広島大学　学部・附属学校共同研究機構研究紀要
〈第35号　2007.3〉

算数学習における理解過程に関する研究（Ⅶ）

—第１学年「繰り上がりのあるたし算」における計算の意味理解を中心に—

今村　孝子　　小山　正孝　　中原　忠男　　礒部　年晃
榎野　　純
（協力者）今井　一仁　　阿部　好貴　　真野　祐輔

１．目的と方法

本研究は，算数学習における子どもの理解過程を，理論的・実証的に解明しようとするものである。これまでの数学の理解過程に関する研究[1),2)]によって，数学的概念や原理・法則などを理解するということは，本質的には，個々の子どもの心的活動であり，複雑で力動的な過程であるが，他方では，教室で行われる算数学習においては，子どもの理解過程はその子どもと教師，子ども同士の社会的相互作用の影響を受けることが明らかになってきている。そこで，本研究では，算数学習における理解過程を，これら個人的側面と社会的側面の両方を視野に入れて解明することを目的とする。

そのために，まず本研究の第１報[3)]では，理論的研究として，小山が構築した数学理解の２軸過程モデルについて，このモデルの根底にあるパラダイムや認識論と，数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性を，文献解釈的方法によって再検討した。そして，第２報4)では，その実証的研究として，「図形」領域の学習において，小学校第２学年の子どもが三角形や四角形の概念を学習する際の理解過程に焦点を当て，事前調査，授業実践，事後調査を通して，これらの図形についての子どもの理解過程を実証的に解明した。また，第３報[5)]では，「量と測定」領域の授業実践を通して，小学校第５学年の子どもが台形の面積の求め方を学習する際の理解過程を実証的に明らかにした。さらに，第４報[6)]では，「数と計算」領域の授業実践を通して，小学校第５学年の子どもが分数と小数，整数の包摂関係を学習する際の理解過程を実証的に解明した。第５報[7)]では「量と測定」領域における理解過程について，第３学年「重さ」の概念形成を中心に解明した。そして第６報[8)]では，「数と計算」領域において，第１学年「ひきざん」の概念形成について，きまりを見つけ活用していく際の理解過程に焦点をあて解明してきた。

そこで，本研究の第７報である本稿では，これまでの研究成果をもとに，小学校第１学年の子どもが「繰り上がりのあるたし算」の学習において，和と式の関係をいかに理解するか，その理解過程を実証的に解明することを目的とする。

２．授業の計画

(1)　計画の概要

【授業学年】　広島大学附属小学校　２部１年
（男子20名　女子20名　計40名）

①　単元名　たしざん（２）

②　単元目標

○具体物を用いたりして，進んで繰り上がりのある加法の計算の方法を考え，計算をしようとする。

○既習の加法や，10のかたまりの考え方をもとにして，繰り上がりのある計算のしかたを工夫して考えることができる。

○（１位数）＋（１位数）の加法で，繰り上がりのある計算が正しくできる。

○（１位数）＋（１位数）の加法で，繰り上がりのある計算の意味やその方法を理解できる。

③　指導計画（全13時間）

第１次　くりあがりのあるたしざん・・・７
第２次　くりあがりのあるたしざん
　　のれんしゅう・・・・・・・・・・・３
第３次　けいさんげえむ・・・１（本時）
第４次　けいさんれんしゅう・・・・・・２

Takako Imamura, Masataka Koyama, Tadao Nakahara, Toshiaki Isobe, Jun Eno, Kazuhito Imai, Yoshitaka Abe, Yuusuke Shinno: Research on the process of understanding in elementary school mathematics learning (Ⅶ)－Focusing on first graders' understanding of subtraction－

(2)　事前検討

①　教材分析

本単元では，和が10より大きい数になる繰り上がりのある加法の計算について，既習の繰り上がりのない加法の計算原理をもとに，繰り上がりのある加法の計算のしかたを考え，計算が確実にできるようにすることがねらいである。

