

博 士 論 文

波浪中船体運動からの
波スペクトルの推定法に関する研究

(Study on the Estimation of Wave Spectrum

Based on Measured Ship Motions)

D0955007

前 田 克 弥

広島大学大学院国際協力研究科

2000年3月

論文名： 波浪中船体運動からの波スペクトルの推定法に関する研究
学位の名称： 博士(学術)
学生番号： D 0955007
氏名： 前田 克弥

平成 12 年 1 月 24 日

審査委員会
委員長・教授

齋藤 公男 

教授

岩田 光正 

教授

富永 晃司 

工学研究科・教授

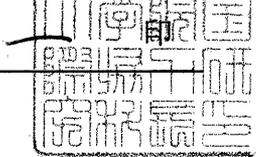
信川 寿 

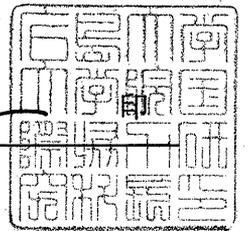
工学研究科・教授

高木 幹雄 

平成 12 年 3 月 3 日

研究科長・教授

中山 修 



目次

1	緒言	1
2	波スペクトルの推定	5
2.1	一次元波スペクトルと方向波スペクトル	5
2.2	線形重ね合わせ法	6
2.3	クロススペクトル	7
2.4	周波数変換	8
3	規則波中船体運動	12
3.1	規則波中船体運動（上下揺・縦揺）	12
3.2	座標系	13
3.3	<i>Radiation</i> 流体力	16
3.4	波浪強制力	22
3.4.1	<i>Diffraction</i> 流体力	23
3.4.2	<i>Froude-Kriloff</i> 力	29
3.5	運動方程式	30
3.6	上下方向加速度	35
4	一次元波スペクトルの推定法	37
4.1	線形重ね合わせ法のみを用いた推定法	37
4.1.1	推定法	37
4.1.2	周波数変換	38
4.1.3	水槽試験	39
4.1.4	推定結果	43
4.2	<i>Pierson-Moskowitz</i> 型スペクトルを用いた推定法	45

4.2.1	波周波数領域における最適化	46
4.2.2	出会い周波数領域における最適化	48
4.3	任意の一次元波スペクトル形状を用いた推定法	54
4.3.1	推定法	54
4.3.2	水槽試験	55
4.3.3	推定結果	61
4.4	考察	67
5	方向波スペクトルの推定法	68
5.1	方向波スペクトルの推定	68
5.2	波変位の計測値を用いた方向波スペクトルの推定	69
5.2.1	低速の場合	69
5.2.2	高速の場合	78
5.2.3	考察	88
5.3	数値シミュレーションによる方向波スペクトルの推定	89
5.3.1	<i>Double-Summation</i> 法	89
5.3.2	解析に十分な波数が計測される場合	98
5.3.3	解析に十分な波数が得られていない場合	106
5.4	船体運動の計測値からの方向波スペクトルの推定	110
5.4.1	方向波スペクトルの推定法	110
5.4.2	水槽試験	111
5.4.3	推定結果と考察	116
5.5	考察	120
6	実船計測値を用いた波スペクトルと波浪情報の推定	122
6.1	実船試験	122
6.2	一次元波スペクトルと波浪情報の推定	126
6.2.1	一次元波スペクトルの推定法	126
6.2.2	推定結果及び考察	127

6.3	方向波スペクトルの推定	130
6.3.1	方向波スペクトルの推定法及び船体運動の計測値	130
6.3.2	推定結果及び考察	133
7	結 言	137
8	謝 辞	141
A	スペクトル解析	145
A.1	自己相関関数	146
A.2	スペクトルと二乗平均値	146
A.3	二乗平均値と <i>Fourier</i> 変換	148
A.4	スペクトルと <i>Fourier</i> 変換	149
A.5	スペクトルと自己相関関数	149
A.6	確率過程の統計的性質	150
A.6.1	バンドパラメータ： ε	150
A.6.2	極値の確率密度関数	151
A.6.3	極値の平均値及び最大期待値	151
A.6.4	平均周期	151
A.7	スペクトル計算法	152
A.7.1	サンプリング周期： Δt	152
A.7.2	間接的方法	152
B	クロススペクトル解析	154
B.1	相互相関関数とクロススペクトル	154
B.2	<i>Co-spectrum</i> と <i>Quadrature spectrum</i>	155
C	非線形計画法	157
C.1	拡張 <i>Lagrange</i> 乗数法	157

