広島大学附属中・高等学校研究紀要
〈第50号　2003〉

反射・屈折の法則を含む光の性質の数学的扱いについて

―フェルマーの原理に基づく光学的分野の考察―

河　野　芳　文

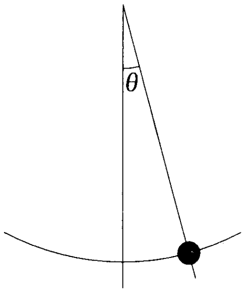
高等学校で学ぶ物理や化学の内容は豊富であり，学ぶ者に感動を与える法則・原理も多い。しかし，そのような法則や原理には何らかの制限が伴うことも多く，その制限が必要な理由が明示されていないことが多い。そこで，ここでは，光の反射や屈折の問題をできる限り数学的に扱い，スネルの法則が何を前提としてどのように導かれるのか等に考察を加えることにし，その教材化の取りくみについて報告する。

1．はじめに

物理を学んだ人の多くは，糸の長さ ℓ の振り子の周期は，振り子の振れ幅が小さいとき，

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

で与えられることを知っているが，何故振れ幅が小さくなければならないかまで理解している人は少ないであろう。



しかし，この問題を数学的に考察して行くと，振り子の振れ幅 θ が満たす微分方程式が非線形となること，したがって θ が十分小さいときには

$\sin\theta \fallingdotseq \theta$

と考えることにより線形の微分方程式に帰着させることができ，その解として上記の式が得られることが理解できる。こうした流れを理解していれば，「θ が十分小さいとき」との制限がつく理由が納得できる上，数学的考察の必要性とともに近似処理による公式利用の限界を知ることができる。

もちろん，ここで示した例は易しいものではなく，多くの高校生にとっては理解し難いものの１つであろう。しかし，だからといって何の説明もなく結果のみを示すのでは生徒にすっきりしない思いを残し，場合によっては理科離れを増やすことにもなりかねない。

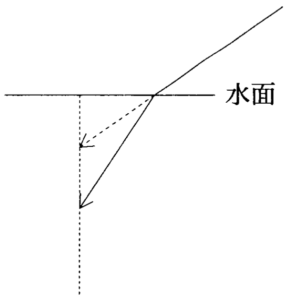
そこで，難しいものについては実験等による帰納的考察で対応するなどし，いくつかの可能な場面で数学的考察を加えて法則や原理の数学的導出法を示すのが有益であろう。

後者のような例として，光学における反射，屈折の法則のフェルマーの原理に基づく数学的証明とその鏡像，レンズの公式への応用が考えられる。

そこで，以下においてこの光学分野の入門的部分について考察し，その教材化について取りくんでみたい。

2．フェルマーの原理と光の反射・屈折の法則

かつて物理学者は光の粒子説と光の波動説について争い，長い対立が続いたが，1850年に Foucalt が水中での光速測定に成功するとともに波動説の優位性が認められ，粒子説は影をひそめることになった。それは，光が粒子であれば水中に入ろうとする光の粒子が水面で鉛直方向の力を受け，水中での速度を落とすはずであるのに，逆に水中の鉛直方向の速度を増すことになるからである。



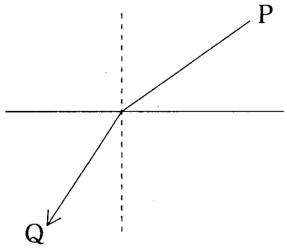
しかし，その後の研究により，光の粒子性と波動性の双方が認められるに到っている。

ところで，Foucalt は精密な測定により，真空中の光速が c_0 である光は，絶対屈折率 n の媒質中では

$$c = \frac{c_0}{n}$$

の光速になることを発見した。

さらに，フェルマーは「光が１点Ｐから他の点Ｑに向かうときには，時間が最小（正しくは停留値）になる道に沿って進む」との原理が存在することを主張した。

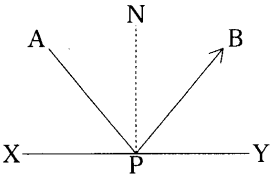


以上の２つの事柄を認めると，次の反射・屈折に

Mathematical Treatment of the Laws of Reflection and Refraction for Light Beams
– A Study of Introductory Optics Based on Fermat's Principle –
Yoshifumi KOHNO