加法について，児童は，「たしざん（1）」において，和が10以下の１位数同士の加法について学習してきている。本単元では，それらの既習内容をもとに加法の用いられる範囲を拡張するとともに，繰り上がりの計算のしかたを確実に理解できるようにする。

今回の実践的研究では，和が一定の式を筋道立てて説明する場を設定する。このことにより第１学年の児童が，計算の仕組みをどのように理解していくのかを明らかにしたい。また，単なる計算の仕組みとして解明するだけではなく，学習したことを活用する場を設定し，考えを確かめたり，表現したりする中で，子どもは加法の計算を柔軟にとらえることができ，加法の意味理解はより深まっていくことを実証したい。

本単元では，繰り上がりのあるたし算の和に着目させ，和が17，18になる計算のカードはなぜ枚数が少ないのかを明らかにしていく。ここでは，同じ和になる計算を，加数と被加数の関係から関連づけて考察する。また，和の違いをできる式の数の関係から考察する。具体的には，和が18，17と１つ少なくなる度に，計算の種類が１つ少なくなることに着目して，和が18の計算はどうして他の種類がないのかを明らかにしていく。この場を通して，見つけたきまりをもとに，計算の仕組みを考察する。そのことにより，繰り上がりのあるたし算の式の理解を深めることができると考える。

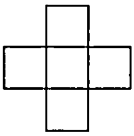
②　児童の実態

本学級の児童は，これまで加法や減法の意味については，具体物を用いたり，全身を使って表現したりすることを通してほぼ理解できている。繰り上がりのない計算については，どの子も習熟している。また，繰り上がりのない加法や減法の計算の仕組みについて考える中で，きまりを見つけることに意欲的な子どもが多かった。具体的には，数の並びに着目して，関連づけてとらえ，「５－２＝３」は「５＝２＋３」にも変えられると，式を柔軟にとらえ，たし算とひき算の相互関係を明らかにすることができた。

このような児童の実態を生かし，本単元では，繰り上がりのある加法の計算のしかたをきまりをもとに考させることで，低学年から数や式を関数的にみる見方も養っていく。

３．理解過程を重視した授業の構想

これらの事前検討を受けて，①で述べたように，子どもの表現を重視した授業展開を考えていく必要がある。そのためには，本単元で学習する繰り上がりのあるたし算の計算の仕組みをもとにして，さらに数の構成や計算の意味理解を深化・発展できるようにする。ここでは，和と計算カードの枚数の関係を関連づけて考えることができる学習課題を設定することが重要となる。和と枚数の関係を児童自らが追究したくなる課題を生み出す場として，教材「じゅうじびんごげえむ」を開発する。これは，図１のような十字型の５マスの欄に，繰り上がりのあるたし算の答えの中から５つの数字を前もって書き入れておき，ランダムに計算カードを引いてその答えでビンゴを行うゲームである。５個の数字を選ぶため，児童が計算の答えを予想する必然が生まれる。また，カードを並べて比較すると，どのような数がよく出て，どの数があまりでないのかということが明らかになる。このようにゲームを行うことで，同じ和になる加法の式に着目させることができると考えられる。



【図１】

はじめは，大きい答えから順に欄を数字で埋めるといいと考えたり，どの数字でもいいと考えたりする児童もいると予想される。このゲームの結果から，自分の選んだ和が大きいカードは出にくいのはなぜだろうという疑問が生まれてくる。その疑問を追究していく中で，繰り上がりのある加法の仕組みの理解が深められていく。

次の点に着目して授業づくりを行っていくことで，子どもの理解過程を大切にした授業づくりを行うことができると考える。

課題の提示と課題追究の場の工夫

４．第１学年「たし算（2）」における授業の実際と考察

(1)　本時（第３次）の実際と考察

＜本時の目標＞

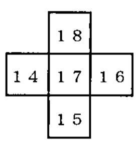
繰り上がりのある加法の計算において，和が同じになるたし算の式に関心を持ち，きまりを見つけ，繰り上がりのあるたし算の仕組みを理解することができる。

