# 為替レート変動と金融政策ルール

千　田　　　隆

## 1　序

本稿の姉妹版である拙稿（2000）においては，中央銀行の目的はインフレ変動と産出変動との加重和を最小にすることであると仮定されている。しかし，実際には，多くの国で（特に日本では）為替レートの変動もできるだけ小さくしようという意図を持っていると考えられる。そこで本稿では，中央銀行の目的を，インフレ変動・産出変動に加えて為替変動も考慮して，これら３つの変動の加重和を最小にするという様に定式化し直すことを試みる。本稿の目的は，為替レート変動を考慮した際に，金融政策ルールや経済諸変動が拙稿(2000)の結論と比較してどの様に修正されるかを調べることにある。分析手法としてはシュミレーション（数値計算）を用いている。

本稿の以下の構成は，次の通りである。まず第２節において，Ball (1999a) の閉鎖経済モデルを解説する。つぎに第３節で，本研究での分析に用いられる開放経済モデルを説明する。このモデルは，Ball(1999b)および Rudebusch-Svensson(1999)にその多くを依っている。この第３節でのモデルを用いて，第４節ではシュミレーション分析をおこなっている。最後に，第５節が結論である。

## 2　Ball (1999a) の閉鎖経済モデル

### 2.1 諸仮定

Ball(1999a)の開放経済モデルにおいて，国民経済は次の２本の方程式で示される。

(1)　$y_t = -\beta r_{t-1} + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t,\ \ \beta > 0,\ \ 0 < \lambda < 1$；

(2)　$\pi_t = \pi_{t-1} + \alpha y_{t-1} + \eta_t,\ \ \alpha > 0$

ここで $y$ は実際の産出量と潜在的産出量との差，$r$ は実際の実質利子率と均衡実質利子率との差，$\pi$ は実際のインフレ率と平均インフレ率との差，$\varepsilon$ と $\eta$ はホワイトノイズ・ショック，そして $\alpha$，$\beta$ および $\lambda$ は定数である。

第(1)式は IS 曲線である。産出は，一期前の利子率，一期前の産出，そして需要ショックによって定められる。第(2)式はフィリップス曲線である。インフレ率の変化は一期前の産出と供給ショックに依存している。

Ball は，通貨当局が政策手段として利子率を用いている，と仮定している。通貨当局は，今期のショック $\varepsilon$ と $\eta$ とを観察した後で実質利子率を設定するとする。また，式(1)と(2)から明らかなように，実質利子率変更の効果が政策目標である産出やインフレまでに及ぶのにはラグが存在している。すなわち，実質利子率が産出に影響を及ぼすのに一期のラグが存在し，さらに産出ギャップがインフレに影響を及ぼすのに一期のラグが存在している。よって，実質利子率がインフレに影響を及ぼすのに二期間かかることになる。

### 2.2　効率的な金融政策ルール

このモデルにおける最適政策ルールとはどのようなものであろうか。ここで最適ルールとは，産出分散とインフレ分散の加重和（ここでのウエイトは政策当局の選好によって定められる）を最小にするものである。本稿では，この最適ルールをダイナミック・プログラミングの Stochastic Linear Optimal Regulator Problem として導出する。[1]

通常の Stochastic Linear Optimal Regulator Problem は目的関数の値

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \{x_t' R x_t + u_t' Q u_t\}$$

を制約式

$$x_{t+1} = A x_t + B u_t + \eta_{t+1},\ \ t \geqq 0,$$

$$x_0 \ \ given$$

の下で，最大化するように操作変数 $\{u_t\}_{t=0}^{\infty}$ を選択するというものである。ここで，$x_t$ は $(n \times 1)$ の状態変数ベクトル，$u_t$ は $(k \times 1)$ の操作変数ベクトル，$R$ は半負値定符号行列，$Q$ は負値定符号行列，$A$ は $(n \times n)$ 行列，そして $B$ は $(n \times k)$ 行列である。さ

