

まず、第2学年の文字式、連立方程式、1次関数の各内容を100点満点で出題した事前テストを行い、1組と2組の得点の差を分析した。正規性の検定を行った結果、正規分布とみなせない(1組は χ^2 値: $9.54 > \chi^2(0.95): 5.99$, 2組は χ^2 値: $6.68 > \chi^2(0.95): 5.99$, $p < 0.05$)ので、マン・ホイットニ検定を行い、中央値の差を検定した。その結果、1組と2組の得点の差はないことが分かった(同順位補正Z値: $1.48 < Z$ 値: 1.96 , $p < 0.05$)。したがって、事前テストの得点からは、実験クラスを決定しなかった。

次に、生徒の表現・コミュニケーションに対する意識を調査するために事前アンケート(参考資料)を行った。各項目の回答を「とてもよくあてはまる」を5点、「あてはまる」を4点、「どちらともいえない」を3点、「あてはまらない」を2点、「まったくあてはまらない」を1点として数量化し、1組と2組の得点の差を分析した。正規性の検定を行った結果、質問番号13, 21は正規分布とみなせる(質問番号13の1組は χ^2 値: $2.04 < \chi^2(0.95): 5.99$, 2組は χ^2 値: $5.61 < \chi^2(0.95): 5.99$, 質問番号21の1組は χ^2 値: $5.77 < \chi^2(0.95): 5.99$, 2組は χ^2 値: $2.04 < \chi^2(0.95): 5.99$, $p < 0.05$)

のでF検定を行い、分散が等しいかどうかを検定した。その結果、質問番号 13, 21 はともに分散が等しいことが分かった（質問番号 13 は $F(0.025) : 0.51 < F \text{ 値} : 1.06 < F(0.975) : 1.96$ 、質問番号 21 は $F(0.025) : 0.51 < F \text{ 値} : 0.53 < F(0.975) : 1.96$ 、 $p < 0.05$ ）。そこで、スチューデントの t 検定を行い、平均値の差を検定した。その結果、質問番号 13 は 1 組と 2 組の得点の差がないことが分かり（t 値： $0.89 < t(0.975) : 1.99$ 、 $p < 0.05$ ）、質問番号 21 は 2 組より 1 組の得点が高いことが分かった（t 値： $2.96 > t(0.975) : 1.99$ 、 $p < 0.05$ ）。また、正規性の検定を行った結果、質問番号 1～12, 14～20, 22～24 は、5%の有意水準で正規分布とみなせないため、マン・ホイットニ検定を行い、中央値の差を検定した。その結果、質問番号 3, 4, 11, 14, 16 は、1 組と 2 組の得点の差がないことが分かり、質問番号 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24 は 2 組より 1 組の得点が高いことが分かった（同順位補正 Z 値は表 1、Z 値： 1.96 、 $p < 0.05$ 、平均と標準偏差は表 2）。

表 1 事前アンケートの 1 組と 2 組の同順位補正 Z 値

質問番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
同順位補正 Z 値	2.00	2.51	0.66	0.61	2.54	3.09	2.51	2.44	2.12	2.18	1.48
質問番号	12	14	15	16	17	18	19	20	22	23	24
同順位補正 Z 値	2.20	1.50	2.74	0.97	3.22	3.11	2.73	2.34	2.61	2.11	3.20

表 2 事前アンケートの平均および標準偏差

(1 組)

質問番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均	3.8	3.8	4.0	3.8	3.4	4.0	3.5	3.6	3.5	2.6	3.4	3.4
標準偏差	1.05	1.21	0.97	1.10	1.13	1.12	1.07	1.25	1.19	1.16	1.09	0.98

質問番号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
平均	2.9	4.6	3.3	4.2	3.3	4.3	4.1	3.5	3.9	3.4	3.9	3.2
標準偏差	1.19	0.76	1.14	0.92	0.99	0.92	1.01	1.01	1.00	0.89	1.10	1.03

(2 組)