記号一覧

第 2 章

ω	:	波周波数
ω_e	:	出会い周波数
g	:	重力加速度
k	:	波数 ($= \omega^2/g$)
V	:	船速
G	:	船体重心
t	:	時間
χ_0	:	船と波の平均進行方向とのなす角
χ_c	:	波の平均進行方向と成分波のなす角
$H_{1/3}$:	有義波高
T	:	平均波周期
$E(\omega, \chi_c)$:	方向波スペクトル
$D(\omega, \chi_c)$:	方向分布関数
$S_w(\omega)$:	一次元波スペクトル
$S_x(\omega)$:	船体運動スペクトル
$A_x(\omega, \chi_0 + \chi_c)$:	船体運動の周波数応答関数
$H_m(\omega, \chi_c)$:	m 要素の周波数応答関数
$H_n(\omega, \chi_c)$:	n 要素の周波数応答関数
$Co_{mn}(\omega)$:	<i>Co-spectrum</i>
$Qu_{mn}(\omega)$:	<i>Quadrature spectrum</i>

第 3 章

$O_0 - X_0Y_0Z_0$: 空間固定座標系
$O' - xyz$: 船体固定座標系
z_{Ga}, ε_z	: 上下揺の振幅と位相差
$\theta_a, \varepsilon_\theta$: 縦揺の振幅と位相差
p	: 圧力
p_a	: 大気圧
ϕ	: 速度ポテンシャル
ϕ_{rz}	: <i>Radiation</i> 速度ポテンシャル
M_H	: 上下揺による断面付加質量
N_H	: 上下揺による断面造波減衰力係数
S_H	: 横断面表面
n	: 法線方向
s	: 接線方向
F_z	: 船体に作用する力
M_θ	: 船体に作用するモーメント
$F^{(FK)}$: <i>Froude-Kriloff</i> 力に基づく力
L	: 船長
$S(x)$: 船体横断面積
$B(x)$: 船幅
T_m	: 平均喫水
ϕ_{dz}	: <i>Diffraction</i> 速度ポテンシャル
M	: 船体の質量
a_{ij}	: 付加質量係数
b_{ij}	: 造波減衰力係数
c_{ij}	: 復原力係数
E_i	: 単位振幅の入射波が船体に及ぼす波強制力

I_y	: y 軸まわりの慣性モーメント
l_f	: 船首端位置
l_a	: 船尾端位置
Z_H	: 上下方向変位
x_H	: 重心から加速度計測位置までの距離

第 4 章

L_{pp}	: 垂線間長
B_m	: 型幅
d_m	: 喫水
x_G	: x 方向の重心位置
κ	: 縦慣動半径係数
Fn	: Froude 数
$x(i)$: 非線形計画法における設計変数
F	: 非線形計画法における目的関数
$\tilde{S}_w(\omega)$: 設計変数での一次元波スペクトル
$\tilde{D}(\chi_c)$: 設計変数での方向分布関数
α	: エネルギー集中に対する補正係数
E_m^A, E_m^B	: 計測した出会い周波数でのスペクトルのエネルギー
E^A, E^B	: 推定した波周波数でのスペクトルのエネルギー
E_t^A, E_t^B	: 推定した出会い周波数でのスペクトルのエネルギー

第 6 章

T_c	: 合成波周期
H_t	: 合成波高
T_{sea}, H_{sea}	: 風浪の周期, 波高
T_{swell}, H_{swell}	: うねりの周期, 波高