＜観点別評価基準＞

○関心・意欲・態度

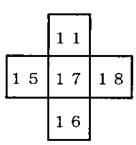
和が同じたし算の仕組みに関心を持ち，その理由を

考えようとする。
○数学的な考え方
答えと被加数の関係に着目して，和が同じたし算のきまりを考えることができる。
○表現・処理
被加数と加数の大きさを考えながら，繰り上がりのある計算をすることができる。
○知識・理解
繰り上がりのある加法の式を比較して，被加数と加数と答えの関係が分かる。
<本時の授業の流れ>
[課題の意識化]
まず，ビンゴゲームの説明と約束の確認をした後，枠の中に11から18までの任意の数を書かせゲームを行った。実際にゲームを行うと，16, 13, 11, 14, 15, 18, 16, 12, 14といった数が教師の予想に反して出た。しかし，17だけが出なかったという結果をもとに話し合うことで，本時の学習課題が意識された。児童A（抽出児CA）は，17を入れたためにビンゴにはなっていない。
T　ビンゴにならなかった人は，どんな数を書いたのかな。
C　（図2）
C　やっぱり。
C　同じ。
CA　1個違い。
T　惜しかったね，あと1個だったのにね。
（CA　ぼくもあと1個。17。）



【図2】

T　ほかにできなかった人はどんな人がいる？
C　一番上が11で，真ん中が17で一番下が16で，左が15で，右が18です。（図3）
T　あら，また17が出なかったんだね。
（CA　はい。）



【図3】

C　17のせいだ。
T　（ビンゴにならなかったのは）17が出なかったからだよね。なんで17が出ないのかなあ。
C　運が悪いからだと思うな。
C　先生がカードをなくした。

> ※　ビンゴゲームの結果を提示して比較することで，和が17になるカードが出ないことがビンゴにならなかった原因であることが児童Aに強く意識されている。しかし，この時点では，結果のみに着目するだけで終わっている。児童だけでは，なぜ17は出ないのだろうかという根拠を探ろうとする疑問へと結びついてはいない。17になるカードが出なかったのはなぜかという教師の発問によって，はじめて本時の学習課題が意識化された。

[操作化]
この段階は，和が17になるたしざんを追究する段階である。予想を立て，実際にカードを調べる中で，和が17になるカードは2枚しかないことを確認する。
T　17のカードは入っていないの？探してみてあげるけど，答えが17になるカードって何でしょう。
C　9＋8。
C　19－2。
C　ひき算カードは入っていません。
C　8＋9です。
C　10＋7です。
C　でも出てこない。
T　どうして出てこないの。
C　だって計算カードの中にはありません。
CA　この計算カードの中には一桁の数字しかないからです。しかも，9より上なのは答えだけです。

> ※　ここで，児童Aは，本時で扱っている加法では，9より上なのは答えだけだと，1位数同士の加法に限定されることは理解できている。しかし，和が17になる式については語っていない。

T　もうないの？
C　あります。
T　カードをめくって探してもいいよ。
C　あった。
C　9＋8です。
C　同じです。
C　反対にしただけです。
（CA　反対にしても答えが一緒ということは・・・）

> ※　児童Aは，2枚のカードを比較して，加数と被加数が逆になっているという意見に対して，自分なりに，加数と被加数を逆にしても答えは同じということを繰り返して，自分に意味を問いかけて理解しようとしている。

C　たし算じゃないんだけど，ほかにもあります。
T　たしざんの学習だから，たしざんだけにしてください。

> ※　この時，児童Aは「19－2なんてことはない

よねえ。」とつぶやく。ひき算の方は17になる式を簡単に見つけている。このことから，繰り上がりのあるたし算の計算は，児童Aにとって理解することが困難であることが分かる。