関する性質を数学的に証明することができる。

定理１　右の図のように異なる媒質が面ＸＹで接しているとき，

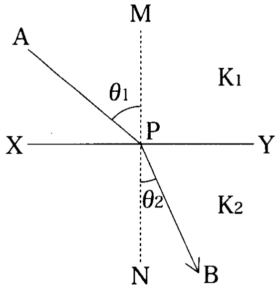


１）点Ａから出た光が境界面上の点Ｐで反射して点Ｂに達するとき，Ｐにおける境界面 XY の法線をを NP とすれば，

平面 APB ⊥境界面 XY，∠ APN ＝∠ BPN

が成り立つ。

２）媒質 K_1 内の点Ａから出た光が境界面上の点Ｐで屈折して媒質 K_2 内の点Ｂに達するとする。点Ｐにおける境界面 XY の法線を MN とし，∠ APM ＝ θ_1，∠ BPN ＝ θ_2，媒質 K_1 の絶対屈折率を n_1，媒質 K_2 の絶対屈折率を n_2 とすれば，



平面APB ⊥境界面 XY，$\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\dfrac{n_2}{n_1}$

が成り立つ。

◯１）２点Ａ，Ｂを通り，境界面 XY に垂直な平面と境界面 XY の交線を ℓ とし，Ｐから ℓ に下した垂線の足を P' とする。このとき，P ≠ P' とすれば，△ APP'，△ BPP' はそれぞれ

∠ AP'P ＝ 90°

∠ BP'P ＝ 90°

の直角三角形であり，

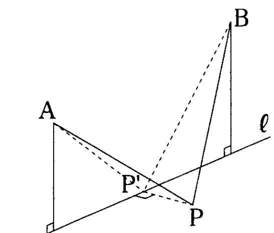
AP' ＜ AP，BP' ＜ BP

が成り立つ。従って

AP' ＋ P'B ＜ AP ＋ PB

となり，フェルマーの原理に反する。

∴　P ＝ P'



すなわち，平面 APB ⊥境界面ＸＹ，

次に，点Ｂの境界面 XY に関する対称点を B' とし，BB' と境界面 XY との交点を H，AB' と境界面 XY との交点を P'' とする。

このとき，もしＰ≠ P'' とすれば，

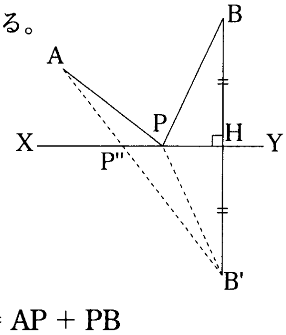
△ PBH ≡△ PB'H

より，PB ＝ PB'，P''B ＝ P''B' であるから，

AP'' ＋ P''B ＝ AP'' ＋ P''B'

＝ AB'

＜ AP ＋ PB' ＝ AP ＋ PB



これは，フェルマーの原理に反する。

∴　P ＝ P''

このとき，３点Ａ，P，B' は一直線上にあるから AP，BP が境界面 XY となす角は等しい。

したがって，境界面 XY 上の点Ｐにおける法線を NP とすれば，

∠ APN ＝∠ BPN

すなわち，入射角と反射角は等しい

２）平面 APB ⊥境界面 XY であることの証明は，１）の前半と同様である。そこで，後半を証明する。まず，簡単のために

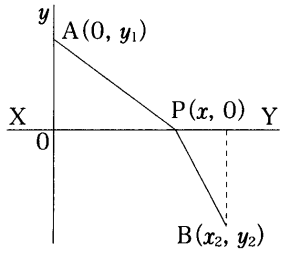
$$c_1=\frac{c_0}{n_1},\ c_2=\frac{c_0}{n_2}$$

とおく。また，平面 APB と境界面 XY の交線を x 軸，Ａを通り境界面 XY に垂直な直線を y 軸にとり，

Ａ（０, y_1），Ｐ（x，０），

Ｂ（x_2，y_2）

とおく。このとき，光が点Ａから点Ｂまで行くのに要する時間を t とすれば，



$$t=\frac{\sqrt{x^2+y_1^2}}{c_1}+\frac{\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}{c_2}$$

のように，t は x の関数となる。このとき

$$\frac{dt}{dx}=\frac{x}{c_1\sqrt{x^2+y_1^2}}+\frac{x-x_2}{c_2\sqrt{(x^2-x_2)^2+y_2^2}}$$

$$=\frac{c_2x\sqrt{(x-x_2)^2+y_2^2}+c_1(x-x_2)\sqrt{x^2+y_1^2}}{c_1c_2\sqrt{(x^2+y_1^2)(x^2-2x_2x+x_2^2+y_2^2)}}$$