Appendix A

$x(t), y(t)$:	不規則変動
$p(x)$:	確率密度関数
σ_x	:	標準偏差
μ_x	:	平均値
R	:	自己相関関数
ε	:	バンドパラメター
m_n	:	原点周りのスペクトルの n 次モーメント
T_0	:	<i>Zero-up cross</i> 平均周期
T_2	:	<i>Peak to Peak</i> 平均周期

Appendix B

$S_{xy}(\omega)$:	クロススペクトル
$R_{xy}(u)$:	相互相関関数
ε_{xy}	:	位相差

Appendix C

L	:	<i>Lagrange</i> 関数
La	:	拡張 <i>Lagrange</i> 関数
$h_j(x)$:	等号制約条件
$g_i(x)$:	不等号制約条件
ξ	:	スラック変数
λ, μ	:	<i>Lagrange</i> 乗数
r_1, r_2	:	ペナルティ関数

図表一覽

Tables

4.1	Principal dimensions of ore-carrier model	39
4.2	Principal dimensions of <i>Model-A</i> and <i>Model-B</i>	55
5.1	Two-dimensional regular waves corresponding to head angles for each case	90
5.2	Calculation point	91
5.3	Variance of wave elevations in condition [G],[H] and [I]	98
5.4	Variance of wave elevations in condition [G],[J] and [K]	107
5.5	Principal dimensions of fishing model	112
6.1	Principal dimensions of container ship	124
6.2	Comparison wave direction, significant wave height and mean wave period between estimated, Logbook and SMB method	133

Figures

2.1	Relation between mean and component wave direction	5
2.2	Coordinate system for linear superposition	7
2.3	Relation between ω and ω_e for all headings	9
2.4	Relation between ω and ω_e in following sea	10

2.5	Conversion of spectrum between ω_e and ω (for $\omega_e \leq \omega_{ec}$)	11
3.1	Coordinate system for ship motions	13
3.2	Directional cosine on the body	19
3.3	Average draft	24
3.4	Coordinate system for pitching motion	31
4.1	Convertible region in the (ω, ω_e) plane defined by hatched boundaries	38
4.2	Wave spectrum measured by fixed wave meter	40
4.3	Encounter wave spectrum measured by encounter wave meter ($Fn=0.15, 0.368$)	40
4.4	Measured spectrum of heave ($Fn=0.15$)	41
4.5	Measured spectrum of pitch ($Fn=0.15$)	41
4.6	Heave motions in regular waves	42
4.7	Pitch motions in regular waves	42
4.8	Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.15$)	44
4.9	Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.368$)	44
4.10	An example of transformation of spectrum from $S(\omega_e)$ to $S(\omega)$. . .	45
4.11	Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.15$)	47
4.12	Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.368$)	48
4.13	Encounter wave spectrum ($Fn=0.368$)	50
4.14	Comparison between estimated and measured wave spectrum	51
4.15	Definition of coefficient α	52
4.16	Encounter wave spectrum ($Fn=0.368$)	53
4.17	Comparison between estimated and measured wave spectrum	53

4.18	Measured spectrum of heave	57
4.19	Measured spectrum of pitch	58
4.20	Heave motions in regular waves	59
4.21	Pitch motions in regular waves	60
4.22	Comparison between estimated and measured wave spectrum for <i>Model-A</i>	61
4.23	Comparison between estimated and measured heave and pitch spectra for <i>Model-A</i>	62
4.24	Comparison between estimated and measured wave spectrum for <i>Model-B</i>	63
4.25	Comparison between estimated and measured heave and pitch spectra for <i>Model-B</i>	64
4.26	Comparison between estimated and measured wave spectrum	65
4.27	Comparison between estimated and measured heave and pitch spectrum	66
5.1	Location of wave probes	71
5.2	Measured time series of encounter wave elevation	72
5.3	Power spectrum	72
5.4	Estimated directional spreading functions in condition [A], [B] and [C]	74
5.5	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [A] ($V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)	75
5.6	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [B] ($V=0.84\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)	76
5.7	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [C] ($V=0.84\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	77
5.8	Example of measured time series and wave spectra with respect to encounter frequency	81
5.9	Estimated directional spreading functions in condition [D],[E] and [F]	83