[1] Sargent, 1987 の Chapter 1 を参照のこと。

らに$\eta_{t+1}$は，時間に関して$i.i.d.$で平均ベクトルがゼロかつ同時共分散行列が

$$E\eta_t\eta_t'=\Sigma$$

で与えられる正規分布に従がうランダム変数のベクトルである。さらに，評価関数が二次形式$V(x)=x'Px$で与えられると推測しよう。ここで，$P$は半負値定符号行列である。

さて，この Stochastic Linear Optimal Regulator Problem の特徴である "certainty equivalence principle" より，フィードバック型で表された最適決定ルール $u_t=h(x_t)$ はランダム変数の性質に依存せず，確実性の下で得られる最適決定ルールに一致するということが知られている。そこで，Ball (1999a) モデルにおいて上記の値は，それぞれ

$$R=-\mu,\quad Q=-1,\quad x_t=\pi_t,\quad u_t=y_t,$$
$$A=1,\quad そして\quad B=\alpha$$

のように定めることができる。ここでの定式化において，操作変数は実質利子率$r$でなく産出$y$である。これは，一期前に$r$を適当な値に設定することによって，今期の$y$を自由に選択することができるからである。

推移式を用いて次期の状態変数を消去すると，ベルマン方程式は，

$$(3)\quad P\pi^2=\max_y\{-\mu\pi^2-y^2+P(\pi+\alpha y)^2\}$$

第(3)式の右辺の最大化問題の一階の条件は

$$(-1+P\alpha^2)y=-P\alpha\pi$$

であり，したがってyのフィードバック・ルールは

$$(4)\quad y=-(-1+P\alpha^2)^{-1}\cdot P\alpha\pi\quad もしくは$$

$$(5)\quad y=-f\pi$$

となる。ここで$f=(-1+P\alpha^2)^{-1}\cdot P\alpha$である。第(4)式を第(3)式の右辺に代入して整理すると，

$$(6)\quad P=-\mu+P-(-1+P\alpha^2)^{-1}P^2\alpha^2$$

を得る。これは，いわゆる Riccati 方程式である。いま撹乱項を無視すると，第(1)式より

$$r_t=-\frac{1}{\beta}y_{t+1}+\frac{\lambda}{\beta}y_t$$

上式に第(5)式と第(2)式を代入すると，

$$r_t=\frac{f}{\beta}\pi_{t+1}+\frac{\lambda}{\beta}y_t$$
$$=\frac{f}{\beta}(\pi_t+\alpha y_t)+\frac{\lambda}{\beta}y_t$$
$$=\frac{f}{\beta}\pi_t+\frac{\alpha f+\lambda}{\beta}y_t$$

これが，実質利子率$r$を$\pi$と$y$に反応して変化させるというテイラー・ルールである。

パラメータ$f$の値は，第(5)式より$f=-\frac{\mu}{P\alpha}$となり，$P\leqq0$（$P$は半負値定符号行列）より$f\geqq0$となる。また，第(5)式と第(6)式とから$P$を消去すると

$$f^2+\mu\alpha f-\mu=0$$

となり，したがって

$$f=\frac{-\mu\alpha+\sqrt{\mu^2\alpha^2+4\mu}}{2}$$

を得る。

## 3　為替レート変動をコストと考えた場合のテイラー・ルール

### 3.1　開放経済の下での金融政策ルール

前節では，Ball(1999a)に従い，閉鎖経済の下でのテイラー・ルールの最適性について検討した。さて，このテイラー・ルールは開放経済モデルの下では，どの様に修正されるであろうか。開放経済モデルを用いて金融政策ルールを分析したものとして，Ball(1999b)とSvensson(2000)がある。例えばBall(1999b)は，開放経済において金融政策は利子率の経路だけでなく為替レートの経路も通じて経済に影響を及ぼすため，開放経済の下では，閉鎖経済のモデルで最適であったルールに大幅な修正を加える必要があるという。しかし残念ながら，Ball(1999b)の論文では，中央銀行の目的は閉鎖経済の場合と同じく，産出とインフレの変動を最小にするものと定式化されている。