C　もうない。
T　2枚しかないの？
(CA　1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9)

※　児童Aは，2枚しかないことに対して，反対したいが思いつかないため計算の羅列をしている。しかし，この発言が，次の児童の，3口のたしざんというアイデアを生み出すもとになっている。

C　1＋2＋14。
T　（この2枚かどうか）確かめてみるよ。この2枚が入ってなかったらどうしよう。
CA　先生のミス。
C　みんなに笑われるよ。
C　17，あった，あった，あった。
C　11，11，･･･12，12，15，17。
C　あった，1個だけじゃない。
C　11，12，12，12，12，15，17。
C　でも，2枚しかない。
CA　なんで当たらなかったのか分かった。
CA　ちゃんと分かった。
CA　えっと，2枚しかないということは，当たる確率も下がるわけだから，2枚しかないのはたまたま運で偶然に当たるだけです。
T　納得ですか。みんな。
C　やっぱり，答えが17のカードは少ないから当たらないと思います。
(CA　ぼくと同じ意見だ。)

※　この時点で，児童Aは，全部のカードの答えを1枚ずつ調べた結果，和が17のカードは2枚しかないことを理解することができ，自分のビンゴができなかった理由がはじめて納得できている。また，友達の意見を聞き，同じ意見であることを確認している。

※　全部のカードの答えを1枚ずつ調べた結果，和が17のカードは2枚しかないことを理解でき，自分のビンゴができなかった理由がはじめて納得できた。また，友達の意見を聞き，同じ意見であることを確認している。

［媒介化］
和が17のカードが2枚で少ないことが実感を伴って理解できたことで，児童Aから枚数が少ないカードの場合は運であるという考えが生み出された。しかし，その意見が，次のように，9＋9は1枚しかないのになぜ出たのかという疑問へと結びついていく。このことにより，17だけでなく，そのほかの和になるカードの枚数へと話題が広がった。そこで，和が18，17になるカードを並べて板書し，児童の意識を焦点化させた。
C　それなら9＋9は18ですよね。1枚しかない。
(CA　9＋9＝18だ。)

※　児童Aは，自分の意見への反対意見であるため，相手の意見を確かめながら聞いている。

C　それで，多い数で1枚しかないのになんで当たるの。
CA　なんで(和が18のカードは) 1枚しかないか分かった。

※　児童Aの意識は，なぜ当たるのかよりも，18のカードは1枚であることに向いている。

C　でも，10（繰り上がりのない加法のビンゴゲームの時の枚数が多い数）はいっぱいありました。
T　この前の勉強を思い出したんだね。(児童Aが挙手。) だから大きい数がよく出るんだと思ったんだ。
CA　理由がちゃんとある。
T　それなのに今，18のカードは1枚しかないと言ったね。本当？
CA　はい。何でかも分かる。
T　他にはないの？
CA　ほかにはない。何でかも分かる。

※　児童Aは，9＋9は1枚であることに根拠と確信を持っている様子である。

C　カードを真ん中からしか引いてなかったから，17のカードは最後の方だったかもしれない。
(CA　質問！)
T　今みんなが話しているのは，答えが18のカードが1枚しかなかったということだけど，どうして1枚しかないのかな。
C　9＋9は同じ数字だから1枚しかない。
(CA　それ理由じゃない。)
C　他の言い方があります。
C　このたしざんでは9とかいうあんまり大きいカー