5.10	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [D] ($V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)	84
5.11	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [E] ($V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	85
5.12	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [F] ($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	86
5.13	Estimated power spectrum and directional wave spectrum without considering of coefficient α in condition [F] ($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$) .	87
5.14	Coordinate system for Double-Summation method	89
5.15	Two-dimensional regular waves (angle of wave components = 0, 90 deg)	92
5.16	Two-dimensional regular waves (angle of wave components = 0, 45, 90 deg)	93
5.17	Two-dimensional regular waves (angle of wave components = 0, 22.5, 45, 67.5, 90deg)	94
5.18	Two-dimensional regular waves (angle of wave components =0, 2.5, . . . , 90 deg)	95
5.19	Time series of two-dimensional regular waves on each points	96
5.20	Two-dimensional irregular waves	97
5.21	Time series of two-dimensional irregular waves in condition [G] ($V=0.0\text{ m/s}$, $\chi_0 = 0^\circ$)	99
5.22	Time series of two-dimensional irregular waves in condition [H] ($V=0.714\text{ m/s}$, $\chi_0 = 30^\circ$)	100
5.23	Time series of two-dimensional irregular waves in condition [I] ($V=1.26\text{ m/s}$, $\chi_0 = 30^\circ$)	101
5.24	Estimated directional spreading functions in condition [G],[H] and [I]	102
5.25	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [G] ($V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)	103

5.26	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [H] ($V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	104
5.27	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [I] ($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	105
5.28	Estimated directional spreading functions in condition [G],[J] and [K]	107
5.29	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [J] ($V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	108
5.30	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [K] ($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)	109
5.31	Locations of accelerometers	112
5.32	Examples of measured time series and spectra of ship responses in encounter frequency	113
5.33	Heave motions in regular waves	114
5.34	Pitch motions in regular waves	114
5.35	Vertical accelerations in regular waves	115
5.36	Estimated directional spreading functions from measured ship responses in model test	116
5.37	Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [D] ($F_n=0.0$, $\chi_0=0^\circ$)	117
5.38	Estimated power spectrum and directional wave spectrum ($F_n=0.15$, $\chi_0=30^\circ$)	118
5.39	Estimated power spectrum and directional wave spectrum ($F_n=0.26$, $\chi_0=30^\circ$)	119
6.1	Ship form and locations of instruments	123
6.2	Example of spectrum of vertical acceleration at midship obtained from measured time series	123
6.3	Pitch motions and vertical accelerations at midship in regular waves	125
6.4	Example of wave spectra estimated by two different methods	128

6.5	Average wave periods and significant wave heights obtained from wave spectra which are estimated by two different methods	129
6.6	Measured time series and spectra of ship responses obtained from full scale measurements for estimate directional wave spectrum (Jan.29,1994 20:00-20:30)	131
6.7	Measured time series and spectra of ship responses obtained from full scale measurements for estimate directional wave spectrum (Feb.12,1994 16:00-16:30)	132
6.8	Estimated directional spreading functions from full scale measurement	134
6.9	Estimated power spectrum and directional wave spectrum from full scale measurement (Jan.29,1994 20:00-20:30)	135
6.10	Estimated power spectrum and directional wave spectrum from full scale measurement (Feb.12,1994 16:00-16:30)	136
B.1	Coordinate for cross spectrum	156

第 1 章

緒 言

船舶や浮体式海洋構造物等の設計を行う際に必要な波浪情報に関して、近年、その正確な把握と精度の高いデータベースの構築が求められている。そのため、波浪計測の方法として、目視観測、Tucker 式波高計、船載式マイクロ波波高計、船体運動からの逆算などによる計測や観測ブイ、レーダー、リモートセンシング等がある。しかしながら、船舶が航行する広範囲にわたる波浪情報を得ることができるのは、リモートセンシングによる波高計測技術が未だ確立されていない現状においては、一般商船を含む船舶による計測である。船舶による計測では、計測点が航路上に偏る点や、荒天避航のために計測が静穏時に偏る点等の問題点も含まれるが、実際に船舶が遭遇している海象を反映していることから他の計測方法よりも有用な方法であると考えられる。