であるから，

$$\frac{dt}{dx}=0 \Leftrightarrow \frac{c_1}{c_2}=\frac{x\sqrt{(x-x_2)^2+y_2^2}}{(x_2-x)\sqrt{x^2+y_1^2}}$$

ここで，$y_1>0$，$y_2<0$ であり，

$$\sin\theta_1=\frac{x}{\sqrt{x^2+y_1^2}},\ \sin\theta_2=\frac{x_2-x}{\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}$$

であるから，

$$\Leftrightarrow \frac{c_1}{c_2}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

$\dfrac{dt}{dx}=0$ をみたす x の値を x_0 とすると，関数 t の増減表は次のようになる。

x	0		x_0		x_2
$\frac{dt}{dx}$		−	0	＋	
x		↘	極小	↗	

したがって，t は $x=x_0$ のとき，すなわち，

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{n_2}{n_1}$$

のとき，最小となる。

（証明終）

（注）

$n=\dfrac{n_2}{n_1}$を媒質K_2の媒質K_1に対する屈折率といい，

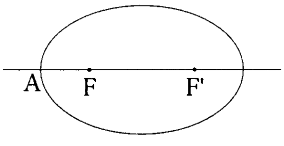
$$n=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

が成り立つという屈折の性質を“スネルの法則”と呼ぶ。

なお，光は波であるから，定理の主張は次のホイヘンスの原理からも説明することができる。

「ある瞬間の波面の各点から素元波が出てその媒質中の速さで広がるが，その波の進む前方でそれらに共通に接する波面ができる。これが次の瞬間の波面である。」

（例題１）右の図のように２点F，F' を焦点とする楕円があるとき，これを直線FF' のまわりに一回転させると楕円面ができる。この楕円面の内側を鏡にした状態を考えてみよう。



もとの楕円の長軸半径をaとするとき，Fから出た光は点Aで反射してF' に達するが，

$$FA + AF' = 2a$$

であるから光路は$2a$である。また，Fから出た光がある点Pにある鏡で反射してF' に達するとすれば、フェルマーの原理より$FP + PF' = 2a$でなければならず，従って点Pは楕円面上にある。一方，楕円面上の任意の点Pについても

$$FP + PF' = 2a$$

が成り立つから，フェルマーの原理より，F→P→F' も光の進路の１つとなりうる。つまり，楕円面は各点Pでの小さな鏡を張り合わせてできる曲面と考えられる。

これらは，点Fを出た光は楕円面上の１点Pで反射した後，必ずF' を通過することを意味し，従って，点Fに強い熱源があれば，点F' にある物体は強い熱を受ける。こうしたことから，F，F' を焦点と呼ぶのである。（終）

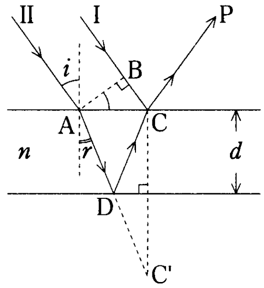
この例題は，次の数学的事実の成立を主張している。

“２点F，F' を焦点とする楕円上に１点Pをとるとき，点Pにおける楕円の法線は∠FPF' を二等分する”

大切なことは，例題におけるような物理的考察が数学的性質の発見を示唆してくれることである。

（問）上の数学的事実を，楕円$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ について証明せよ。$(a>0,\ b>0)$

〈薄膜による干渉〉



次に，定理の結果を〈薄膜による光の干渉〉に利用してみよう。これは，石けん膜や，水面に垂らした油でできる膜が美しく色づいて見える現象に関わる事柄である。

入射角iで，屈折率n（$n>1$），厚さdの薄膜に入射する平行線があり，点Aで屈折し膜の底面Dで反射した後点Cから出てくる光と入射角上の点Cで反射する光が干渉する様子を調べてみよう。

この場合，屈折による光波の位相のずれはないが，屈折率の小さい媒質中を通る光波が屈折率の大きい媒質と接する面で反射するときには半波長の位相のずれが生じる（逆の場合はない）ことを注意しておかねばならない。