ドはあんまりでないと思います。
(CA　そうじゃない。)
C　なぜかというと，答えが大きくなることがあんまりないからです。
(CA　意見。なんで９＋９しかないか。)
T　他にほんとにないの。
C　10のカードがないので９＋９は１枚しかない。
T　10のカードがなければ，９とか８とかでいいのではないかな。
C　分かりやすく言うと，だんだんだんだん減っていく。
C　９＋９とか数字が大きいカードは，10のまとまりのもとができているんです。例えば９＋９はあと１つで10になるじゃないですか。
(CA　同じです。)
C　１個の９の１をもう１個の９の方のあげたら，10ができるじゃないですか。そしたら，９は８になって，それを合わせると18です。でも，７＋８とかは･･･
(CA　７＋８？)
C　７＋８とかは，８に２をあげると10のまとまりと５のまとまりができて15じゃないですか。それで，９とかは大きいから10のもとができています。
(CA　同じです。それをもうちょっと詳しくした方がいい。)

> ※　児童Aは，自分の考えをもとに，友達の意見を聞き，比較しながら，分かりやすく表現しようと考えている。発言した児童も繰り上がりの仕組みをもとに，説明しようとしている。第１学年の児童は，表現力が不十分なため，被加数が10までであることに着目してはいるが，まだこの段階では，確実に説明はできていない。しかし，「10のもとができやすい」と，10に近い数だから被加数や加数を変化をさせることが難しいということを，十進法の仕組みを利用して説明しようとしている。

T　これはちょっとあげるだけで10ができるんだよね。
(CA　１だけで。)
C　９は１個だけあげるけど，８にはあと２だから１よりもっといっぱいあげるから。
T　答えが17のカードは２枚と分かったよ。18は１枚だよね。じゃあ答えが16のカードは何枚あるのかな。
CA　１＋１＋１＋・・・。

> ※　児童自らが，数の範囲を拡張できなかったので，教師の側から和が16を投げかけた。児童Aはこの時点で16になるカードを見つけるために，１を16回たすことを考えている。このことから，17，18など個別の知識にとどまり，他の和になるカードの枚数の関係までは，意識できていないことが分かる。そこで，探さなくても分かる人がいることを取り上げた。

T　探さなくても分かる人はいるの？
C　カードの式は分からないけど，カードの枚数なら分かります。
T　えっなんでだろう。
C　秘密がある。
T　今の秘密分かった人。
CA　ほんのちょっとだけ，分かった。

> ※　児童Aは分かったと言っているが，姿勢が崩れている。自分が思いつかないのでやる気のない様子が見て取れる。

C　ちょっとは分かった。
T　何枚か聞いてみようか。
C　答えが16のカードは３枚です。
T　どうしてこんなふうに考えたのかな？
(CA　たぶん・・・。)
C　例えばカードの枚数にたとえると答えの最高の18が１枚だったら，17は２枚。17より１つ少ない16は２から１つ多い３枚だと思います。数字の並びだと思います。
※　規則性に着目して，類推している。
C　違う考えがあります。
C　なるほど。なるほど。なるほど～。
C　本当だ。３枚ある。
C　18だったら，９＋９だから，９に１あげたら10になるから，その１で１枚になる。８＋９だったらその２で２枚だったから。
C　10＋７がつくれないから３枚ある。
(CA　10＋７？)
C　違う考えがあります。
T　式を出してみよう。
(CA　式全部分かる。)
C　８＋８です。
C　９＋７です。
T　ほかに何があるかな。
(CA　３じゃない。)

> ※　児童Aは，３じゃないとつぶやく。自分で他のカードを見つけようとは考えていない。

C　7＋9です。
C　もうないです。
C　これで発見したことがあります。
T　よく発見するね，いいことだよ。
C　答えが18。
CA　すみません。その数字1なんですか，6なんですか。ちゃんとついていませんよ。
C　18は，9＋9で数が同じですよね。この次はもう，18の次は下の数は17ですよね。この時にはもう，反対でしなきゃ，もうできる数がないんですよ。そして，また次にいくと，今度は同じ数でできるたしざんがあります。それにして，15は，･･･15の数のたしざん，ちょっと言ってください。
（CA　15のたしざん？）
CA　7＋5。
C　7＋5は12です。
CA　まちがえた，まちがえた。
C　8＋7。
C　あっ。8＋7は15です。
CA　9＋6。
C　6＋9。
CA　9＋6。