質問番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均	3.3	3.1	3.8	3.6	2.7	3.3	2.9	2.8	2.8	2.0	3.0	2.9
標準偏差	1.15	1.21	1.23	1.30	0.96	0.91	1.01	1.44	1.50	0.94	1.14	1.06

質問番号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
平均	2.7	4.3	2.5	4.0	2.5	3.6	3.4	2.9	3.1	2.7	3.3	2.4
標準偏差	1.15	0.88	1.01	1.00	0.99	1.01	0.98	1.03	1.19	1.15	1.26	1.00

すなわち、アンケート 24 項目のうち 18 項目は 2 組より 1 組の得点が高く、6 項目は 1 組と 2 組の得点の差はないということである。したがって、授業実践の前段階においては、1 組より 2 組の方が表現・コミュニケーション力が低い集団であると判断し、表現・コミュニケーション力の実態から実験クラスを 2 組、統制クラスを 1 組に決定した。

(3) 分析方法

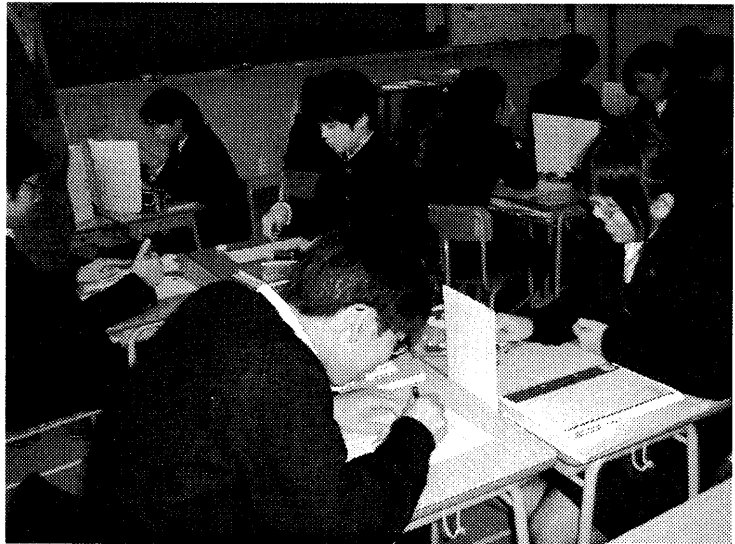
まず、生徒の学力を把握するために、事前テストと事後テストを実施した。また、生徒の表現・コミュニケーションに対する意識や自信を把握するために、事前アンケートと事後アンケート（参考資料）を実施した。

次に、生徒の表現・コミュニケーションの様相や理解度を把握するために、授業中の生徒の活動の様子を観察した。特に、表現・コミュニケーション活動をする場面において、話し合いをする様子や学習カードなどを観察した。

(4) 授業実践の設計

10 月 31 日から 11 月 26 日のうちに 11 時間、第 2 学年生徒（実験クラス：2 組 39 名、統制クラス：1 組 39 名）を対象にして、Quick Draw (Wheatley, 1996) を取り入れた授業を実践した。Quick

Draw は、アメリカの mathematics の授業で取り入れられている学習方法である。Quick Draw による学習は、まず、スケッチブックに描かれたある形を教師が 3 秒間提示し、提示された形を生徒が頭に思い浮かべ、その思い浮かべた形をノートに描くことから始める。あるいは、生徒が 2 人組で背中合わせか向かい合わせになり、片方の生徒がある形をもう一方の生徒に口頭で伝え、伝えられた形をノートに描くことから



始める場合もある。そして、生徒がノートに描いた形をもとに話し合いをすすめていく。この方法によって生徒は、すすんで自分の考えをもつようになるとともに、自信をもって表現できるようになる。したがって、この方法を取り入れ、自分たちの考えを交流できるような授業をくり返し行うことによって、表現・コミュニケーション力を高めていくことをねらいとした。具体的には、教師が最初に提示する図を生徒が頭に思い浮かべる活動を丁寧に行うことによって、内的表象を高めさせることができるようにするとともに、生徒たちが見つけた図形の性質を説明するときに、2 人組で相手の表情を伺いながら相手にわかりやすく表現させ合う活動を行うことによって、相手を意識させることができるように進めていった。