まず，

$$AD + DC = AC' = \frac{2d}{\cos r}$$

$$BC = AC\sin i = AC'\sin r\cdot\sin i = \frac{2d}{\cos r}\sin r\cdot\sin i$$

であるが，真空中の光波の波長をλとすれば薄膜中の光速は$\dfrac{c_0}{n}$，波長も$\dfrac{\lambda}{n}$になっていることから，点Cでの光路差は

$$nAC' - BC = \frac{2d}{\cos r}\left(n-\frac{\sin i}{\sin r}\cdot\sin^2 r\right)$$

$$=\frac{2nd}{\cos r}\left(1-\sin^2 r\right)=2nd\cos r$$

であるとしてよい。

これに，点Cで反射する光の波長が半波長ずれることを加味すれば

i）$2nd\cos r=\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$（$k\geqq 0$ ：整数）のとき

Ⅰ，Ⅱの光は強め合って明るくなる。

ii）$2nd\cos r=k\lambda$（$k\geqq 0$ ：整数）のとき

Ⅰ，Ⅱの光は打ち消し合って暗くなる。

したがって，薄膜にいろいろな角度の光が当たるとrが変わることにより明暗の縞が見えることになる。しかも，白色光の中に含まれる様々な色の光線の波長が異なること，あるいは薄膜の厚さが微妙に変化することから，シャボン玉や石油膜が様々な色模様を見せてくれることが了解される。

この原理は，大きな平凸レンズを平面ガラスにの

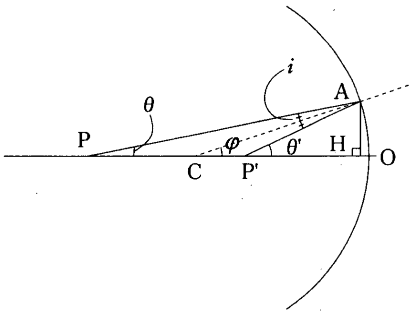
せたときに見られるニュートン環にも適用できる。

〈鏡とレンズ〉

次に，近似的処理を必要とする鏡とレンズの問題について考えてみよう。

1）球面鏡

点Pから出た光が半径Rの凹面鏡(球面の中心C)上の点Aで反射し，直線PC上の点P'を通るものとする。



今，OP＝a，OP'＝b，OH＝x，AH＝hとおくと，三平方の定理より

$$(R-x)^2+h^2=R^2\ (\leftarrow \mathrm{CH}^2+\mathrm{AH}^2=\mathrm{CA}^2 \text{より})$$

$$\therefore\ h^2=(2R-x)x$$

よって，

$$\mathrm{AP}+\mathrm{AP'}=\sqrt{(a-x)^2+h^2}+\sqrt{(b-x)^2+h^2}$$

$$=\sqrt{a^2+2(R-a)x}+\sqrt{b^2+2(R-b)x}$$

Pを出て球面上の点で折り返し，P'に達する光路のうち，点Aで反射するものが最短であるから，

$$\frac{d}{dx}(\mathrm{AP}+\mathrm{AP'})$$

$$=\frac{-a+R}{\sqrt{a^2+2(R-a)x}}+\frac{-b+R}{\sqrt{b^2+2(R-b)x}}$$

$$=0$$

したがって，xがa，b，Rに較べて十分小さいとき，すなわちθが十分小さいとき，近似的に

$$\frac{-a+R}{a}+\frac{-b+R}{b}=0 \quad \text{すなわち，}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}$$

が成り立つ。そこで$\frac{R}{2}=f$とおけば，

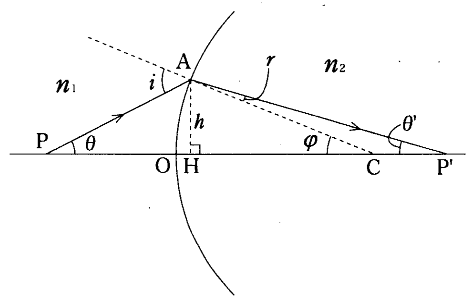
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

この式において，$a\to\infty$とすれば$b\to f$であるから，軸OCに近い光線が遠くからくる場合，OP'＝fと考えられる。このため，fを焦点距離という。

2）球面による屈折

図のように，半径Rの球面を境にして屈折率n_1，n_2の媒質が接している。

軸上の点Pから出た光が境界面上の点Aで屈折し，直線PC上の点P'を通るとき，



OP＝a，OP'＝b，CA＝R，左右の媒質の絶対屈折率をn_1，n_2として，これらの文字の間に成り立つ関係式を求めてみよう。

まず，屈折の法則により，$\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{n_2}{n_1}$であるが，