現在、船舶による計測方法の中心は目視観測である。目視観測では風浪とうねりのそれぞれにおける波高、波周期、波向の同時計測値が容易に得られる利点があるが、精度上の問題点として、1) 有義波高を実際よりも小さく観測する傾向がある、2) 航走中において観測された波周期の誤差が大きい、3) 波岨度の小さな波が観測されにくい、等が指摘されている。これらの問題点の多くは、観測結果を処理する際に換算式等を用いることにより改善することが可能であるが、夜間における計測精度を向上するためには計測機器を用いる必要がある。

そこで、計測機器を利用した船上における波浪計測法として、現在、船載式マイクロ波波高計が代表的なものとして利用されている。この方法は相対水位変動と上下方向加速度とを利用することにより、航走中においても波浪計測が可能である。しかしながら、装置が大がかりであること、取り付け方法によっては大波高時に使用が困難であること、波向

の観測を行うには複数の位置で計測を行う必要があること等の問題点を含んでおり、観測調査船以外の一般商船等には不向きである。

一方、船を一種の波浪計と見なすと、船体運動から波スペクトルの推定ができ、平均波周期や有義波高等の波浪情報の把握が可能であることはよく知られている。方向性を含まない一次元波スペクトルの推定¹⁾だけでなく、最近では平山^{2,3,4)}による MLM 法 (*Maximum Likelihood Method*), 井関等^{5,6)}による Bayes 法, 吉元等⁷⁾による Parametric 法などによる方向性をも考慮した方向波スペクトルの推定に関する研究も活発に行われている。これらの方法には、安定した推定値を得るための計算パラメータの選定に試行錯誤的な面がある、高速船に適用した場合に会い周波数から波周波数へスペクトルを変換する際に三価関数の問題が生じるために周波数変換が困難となる、等の問題が存在しており、標準的な方法としては未だ確立されていないと考える。

本研究では、このうち、船体運動からの逆算に着目し、波浪中における船体運動からの波スペクトルの推定法について検討を行っている。

本論文の構成は以下の通りである。

第 1 章は緒言である。本論文の目的及び構成を述べている。

第 2 章では波スペクトルの推定に必要な基本的な事柄について述べる。すなわち、一次元波スペクトル及び方向波スペクトルの概略について述べ、推定に用いられる線形重ね合わせ法について述べている。また、方向波スペクトルを推定する際に用いるクロススペクトルについても述べている。さらに、船体運動スペクトルから波スペクトルを推定する際に、追波状態での計測値を用いた場合、すなわち、船が前進速度を持って追波中を航走する場合には、会い周波数と波周波数との対応が必ずしも一対一とはならないため、波スペクトルを推定する際に必要なスペクトルの周波数変換に問題が生じる。この問題についても述べている。

第 3 章では、船体運動から波スペクトルを推定する際に必要な周波数応答関数の計算方法^{8,9)}について述べる。本研究では、船体運動に上下揺、縦揺及び上下方向加速度を用いるため、それらの周波数応答関数の導出を行っている。

第 4 章では一次元波スペクトルの推定法について述べ、水槽試験で計測された結果と推定値とを比較し、推定法の検討を行っている。ここでは、追波状態で計測された船体運動

の計測値から一次元波スペクトルを推定する方法について、

- 1) 線形重ね合わせ法のみを用いた推定法
- 2) 一次元波スペクトルを *Pierson-Moskowitz* 型等の平均波周期 T [sec] 及び有義波高 $H_{1/3}$ [m] で定義されるスペクトル形状を用い、それらを設計変数として一次元波スペクトルを非線形計画法を用いて推定する方法