※　児童Aは，分かった式だけを何度も繰り返し叫んでいる。

C　10＋5。
CA　10＋5？
C　7＋8。
T　何枚ですか。
C　4枚です。
C　次の14は・・・。
C　9＋9のように，もう同じ数の次は，同じ数じゃあない，そういうふうになっていく。
T　分かった（加数と被加数が）同じ数はここ（和が15）には出てこないということだね。

〔協定化〕

加数と被加数が10を越えない加法であるから，和が18になるカードは1枚しかないこと，和が1つ少なくなる度に，枚数が1枚ずつ増えていくことを確認した。その後で，もう一度ビンゴゲームをするとしたら，どの数字を書くか考えさせ，和が11になるカードの枚数が多いことを意識づけた。

C　和が18になるこの式は1つありますよね。それでカードが1枚。和が17になるこの式は2つありますよね。で，カードは2枚。和が16になるこの式は3枚になります。
T　ちょっと聞いてみるけど，次にビンゴゲームをする時も同じ数を書くかな。
C　いやだ。
（CA　ほんまじゃ。10の数をのけたら3枚しかない。）

※　この時点で，児童Aは，並べた式を確認したことにより，和が16になる式は3つで，カードは3枚しかないことが納得ができている。

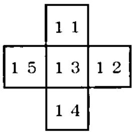
T　今度書くんだったら何の数書くかな。
C　11。

※　児童Aは，自信を持って挙手している。

C　11，12，13，14。
T　時間がないので，本当はもう一度するつもりだったんだけど，この次の時間にすることにして，ビンゴゲームの数字だけ書いておきましょう。
T　書きましたか。

※　児童Aは，ビンゴの欄に11から15までの数を書き込んでいる。それだけでなく，周りの児童の数字が気になったのか，後ろを振り向いて友達のカードをのぞき込んでいた。その際，「11，12，13，14，15，同じだ。」とつぶやいている。このことから，記入した段階では，確信までは持てていなかったことが分かる。

T　誰かに書いてもらおう。
（CA　挙手）
C　（図4）



【図4】

T　同じでしたか？
C　全然違う。
C　そこ（真ん中）13なの？
T　真ん中が13みたいだよ。
C　真ん中は11だよ。

※　和が11になる答えが一番多いが，運にも左右されるため，厳密に同じ数字を入れている必要はない。実際に，今日でなかった17が出る確率が高いと予想した児童もいた。ただ，この時点で大きい数から入れた児童は，いなかった。このことにより，和が大きい数の種類が少ないため，ゲームでは答えは出にくいことが理解できている。

T　この次の時間にもう一度ビンゴゲームをしましょう。

※　児童Aは，両手を挙げて，ガッツポーズをした。その他の児童と同じ考えだったことから，自分の考えに自信を深めたことが分かる。

＜本時の授業の考察＞

本時では，和が17になる繰り上がりのあるたし算は2種類しかないことに気づき，式にある規則性をもとに，考察の対象となるたし算の和17を変化させて，きまりを見つけだすことができるか学習した。その時に，どのような理解過程をたどっていくのか，特に1人の抽出児童Aに焦点を当てて検証する。

まず，課題の意識化の段階では，約半数の児童は枚数を意識せずに数字を入れている。児童Aも，根拠なく大きい数を入れている。和が同じ計算の式は何種類あるかということは意識されておらず，教師が加法の計算をゲーム化し焦点化することで，はじめて自己の課題として意識されたことが分かる。