本研究の目的は，中央銀行の損失関数の中に，産出とインフレの変動だけでなく為替レートの変動をも加えたとき，最適金融政策ルールがどのように修正されるかを明らかにすることにある。この問題は，為替レートによって経済活動が左右される中小規模の貿易国だけでなく，日本のように為替レート安定が通貨当局の一つの政策目標として考慮されるような国にとっても重要であると思われる。

### 3.2　モデルの仮定

ここでの経済モデルはBall(1999b)に基づく。このモデルは３本の方程式からなっている。

(7)　$y_t = -\beta(i_{t-1} - \pi_{t-1}) + \delta e_{t-1} + \lambda y_{t-1} + \epsilon_t$,

(8)　$\pi_t = \pi_{t-1} + \alpha y_{t-1} + \gamma(e_{t-1} - e_{t-2}) + \eta_t$,

(9)　$e_t = -\theta(i_t - \pi_t)$

ここで，$y$ は実質産出量の対数値，$i$ は名目利子率，$e$ は実質為替レートの対数値（$e$ の値の上昇は円安を意味する），$\pi$ はインフレ率，そして $\epsilon$，$\eta$，および $\nu$ はホワイトノイズ・ショックである。全てのパラメータは正で，全ての変数は平均値からの乖離で測ってある。

第(7)式は開放経済における IS 曲線である。閉鎖経済モデルにおける IS 曲線(第(1)式)との違いは，産出が実質為替レートのラグに依存している点である。第(8)式は開放経済におけるフィリップス曲線である。インフレの変化は為替レートの変化のラグにも依存したものとなっている。最後に，第(9)式は，利子率と為替レートとの間の関連を示す。

このモデルにおける金融政策波及メカニズムは，第2節のモデルにおける $r \to y \to \pi$ の経路に加えて，政策から直接インフレに影響を及ぼす（$r$ と $e) \to \pi$ がある。

### 3.3 為替レート変動を考慮した下での金融政策ルール[2]

#### 3.3.1　状態空間による表現

中央銀行の一期間の損失関数を

$$L_t = y_t^2 + \lambda \pi_t^2 + \nu i_t^2 + \mu e_t^2$$

また，多期間に渡る t 期の損失関数を

$$E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^\tau L_{t+\tau}$$

とする。ここで，$\lambda \geqq 0$，$\nu \geqq 0$，および $\mu \geqq 0$ は，それぞれインフレ安定，利子率安定，および為替レート安定についてのウエイトである。さらに $\delta \to 1$ のとき，条件付きでない期待一期間損失関数

(10)　$E[L] = \mathrm{var}[y] + \lambda \mathrm{var}[\pi] + \nu \mathrm{var}[i] + \mu \mathrm{var}[e]$

を得るが，これは政策目標変数の条件付きでない分散の加重和に等しくなる。

第(7)式と第(8)式の $e_{t-1}$ を消去すると，モデル(7)～(9)は次のような状態空間で表現できる。

$$X_{t+1} = AX_t + Bi_t + \nu_{t+1}$$

ここで，

$$X_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \\ \epsilon_{t-1} \end{bmatrix},\quad A = \begin{bmatrix} \lambda & \beta+\delta\theta & 0 \\ \alpha & 1+\gamma\theta & -\gamma \\ 0 & \theta & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -(\beta+\delta\theta) \\ -\gamma\theta \\ -\theta \end{bmatrix},\quad \nu_t = \begin{bmatrix} \epsilon_t \\ \eta_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

さらに，政策目標変数のベクトルを $Y_t$ とすると，それは

$$Y_t = C_X X_t + C_i i_t$$

を満たし，ここで

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \\ i_t \\ e_{t-1} \end{bmatrix},\quad C_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\quad C_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