3) 任意の一次元波スペクトルの値を設計変数として、非線形計画法を用いる推定法の3通りの推定法を用いて一次元波スペクトルを推定し、水槽試験により得られた計測値と比較することによりその有用性の検討を行っている。また、第2章で示した波周波数におけるスペクトルと出会い周波数におけるものとの周波数変換を行う際に生じる三価関数の問題については、平山が領域 I (Fig 2.4 参照) のみを考慮する周波数変換を提案している。しかし、この方法を高速船に適用した場合には、出会い周波数から波周波数へスペクトルを変換した際に、一部の出会い周波数領域におけるスペクトルしか波周波数へ変換されない場合があり、そのため、推定した一次元波スペクトルが一部の波周波数領域のみにしか存在しない問題が生じる。そこで、その問題を解決するために、波周波数での一次元波スペクトルを設計変数とし、出会い周波数における推定した船体運動スペクトルと計測値との差を目的関数とし、その差が最小となるような波周波数での一次元波スペクトルを非線形計画法を用いて推定する方法を提案し、その有用性を検討している。さらに、波周波数から出会い周波数へスペクトルを変換した際に、ある出会い周波数領域に変換したスペクトルのエネルギーが集中する問題について、このエネルギー集中を補正する係数を導入し、推定法の有用性を検討している。

第5章では、方向波スペクトルの本推定法について述べ、水槽試験や数値シミュレーションで得られた結果と比較し、推定法の検討を行っている。また、ここでは、一次元波スペクトルの推定法と同じく非線形計画法による推定法を適用し、

- 1) 水槽試験における波変位の計測値を用いた場合
- 2) 数値シミュレーションにより得られた波変位を用いた場合
- 3) 水槽試験における模型船の船体運動を用いた場合

について方向波スペクトルの推定を行い、推定法の有用性及び推定精度について検討を行っている。

第 6 章では、水槽試験において検討した一次元波スペクトル及び方向波スペクトルの推定法を実船計測値に適用し、船体運動から推定した有義波高、平均波周期及び波向きを目視観測値や波浪推算値と比較することにより、推定法の有用性の検討を行っている。

最後に、第 7 章において、本研究の結果をまとめている。

第 2 章

波スペクトルの推定

2.1 一次元波スペクトルと方向波スペクトル

一般に波スペクトルは波の平均進行方向の成分のみを考慮した一次元波スペクトル $S_w(\omega)$ と素成波の方向分布を考慮した方向波スペクトル $E(\omega, \chi_c)$ に大別され、これらの間には (2.1) 式の関係がある。