(5) 実践経過

第 1 次 事前テスト・アンケート…………… 1 時間

第2次 図形の合同…………… 5時間

- 第1時 合同な図形の性質 (生徒から生徒への Quick Draw)
- 第2時 三角形の合同条件 (生徒から生徒への Quick Draw)
- 第3時 三角形の合同条件 (生徒から生徒への Quick Draw), 演習
- 第4時 仮定と結論 (生徒から生徒への Quick Draw)
- 第5時 証明の流れ, 演習

第3次 三角形…………… 6時間

- 第1時 二等辺三角形 (教師が提示した図による Quick Draw)
- 第2時 二等辺三角形
- 第3時 逆 (生徒から生徒への Quick Draw)
- 第4時 直角三角形 (生徒から生徒への Quick Draw)
- 第5時 直角三角形の利用 (教師が提示した図による Quick Draw)
- 第6時 演習

第4次 事後テスト・アンケート…………… 1時間

2 授業実践の実際 ～第3次 第1時 二等辺三角形～

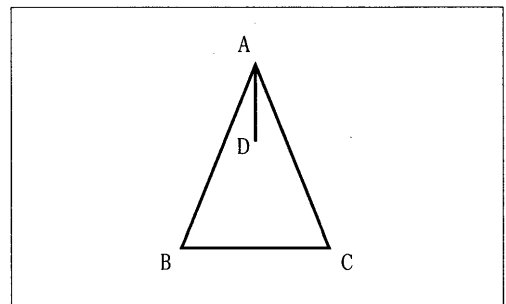
(1) 本時の指導目標

Quick Draw によって思い浮かべた二等辺三角形の性質を見つけさせ、その性質を相手にわかりやすく表現できるようにさせる。

(2) 本時の指導過程

① Quick Draw

スケッチブックに描かれた右の図を教師が3秒間提示し、その形を生徒に頭に思い浮かべさせる(記号は書いていない)。再度3秒間提示し、生徒に頭に思い浮かべさせる。どのような形であるかを頭で整理させた後、一斉に頭に思い浮かべた形を学習カードに描かせる。



②話し合い

描いた形がどのような形であるかを周りの人と検討させた後、描いた形について全体場で発表させる。

(発表内容)・キツネの形に見える ・線対称である

- ・三角形は鋭角三角形である ・三角形は二等辺三角形である ・三角形は正三角形である
- ・角の二等分線がある ・垂線がある ・中線がある ・垂直二等分線がある

発表内容それぞれについて検討させた後、生徒の意見をもとに、スケッチブックに描かれた図を、「二等辺三角形の頂点から角の二等分線を引いた図」であると捉え直させ、学習カードにその図と「仮定は、 $AB = AC$ である二等辺三角形であることと $\angle BAD = \angle CAD$ となる $\angle A$ の二等分線であること」を記入させ、全員で確認する。

次に、全員で確認した図から考えられることを学習カードに記入させ、周りの人と検討させた後、全体場で発表させる。

(発表内容)・線対称である

$$\cdot BD = CD \quad \cdot \triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

$$\cdot \angle B = \angle C \quad \cdot \text{直線 } AD \perp BC \quad \cdot \text{角の二等分線は、底辺を2等分する}$$

発表内容それぞれについて検討させた後、生徒の意見をもとに、「結論を直線 $AD \perp BC$ にする。そのために、半直線 AD と BC の交点を E とし、 $\triangle ABE \equiv \triangle ACE$ を説明する」ことを全員で確認し、学習カードに記入させる。

③証明

図のイメージを大切にさせながら、仮定と結論を確認した後、証明する手順を考えさせるとともに相手にわかりやすく説明する方法を考えさせる。その後、2人組で説明をさせ合う。