である。すると一期間の損失関数は

$$L_t = Y_t' K Y_t$$

と書き表せ，ここで

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

である。

#### 3.3.2　線形フィードバック操作ルール

本論文では，金融政策ルールとして線形フィードバック操作ルール

(11)　$i_t = FX_t$

を取り上げる。ここで

$$F = [g \quad 1+h \quad f]$$

である。第2節と同様の議論により，この種のルールで最適性を満たすものが存在することを示すことができ，それは 3.3.3 節で説明される。

金融政策ルールが第(11)式のような形をしているとき，モデルのふるまいは

$$X_{t+1} = MX_t + \nu_{t+1}$$

$$Y_t = CX_t$$

によって規定される。ここで，$M$ と $C$ は

(12)　$M = A + BF$，$C = C_X + C_i F$

によって与えられる。

いかなる金融政策ルール $F$ について，条件付きでない損失(10)は

$$E[L_t] = E[Y_t' K Y_t] = \mathrm{trace}(K \Sigma_{YY})$$

を満たし，ここで $\Sigma_{YY}$ は政策目標変数についての条件付きでない共分散行列で

[2] 本節については，Rudebusch-Svensson (1999) 参照のこと。

表1　$\lambda=1$, $\nu=0.5$

| | $g$ | $1+h$ | $f$ | $SD[y]$ | $SD[\pi]$ | $SD[i]$ | $SD[e]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mu=0.0$ | 0.91 | 1.71 | −0.18 | 2.58 | 2.47 | 3.62 | 3.99 |
| $=0.5$ | 0.66 | 1.49 | −0.11 | 2.47 | 2.78 | 3.65 | 3.04 |
| $=1.0$ | 0.56 | 1.41 | −0.09 | 2.45 | 2.99 | 3.77 | 2.68 |
| $=1.5$ | 0.50 | 1.35 | −0.08 | 2.44 | 3.14 | 3.88 | 2.46 |
| $=2.0$ | 0.46 | 1.32 | −0.07 | 2.44 | 3.27 | 3.98 | 2.32 |
| $=\infty$ | 0.00 | 1.00 | −0.00 | 2.88 | ∞ | ∞ | 0.03 |

$\Sigma_{YY}\equiv E[YY']=C\Sigma_{XX}C'$,　および

$\mathrm{vec}(\Sigma_{XX})=[I-(M\otimes M)]^{-1}\mathrm{vec}(\Sigma_{\nu\nu})$

によって求めることができる。

### 3.3.3 最適操作ルール

最適操作ルールは

$$F=-(R+B'VB)^{-1}B'VA$$

を満たすような第(11)式のベクトル$F$で与えられる。ここで，(3×3) 行列$V$は Riccati 方程式

$$V=Q+F'RF+M'VM$$

を満たすもので，$M$は第(12)式における推移行列，$Q$および$R$は，それぞれ

$$Q=C_x'KC_x,\quad R=C_i'KC_i$$

である。

### 3.4 カリブレーション

ここで，次節の数値計算で用いるベース・パラメータ値を設定する。値は全て Ball(1999b) によっている。ベースとなる設定値は，産出持続係数$\lambda$が0.8，フィリップス曲線の傾き$\alpha$が0.4，利子率の産出への効果$(\beta+\delta\theta)$が1.0であるとする。経済の開放度と関連するものとして，為替レートのインフレへの効果$\gamma$が0.2，利子率の為替レートへの効果$\theta$が2.0とする。さらにIS係数$\beta/\delta$を3.0とし，これと他の仮定から，$\beta=0.6$および$\delta=0.2$を得る。

## 4　シュミレーションの結果

### 4.1 最適化された政策ルール

政策当局の目的関数に為替レート変動をコストとして入れた場合，政策ルールの反応係数と経済諸変動の大きさはどう変化するであろうか。政策目標損失関数における為替レート変動のウエイトをゼロから無限大にまで変化させ，反応係数($g$, $1+h$, $f$) と諸変動の数値計算による結果を示したものが表1である。表1における損失関数のウエイト付けは，産出変動が1，インフレ変動が1 ($\lambda=1$)，利子率変動が0.5 ($\nu=0.5$) である。為替レート変動のウエイト($\mu$)はゼロ，0.5，1，1.5，2，および無限大である。