$i=\theta+\varphi$，$r=\varphi-\theta'$，

であるから，$\dfrac{n_2}{n_1}=n$とおくと，

$$\sin(\theta+\varphi)=n\sin(\varphi-\theta')$$

OH＝xとおいて，加法定理を利用すると

$$\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta\sin\varphi=n(\sin\varphi\cos\theta'-\cos\varphi\sin\theta')$$

より

$$\frac{h}{\sqrt{(a+x)^2+h^2}}\frac{R-x}{R}+\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2+h^2}}\cdot\frac{h}{R}$$

$$=n\left\{\frac{h}{R}\cdot\frac{b-x}{\sqrt{(b-x)^2+h^2}}-\frac{R-x}{R}\cdot\frac{h}{\sqrt{(b-x)^2+h^2}}\right\}$$

ここで，円Cに方べきの定理を用いると

$$h^2=x(2R-x)$$

であるから

$$\frac{h}{\sqrt{a^2+2(a+R)x}}\cdot\frac{R-x}{R}+\frac{a+x}{\sqrt{a^2+2(a+R)x}}\cdot\frac{h}{R}$$

$$=n\left\{\frac{h}{R}\cdot\frac{b-x}{\sqrt{b^2+2(R-b)x}}-\frac{R-x}{R}\cdot\frac{h}{\sqrt{b^2+2(R-b)x}}\right\}$$

したがって，xがa，b，Rに比べて十分小さいとき，近似的に，

$$\frac{R}{a}+1=n\left(1-\frac{R}{b}\right)$$

が成り立つ。

$$\therefore\ \frac{1}{a}+\frac{n}{b}=\frac{n-1}{R}$$

両辺をn_1倍して

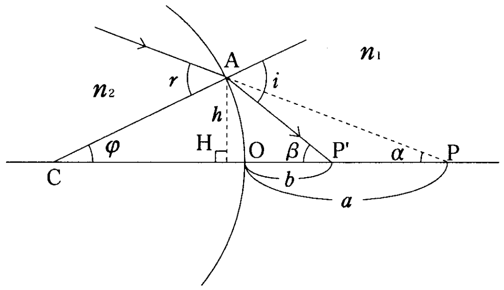
$$\frac{n_1}{a}+\frac{n_2}{b}=\frac{n_2-n_1}{R} \qquad \text{———①}$$

を得る。

同様に，次の図のような場面について考える。

OC＝R，

$\mathrm{OH} = x$,
$\mathrm{OP} = a$,
$\mathrm{OP'} = b$,
とすると，



$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_2}{n_1},\ r=\varphi+\alpha,\ i=\varphi+\beta$$

であるから，

$$n_1\sin(\varphi+\beta)=n_2\sin(\varphi+\alpha)$$

より，

$$n_1(\sin\varphi\cos\beta+\cos\varphi\sin\beta)$$
$$=n_2(\sin\varphi\cos\alpha+\cos\varphi\sin\alpha)$$

よって

$$n_1\left\{\frac{h}{R}\cdot\frac{b+x}{\sqrt{(b+x)^2+h^2}}+\frac{R-x}{R}\cdot\frac{h}{\sqrt{(b+x)^2+h^2}}\right\}$$
$$=n_2\left\{\frac{h}{R}\cdot\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2+h^2}}+\frac{R-x}{R}\cdot\frac{h}{\sqrt{(a+x)^2+h^2}}\right\}$$

方べきの定理より，$h^2=x(2R-x)$ であるから，

$$n_1\left\{\frac{b+x}{\sqrt{b^2+2(b+R)x}}+\frac{R-x}{\sqrt{b^2+2(b+R)x}}\right\}$$
$$=n_2\left\{\frac{a+x}{\sqrt{a^2+2(a+R)x}}+\frac{R-x}{\sqrt{a^2+2(a+R)x}}\right\}$$

ここで，x が a，b，R に比べて十分小さいとすると，近似的に

$$n_1\left(1+\frac{R}{b}\right)=n_2\left(1+\frac{R}{a}\right),\ \text{すなわち}$$

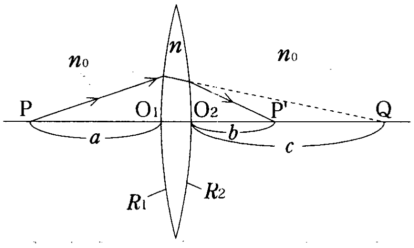
$$\frac{n_2}{a}-\frac{n_1}{b}=\frac{n_1-n_2}{R} \quad \text{———②}$$