最後に、全体場で証明を発表させる（実際は時間の都合上、第2時に行った）。

IV. 結果と考察

1 結果

(1) 理解度

Quick Draw を取り入れた授業をくり返し行うにつれて、図形の性質を2人組で説明し合う場面において、仮定や既習事項を上手に用いて説明する様子が多く見られるようになってきた。また、生徒が書いた学習カードには、例えば、「みんなのイメージや考えを聞いているうちに証明に親しむことができ、証明しやすくなった」、「証明に移るときに Quick Draw で考えたことが使えて分かりやすかった」、「相手に説明するために、数学の用語を使って何度も頭の中でまとめ直すので、証明のときに役立った」というように、Quick Draw から始まる話し合いの場面を、証明に上手に活用する様子が現れてきた。

次に、事後テストとして三角形の合同条件を利用した証明問題、直角三角形の合同条件を利用した証明問題、三角形の合同条件を利用した証明の応用問題の3題を各5点の15点満点で出題し、実験クラスと統制クラスの得点の差を分析した。正規性の検定を行った結果、正規分布とみなせる（実験クラスは χ^2 値： $2.05 < \chi^2 (0.95) : 5.99$ 、統制クラスは χ^2 値： $2.12 < \chi^2 (0.95) : 5.99$ 、 $p < 0.05$) ので F 検定を行い、分散が等しいかどうかを検定した。その結果、分散が等しいことが分かった ($F (0.025) : 0.51 < F \text{ 値} : 1.62 < F (0.975) : 1.94$ 、 $p < 0.05$)。そこで、スチューデントの t 検定を行い、平均値の差を検定した。その結果、実験クラスと統制クラスの得点の差はないことが分かった ($t \text{ 値} : |-1.37| < t (0.975) : 1.99$ 、 $p < 0.05$)。さらに、事後テストの各問題について、実験クラスと統制クラスの得点の差を分析した。その結果、三角形の合同条件を利用した証明問題については、統制クラスより実験クラスの得点が高いことが分かった (マン・ホイットニ検定、同順位補正 Z 値： $|-2.04| > Z \text{ 値} : 1.96$ 、 $p < 0.05$)。

(2) 表現・コミュニケーション力

Quick Draw を取り入れた授業をくり返し行うにつれて、自分の考えを交流する場面において自信を

もって意見を述べたり、工夫しながら説明する様子が多く見られるようになってきた。また、生徒が書いた学習カードには、例えば、「お絵かき感覚やゲーム感覚で取り組めたので、最終的にはとても集中できていた」、「相手に正確に伝えられるように工夫することがとても楽しかった」、「Quick Draw をやるにつれて没頭して、他の人に伝えることが恥ずかしくなくなり、Quick Draw が好きになった」というように、Quick Draw を取り入れた授業にのめり込み、「分からなくてもイメージを交換し合えるので良かった」、「上手く相手に伝わったときや、きちんと理解できたときには達成感があった」というように、表現・コミュニケーション活動に参加することに満足していく様子が現れてきた。

次に、事後アンケートを行い、各項目の回答を「とてもよくあてはまる」を5点、「あてはまる」を4点、「どちらともいえない」を3点、「あてはまらない」を2点、「まったくあてはまらない」を1点として数量化し、実験クラスについて、事前アンケートから事後アンケートにかけての得点の差を分析した。平均値が0.3ポイント以上伸びている10項目について正規性の検定を行った結果、どの質問項目も正規分布とみなせないため、ウィルコクソン符号付順位和検定を行い、中央値の差を検定した。その結果、質問番号8、10、18、19の4項目は、事前アンケートから事後アンケートにかけて伸びたことが分かった（同順位補正Z値は表3、Z値：1.96、 $p < 0.05$ ）。さらに、統制クラスについて、事前アンケートから事後アンケートにかけての得点の差を分析した。平均値が0.3ポイント以上伸びている4項目について正規性の検定を行った結果、どの質問項目も正規分布とみなせないため、ウィルコクソン符号付順位和検定を行い、中央値の差を検定した。その結果、事前アンケートから事後アンケートにかけてどの項目にも伸びはなかった（同順位補正Z値は表4、Z値：1.96、 $p < 0.05$ ）。