表1の結果から注意すべきものとして，つぎの点をあげることができる。まず第1に，為替レート変動がコストとしてみなされていない場合($\mu=0$)，産出の係数(0.91)とインフレの係数(1.71)は，閉鎖経済の下での最適ルール($g=1.0$，1+h=1.5) にほぼ等しくなっている。第2に，予想外の結果ではあるが，為替レートの係数($f$)が負になっている。すなわち，一期前の為替レート($e_{-1}$)の数値が減少して円高になった場合，名目利子率を引き上げることを政策ルールは示唆している。この結果は，「為替レートの円高は一時的なもので，やがて均衡水準に戻る」というモデルの仮定によりもたらされているといえる。[3]　第3に，為替レート変動のウエイト($\mu$)が大きくなるにつれて，政策ルールの係数の絶対値が小さくなっている。すなわち，金利政策は産出・インフレ・為替レートにあまり反応しなくなる。第4に，レート変動のウエイト($\mu$)が大きくなるにつれて，産出変動は最初小さくなるが，やがて上昇に転じている。これに対して，インフレ変動と利子率変動は$\mu$の増加について単調増加，為替レート変動は単調減少となっている。

### 4.2 価格硬直性の程度

つぎに，価格硬直性の程度が変化した場合の政策ルールの反応係数と経済諸変動の大きさの変化を分析してみよう。ここでは，価格硬直性の程度をフィリップス曲線の傾き($\alpha$)で測るものとする。フィリップス曲線の傾きは，今期の産出ギャップが次期のインフレをどの程度変化させるかを示し，傾きが急($\alpha$の値が大きい)なほど価格が伸縮的であるといえる。

価格硬直性の程度を変化させた下での，最適ル

3　この点については，Ball, 1999b, p. 131 参照のこと。

表2－1　$\lambda=1$, $\nu=\mu=0.5$

| | $g$ | $1+h$ | $f$ | $SD[y]$ | $SD[\pi]$ | $SD[i]$ | $SD[e]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha=0.4$ | 0.66 | 1.49 | −0.11 | 2.47 | 2.78 | 3.65 | 3.04 |
| $=0.3$ | 0.58 | 1.51 | −0.12 | 2.66 | 2.87 | 3.76 | 2.90 |
| $=0.2$ | 0.50 | 1.53 | −0.12 | 3.06 | 3.08 | 4.00 | 2.80 |
| $=0.1$ | 0.41 | 1.55 | −0.13 | 4.02 | 3.68 | 4.73 | 2.82 |
| $=0.0$ | 0.30 | 1.58 | −0.14 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

表2－2　$g=0.66$, $1+h=1.49$, $f=-0.11$

| | $SD[y]$ | $SD[\pi]$ | $SD[i]$ | $SD[e]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha=0.4$ | 2.47 | 2.78 | 3.65 | 3.04 |
| $=0.3$ | 2.54 | 2.98 | 3.80 | 2.96 |
| $=0.2$ | 2.72 | 3.43 | 4.21 | 2.92 |
| $=0.1$ | 3.27 | 4.58 | 5.40 | 2.96 |
| $=0.0$ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

ールの係数と諸経済変動とを示したものが表2－1である。表2－1でのウエイト付けは，すべて$\lambda=1$, $\nu=\mu=0.5$となっている。変化させているパラメータは$\alpha$で0.4，0.3，0.2，0.1，および0.0に値を設定している。

表2－1の結果より指摘できる点は次のとおりである。まず第1に，価格が硬直的になる($\alpha$が小さくなる)につれて，産出の係数$g$は小さくなり，インフレ$1+h$と為替レート$f$の係数は絶対値で大きくなっている。しかし，その変化幅は，産出係数の減少幅が大きい(0.66から0.30へ)以外は微々たるものとなっている。第2に，$\alpha$が小さくなるにつれて，産出・インフレ・利子率の諸変動は単調に増加しているが，為替レート変動は$\alpha$が0.4から0.2の間は減少し$\alpha$が0.2以下になると逆に増加している。