が成り立つ。

3）薄い凸レンズによる結像

ここでは，レンズの両面の球面半径がそれぞれ R_1，R_2 である薄い凸レンズについて考える。

まず，$\mathrm{O_1}$ の球面（球面半径は R_1）の右側がすべて屈折率 n の媒質であるとして，点Pを出した光が点Qに結像するとする。



このとき，2）の前半の議論により，近似的に

$$\frac{n_0}{a}+\frac{n}{c}=\frac{n-n_0}{R_1} \quad \text{———③}$$

が成り立つ。

次に，$\mathrm{O_2}$ の球面（球面半径は R_2）の左側がすべて屈折率 n の媒質であるとして，Qに向かう光が屈折して点P' に結像するとすれば，2）の後半の議論により，$\mathrm{O_1O_2} = d$ として近似的に

$$\frac{n}{c+d}-\frac{n_0}{b+d}=\frac{n_0-n}{R_2} \quad \text{———④}$$

が成り立つ。レンズは薄いから，$d = 0$ とみなして③式から④式を引くと

$$\frac{n_0}{a}+\frac{n_0}{b}=(n-n_0)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

を得る。

そこで，

$$f=\frac{n_0R_1R_2}{(n-n_0)(R_1+R_2)}$$

とおくと，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \quad \text{———⑤}$$

を得る。これが薄レンズの結像の公式である。

なお，この公式で $a\to\infty$ とすれば $b\to f$ を得るから，軸に平行な光線が入射すれば，$\mathrm{OP'} = f$ となる。太陽光線で考えると，この点P' で紙が焦げることから，$\mathrm{OP'} = f$ となる点P' を焦点と呼ぶ。

以上の議論により，公式⑤を使うときには，光線は近軸光線，レンズは薄レンズでなければならないことが了解される。

3．授業の実践

光の反射・屈折の法則がフーコーの光速についての公式とフェルマーの原理から導かれることは，よく知られている事実といえる。

しかし，その扱いには微分を用いることもあり，必ずしも物理の授業で実行されているとはいえないであろう。（もちろん，ホイエンスの原理からも導けるのではあるが。）

そこで，こうした性質を総合学習の一教材として2つの性質・原理から数学的に導くことにし，物理的性質の導出に数学があるいは数学的考察が有効であることを見せてみたいと考えた。

全体の流れは，次のように行うことにした。

まず，先人による光速測定の研究をふまえて，フーコーが実験室内で使える光速測定の実験装置を発明したこと，こうした装置開発の意義と光速測定による光の波動性の根拠確立の意義に触れるとともに，

フェルマーによる光路に関する卓越した見解を紹介する。

次いで，この２人の発見あるいは原理に基づいて，光が直進すること，反射・屈折の法則が導ける様子を数学的に証明する。

更に，導かれた性質を利用して凹面鏡での結像公式，球面で接する２媒質をまたがって進む光線での結像公式を求め，最後に薄レンズでの結像公式へと進む。この部分では三角関数等が多く登場するため方程式を解くのが困難であり，単純化して処理するため，近似処理を行う。したがって，光線が近軸光線であり，レンズは薄レンズ等の制限が伴う。

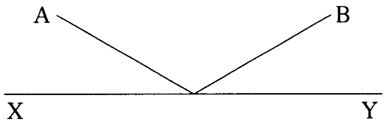
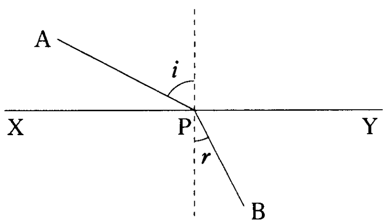
以上の流れで行う場合，導入的部分に１時間，反射・屈折の法則に１時間，その応用に２時間が必要であろう。