操作化の段階では，絵や図を使って課題を追究しようとする児童はみられなかった。絵や図は，意識して提示しなければ，計算が具体化されないことが分かる。また，児童Aが和が17になるカードは2枚しかない理由を話し合う場面では，2枚しかないことに確信が持てていなかった。このことから，繰り上がりという計算の困難さが窺える。つまり，繰り上がりの計算はできるが，分かったとはいえない状態であることが明らかになった。すべての答えを調べて，確信を持った後，2枚しかない理由が分かると述べている。このようなことから，児童にとっては単に考えるだけではなく，実際に確かめてみることが重要であることが分かる。

媒介化の段階では，児童自らが数の範囲を拡張していくことになったが，子ども同士の相互作用により，友達の考えを自分の中に取り入れて理解をしようとしている姿が窺える。相互作用によって，考えが深まり，またより詳しく説明することの大切さにも気づくことができた。

協定化の段階では，学習したことのまとめを行い，定着できているかを確認した。計算カードの枚数の関係に着目して，児童が数字を選択したことが分かった。しかし，その時点では，児童Aは自分の考えに確信までは持てていないが，他の児童の考えを聞くことで，考えが強化されることが明らかになった。

5．結論

本稿では，低学年の「数と計算」領域の学習において，小学校第1学年の子どもが，繰り上がりのある加法の仕組みを見つけ理解していく過程を実証的に解明することを目的とした。子どもの理解過程を重視した算数科授業を構成するため，課題提示と課題追究の場を工夫した。

本実践において，最初の段階では児童自らは加法の仕組みについて意識していないことが明らかになった。そこで，社会的相互作用の場を工夫することで，児童の課題意識が生み出され，仕組みへの着眼が生まれたのである。この課題意識をもとに説明することができたのである。このことから，児童が多様な考えを出し合い，様々な視点から児童が繰り上がりのある加法の計算をとらえ，その規則性を見いだしていく中で，計算の意味についての理解を深めることができたといえる。

このような事例研究からも，本研究の第2報～第6報の事例研究と同様に，算数学習において個人的構成と社会的構成の両方の活動が行われてはじめて，教室における個々の子どもや子どもたち相互の理解が深化し得るということが示唆される。

本研究ではこれまでに小学校算数科における低学年の「図形」領域（第2報），高学年の「量と測定」領域（第3報），高学年の「数と計算」領域（第4報），中学年の「量と測定」領域（第5報），そして低学年の「数と計算」領域（第6報）に焦点化して，算数学習における理解過程に関する実証的研究を行ってきた。さらに多数の抽出児の継続的な観察記録をとり，子どもの理解過程を実証的に解明することが今後の課題である。

参考文献

1) 小山正孝（1997）「数学学習と理解過程」，日本数学教育学会編『学校数学の授業構成を問い直す』，産業図書，pp.135-149.

2) Koyama, M. (1997) Research on the Complementarity of Intuition and Logical Thinking in the Process of Understanding Mathematics, Hiroshima Journal of Mathematics Education, Vol.5, pp.21-33.

3) 小山正孝，中原忠男，武内恒夫，赤井利行，宮本泰司，脇坂郁文（2000）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅰ）－数学理解の2軸過程モデルの理論的再検討－」，『広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』，第28号，pp.117-123.

4) 磯部年晃，小山正孝，中原忠男，赤井利行，中村武司（2002）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅱ）－第2学年における三角形と四角形の概念を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第30号，pp.89-98.

5) 赤井利行，小山正孝，中原忠男，中村武司，礒部年晃（2003）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅲ）－第５学年における「台形の面積の求め方」を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第31号，pp.115-12

6) 礒部年晃，小山正孝，中原忠男，赤井利行，片桐毅（2004）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅳ）－第５学年における「分数と小数，整数の包摂関係」を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第32号，pp. 181-188.

7) 片桐毅，小山正孝，中原忠男，赤井利行，礒部年晃（2005）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅴ）－第３学年における「重さ」の概念形成を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第33号，pp. 217-223.

8) 礒部年晃，小山正孝，中原忠男，赤井利行，今村孝子（2006）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅵ）－第１学年「繰り下がりのあるひき算」における式理解を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第34号，pp. 327-332