表2－1のシュミレーションにおいて，政策当局は正確に$\alpha$の値を知っており，その$\alpha$の値に基づいて最適ルールを構築していると仮定した。しかし実際には，政策当局が$\alpha$の値をリアルタイムで知ることは難しい。そこで，ここでは一つの応用問題として，「政府は価格を比較的伸縮的($\alpha=0.4$)だと思い，それを前提として金融政策の運営を行なう。これに対して，実際の経済の価格がより硬直的($\alpha$は0.4以下)になった時に，諸経済変動はどう変化するか」を分析してみよう。すなわち，政策当局は$\alpha$が0.4だと思い，その下での最適ルールで金融政策を運営する。しかし，現実の経済の$\alpha$が当局の想定より変化して小さくなってしまっていると仮定するのである。

そのような実験を行なった結果が表2－2にまとめられている。表2－2での金融政策ルールとしては，すべてのケースで$\alpha=0.4$の時の最適ルール($g=0.66$，$1+h=1.49$，$f=-0.11$)を採用している。このルールの下で$\alpha$の値を小さくしていくと諸経済変動の大きさはどう変化するであろうか。

表2－2における$\alpha$の値は0.4，0.3，0.2，0.1，および0.0である。表2－1の場合と同様に，$\alpha$が小さくなるにつれて，為替レート変動以外の変動はすべて単調に増加している。また表2－1の最適ルールの場合と比較して，インフレ・利子率・為替レート変動は大きくなっているが，産出変動については最適化していない方が小さくなっている。

## 5　結論

本稿では，中央銀行の損失関数の変数にインフレ変動・産出変動だけでなく為替変動も加えて，これら3つの変動の加重和を最小にするというように損失関数を定式化することを試みた。本稿の目的は，為替レート変動を考慮した際に，金融政策ルールや経済諸変動が閉鎖経済モデルでの結論と比較してどの様に修正されるかを調べることにある。シュミレーションによって得られた結果は次のとおりである。

[1] 開放経済モデルにおいて，予想外の結果ではあるが，金融政策ルールの為替レートの係数が負になった。すなわち，一期前の為替レート($e_{-1}$)の数値が減少して円高になった場合，名目利子率を引き上げることを政策ルールは示唆している。

[2] 損失関数の為替レート変動のウエイト($\mu$)が

大きくなるにつれて，政策ルールの係数の絶対値が小さくなった。すなわち，$\mu$の値が大きくなるにつれて，金利政策は産出・インフレ・為替レートにあまり反応しなくなる。

[3] 価格が硬直的になる($\alpha$が小さくなる)につれて，最適政策ルールの産出の係数$g$は小さくなるが，インフレ$1+h$と為替レート$f$の係数はあまり変化しない。

[4] 一つの応用問題として,「政府は価格を比較的伸縮的($\alpha=0.4$)だと思い，それを前提として金融政策の運営を行なう。これに対して，実際の経済の価格がより硬直的($\alpha$は0.4以下)になった時に，諸経済変動はどう変化するか」を分析した。最適ルールの場合と比較して，この最適化していないルールの場合，インフレ・利子率・為替レート変動は大きくなったが，産出変動については逆に小さくなっている。

**References**


Ball, L. (1999a). "Efficient Rules for Monetary Policy." *International Finance,* **2**, 63-83.

Ball, L. (1999b). "Policy Rules for Open Economies." in J. B. Taylor (ed.) *Monetary Policy Rules,* University of Chicago Press, 127-44.

Rudebusch, G. and Svensson, L. E. O. (1999). "Policy Rules for Inflation Targeting." in J. B. Taylor (ed.) *Monetary Policy Rules,* University of Chicago Press, 203-46.

Sargent, T. L. (1987). *Dynamic Macroeconomic Theory,* Harvard University Press.

Senda, T. (2000). "Determining Output and Inflation Variability: Are the Phillips curve and the monetary policy reaction function responsible?" Hiroshima University, mimeo.

Svensson, L. E. O. (2000). "Open-Economy Inflation Targeting." *Journal of International Economics,* **50**, 155-83.