$$E(\omega, \chi_c) = D(\omega, \chi_c) \cdot S_w(\omega) \quad (2.1)$$

ここで、 χ_c は Fig.2.1 に示すように、波の平均進行方向と素成波のなす角である。

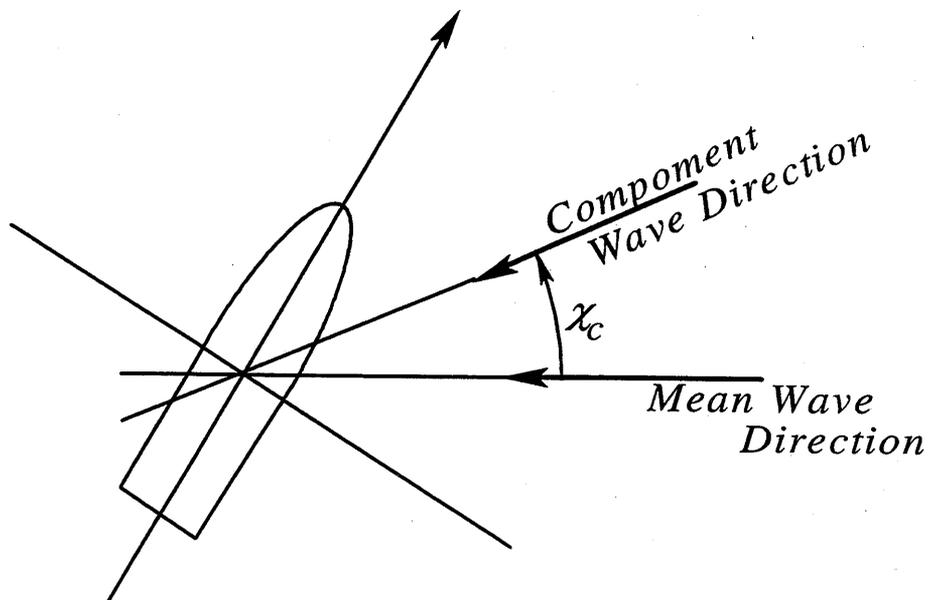


Fig.2.1 Relation between mean and component wave direction

また、 $D(\omega, \chi_c)$ は方向分布関数であり、以下の条件を満足する。

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\omega, \chi_c) d\chi_c = 1.0 \quad (2.2)$$

船舶の耐航性能を評価する場合には、一次元波スペクトルに (2.3) 式に示す *Pierson-Moskowitz*(PM) 型のスペクトルを用いることが一般的であり、国際船体構造会議 (ISSC) や国際試験水槽会議 (ITTC) でもこれを標準スペクトルとしている。

$$S_w(\omega) = \frac{0.11}{2\pi} \left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)^{-5} \exp\left[-0.44 \left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)^{-4}\right] \times H_{1/3}^2 \cdot T \quad (2.3)$$

ここで、 $H_{1/3}$ は有義波高であり、 T は平均波周期である。

また、方向分布関数については、 χ_c のみの関数で表される、

$$D(\omega, \chi_c) = D(\chi_c) = D_0 \cos^{2n} \chi_c, \quad |\chi_c| \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.4)$$

ここで、 $D_0(\chi_c) = \frac{1}{\pi} \frac{2n \cdot (2n-2) \cdots 4 \cdot 2}{(2n-1) \cdot (2n-3) \cdots 3 \cdot 1}$

もしくは、

$$D(\omega, \chi_c) = D(\chi_c) = D_0 \cos^{2s} \left(\frac{\chi_c}{2}\right), \quad |\theta| \leq \pi \quad (2.5)$$

ここで、 $D_0(\chi_c) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)}$ (Γ : ガンマ関数)

が ISSC や ITTC において提案されている。

2.2 線形重ね合わせ法

今、Fig.2.2 に示すように船が波浪中を一定速度 V [m/s] で一定方向に航走している場合を考え、入射波に対し船体運動が線形であると仮定する。ここで、船の針路と波の平均進行方向とのなす角を χ_0 (正面向波状態を 180°) とし素成波の進行方向と波の平均進行方向とのなす角を χ_c とする。

このとき、一次元波スペクトル $S_w(\omega)$ は船体運動スペクトル $S_x(\omega)$ と船体運動の周波数応答関数 $A_x(\omega, \chi_0 + \chi_c)$ 及び方向分布関数 $D(\omega, \chi_c)$ を用いて、線形重ね合わせ法より、

$$S_x(\omega) = S_w(\omega) \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A_x(\omega, \chi_0 + \chi_c)]^2 D(\omega, \chi_c) d\chi_c \quad (2.6)$$