表3 実験クラスの事前アンケートから事後アンケートの同順位補正Z値

質問番号	1	5	8	9	10	15	17	18	19	24
同順位補正Z値	1.21	1.17	2.34	1.89	2.54	1.51	1.42	2.43	2.00	1.58

表4 統制クラスの事前アンケートから事後アンケートの同順位補正Z値

質問番号	12	15	20	23
同順位補正Z値	0.97	1.90	1.11	1.58

2 考察

(1) 理解度

まず、授業をくり返し行うことで、話し合いや証明場面における説明の様相が変化していったことから、Quick Draw を取り入れた授業は、生徒の理解度に効果があったといえる。

次に、事後テストにおける実験クラスと統制クラスの得点の差はなかった。しかし、三角形の合同条件を利用した証明問題については、統制クラスより実験クラスの得点が高かったことを考慮すると、Quick Draw を取り入れた授業は、生徒の理解度にある程度の効果があったといえる。また、実践内容全体として効果が現れなかったことを考慮すると、Quick Draw を取り入れた授業における指導方法や提示する図などの教材について、今後検討していく必要があると考えられる。

(2) 表現・コミュニケーション力

まず、授業をくり返し行うことで、交流場面における説明の様相が変化していったことから、Quick Draw を取り入れた授業を継続して実践することによって、例えば、自信をもって意見を述べるなどのように、表現・コミュニケーション活動に参加することへの満足感を抱くような効果があるといえる。

次に、事前アンケートから事後アンケートにかけての得点の伸びについて、統制クラスはどの項目も伸びがなかったのに対して、実験クラスは4項目で伸びがあったことから、Quick Draw を取り入れた授業は通常の授業より効果があるといえる。さらに、実験クラスにおいて伸びがあった質問は、「説明や理由を考えることは楽しい」、「説明や理由を考えることは簡単である」、「話し合いをすることは楽しい」、「話し合いをすることは好きである」の4項目であった。したがって、Quick Draw を取り入れた授業を実践することによって、説明や理由を考えようとするようになり、話し合いをしようとする意識が向上したことが分かる。

V. 成果と課題

本研究の目的は、生徒の生きてはたらく数学力を培うために、生徒の表現・コミュニケーション力を向上させることにある。そのために、「内的表象を高めさせること」と「相手を意識させること」に重点において、Quick Draw を取り入れた授業を実践した。その結果、説明や理由を考えようとするようになり、話し合いをしようとする意識が高まり、生徒の理解度や表現・コミュニケーション力を向上させることができた。

今後の研究においては、Quick Draw を取り入れた授業の効用をさらに検討していくとともに、生徒の表現・コミュニケーション力を向上させるための様々な指導法を開発し、検証していくことが第一の課題である。また、生徒の表現・コミュニケーション力を向上させることと生きてはたらく数学力を培うことがどのように影響しあっているのか、2つの力の関係を明確にしていくことが第二の課題である。

引用・参考文献

- 石井眞治ほか、「明日を担う生基本を育てる数学科授業の考え方と実践」、広島大学附属東雲中学研究紀要『中学教育』、第33集、2001。
- 神原一之・岡田禎雄、「基礎・基本を育てる数学科授業の考え方と実践」、広島大学附属東雲中学研究紀要『中学教育』、第34集、2002。
- 神原一之・天野秀樹・植田敦三、「基礎・基本を育てる数学科授業の考え方と実践(2)－指導と評価の一体化を目指して－」、広島大学附属東雲中学校研究紀要『中学教育』、第35集、2003。
- 金本良通、『数学的コミュニケーション能力の育成』、明治図書、1998。
- ロバート・L・ハーシー、『数学力、これだけでできれば人生リッチ!』、プレジデント社、2002。
- 高田大進吉、『数学力をどう捉えるか』、数検JMAニュース、第25号、2001。
- Grayson H.Wheatley、『Quick Draw - Developing Spatial Sense in Mathematics -』、Florida State University、1996。