次に示すものは，反射・屈折の法則の数学的証明の部分に関する指導案である。

題　　目：反射・屈折の法則とその応用―フェルマーの原理を踏まえた数学的扱い―

本時の目標：フーコーによって発見された光速と屈折率の関係，光路に関するフェルマーの原理から，反射・屈折の法則が導けることを理解させる。

本時の指導過程

学習内容	指導過程・学習活動	評価の観点・指導上の留意点
(導　入) 前提となる 事項の説明	・フーコーは，1850年に実験室内で光速 c_0 の測定に成功し，さらに屈折率 n の媒質中で $c=\frac{c_0}{n}$ の光速となることを発見した。 ・フェルマーは，「２点を結ぶ光路は要する時間が最小となるようになる。」と主張した。	・生徒の求めに応じて，測定法の仕組みを説明する。(関心・意欲)
(展　開) 反射の法則	課題１．ＸＹを境界面として，点Ａから出た光がＸＹで反射して点Ｂに達するとき，入射角と反射角は等しいことを示せ。	
	・フェルマーの原理から，反射点Ｎがどこにくればよいか考えさせる。 ・生徒に答えさせるが，難しいならＸＹに関する点Ｂの対称点を考えるよう促す。 ・点Ｎの位置がわかれば，作図法から反射の法則が成り立つことを発見させる。	・課題の意味が把握できているか。 ・点Ｂの対称点が考えられるか。 (見方・考え方) 
屈折の法則	課題２．屈折率 n_1 の媒質中の点Ａから境界ＸＹを越えて屈折率 n_2 の媒質中の点Ｂに達する光の経路を考える。屈折点Ｐにおける入射角 i と屈折角 r の正弦の比を n_1，n_2 で表せ。	
	・Ａ (0，y_1)，Ｂ (x_1，y_2)，Ｐ (x，0) とおき，点Ａから点Ｂまで光が進むのにかかる時間を求めさせる。 ・かかる時間の最小値を求める方法をしばらく考えさせ，気付かなければ微分して考えさせる。	・座標で考えられるか。(見方・考え方) ・微分を使って解こうとしているか。 (関心・意欲)
(ま と め)	・屈折の法則を答えさせる。 ・反射・屈折の法則がフェルマーの原理から導かれることを理解させる。	・次時の予告をする。
(備　　考)	高等学校　改訂版「数学Ⅱ」(第一学習社) チャート式　新物理ⅠＢ・Ⅱ (数研出版) 三訂版　物理学　(裳華房)	

4．反省と課題

導入部分の物理的内容に関しては指導者が専門外のことでもあり，ていねいに調べ，ゆっくり分かりやすく説明することができた。そのため，生徒も静かに聞き，理解に努めてくれた。

しかし，続く反射・屈折の法則の説明では，反射の法則の説明には多くの者が頷いていたものの屈折の法則の部分では，無理関数・有理関数の扱いに慣れていないこともあり，理解できた者は半数程度しかいなかった。この点，事前に無理関数，分数関数の微分あるいは合成関数の微分についての指導をしておくべきであったと反省している。その意味では，高３の理系を対象とすべきであったかも知れない。

また，反射・屈折の法則の応用に関する部分では近似的処理が多いため，何かすっきりしないものが残りがちである。この点を意識して，指導する側としてはできる限り近似の回数を減らし，自然な処理になるようにと考え，球面で屈折する光線に関しては通常の物理教科書（大学生用）とは異なる扱いを試みた。この方法については賛否両論があるであろうが，少なくとも数学を仕事とする者には理解しやすくなっていると思われる。（近似処理がうまく使える人には繁雑なだけかも知れない。）

しかしながら，近似処理は高校２年生には分かりにくいものであり，一部の物理選択者にのみ使用可能な教材となったきらいがある。物理を履修していない生徒には，未修との思いが強く，近似以前に少し尻ごみしてしまうとの声が聞かれた点も気になるところである。

この点について，可能ならばすべての生徒が物理，化学，生物，地学に触れることができるよう希望する。そうすることでバランスのとれた理科の教養が身につけられるし，幾分かでも理科の苦手分野解消に力となるのではと感じたからである。

以上の諸点について，今後検討・改善を加えて，より良いものにして行きたいと考えている。

〈参考文献〉

1）金原寿郎編「基礎物理学上，下」
裳華房　昭和48年，49年
2）小出昭一郎著「三訂版　物理学」
裳華房　2001年
3）後藤憲一他編「基礎物理学Ｉ，Ⅱ」
共立出版　1986年，1987年
4）杉浦光夫著「解析入門Ｉ，Ⅱ」
1990年，1994年
5）溝畑　茂著「数学解析上，下」
朝倉書店　昭和58年，59年