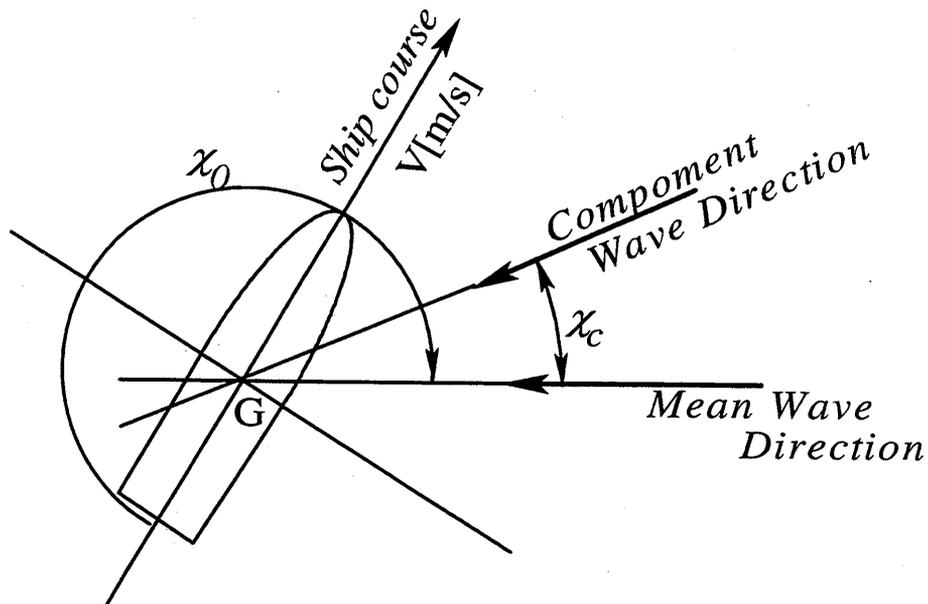


Fig.2.2 Coordinate system for linear superposition

と表される。

従って, (2.6) 式より,

$$S_w(\omega) = S_x(\omega) / \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A_x(\omega, \chi_0 + \chi_c)]^2 D(\omega, \chi_c) d\chi_c \quad (2.7)$$

を用いることにより, 本来入力である一次元波スペクトルを出力である船体運動スペクトルから推定することが可能となる。

2.3 クロススペクトル

船体運動の m 要素と n 要素のクロススペクトル $S_{mn}(\omega)$ は, それぞれの周波数応答関数を $H_m(\omega, \chi_c)$, $H_n(\omega, \chi_c)$ とし, 方向波スペクトルを $E(\omega, \chi_c)$ とすると, 以下の式で与えられる。

$$S_{mn}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_m(\omega, \chi_c) H_n^*(\omega, \chi_c) E(\omega, \chi_c) d\chi_c \quad (2.8)$$

ただし, H_n^* は n 要素の周波数応答関数の複素共役である。

ここで,

$$H(\omega, \chi) = H_m(\omega, \chi_c) \cdot H_n^*(\omega, \chi_c) \quad (2.9)$$

とし, さらに(2.1)式を用いると(2.8)式は,

$$S_{mn}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H(\omega, \chi_c) \cdot D(\omega, \chi_c) \cdot S_w(\omega) d\chi_c \quad (2.10)$$

と表される。

また, クロススペクトル $S_{mn}(\omega)$ は, その実数部を表すコースペクトル (*Co-Spectrum*) $Co_{mn}(\omega)$ 及び虚数部を表すコードラチュアースペクトル (*Quadrature Spectrum*) $Qu_{mn}(\omega)$ を用いて,

$$S_{mn}(\omega) = Co_{mn}(\omega) - iQu_{mn}(\omega) \quad (2.11)$$

と表される。従って, (2.10)式を実数部と虚数部に分けて, 以下の式を得る。

$$\Re[S_{mn}(\omega)] = Co_{mn}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Re[H(\omega, \chi_c)] \cdot D(\omega, \chi_c) \cdot S_w(\omega) d\chi_c \quad (2.12)$$

$$\Im[S_{mn}(\omega)] = Qu_{mn}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Im[H(\omega, \chi_c)] \cdot D(\omega, \chi_c) \cdot S_w(\omega) d\chi_c \quad (2.13)$$

2.4 周波数変換

実海域や試験水槽において, 航走する船から得られる船体運動等のスペクトルは出会い周波数におけるものである。従って, (2.7)式を用いて一次元波スペクトルを推定するためには, 出会い周波数 ω_e におけるスペクトルを波周波数 ω に変換する必要がある。よく知られているように波周波数 ω と出会い周波数 ω_e の間には, (2.14)式の関係がある。

$$\omega_e = \omega - kV \cos \chi_0 \quad (2.14)$$

従って,

$$\omega = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4A\omega_e}}{2A} \quad (A = V \cos \chi_0 / g) \quad (2.15)$$

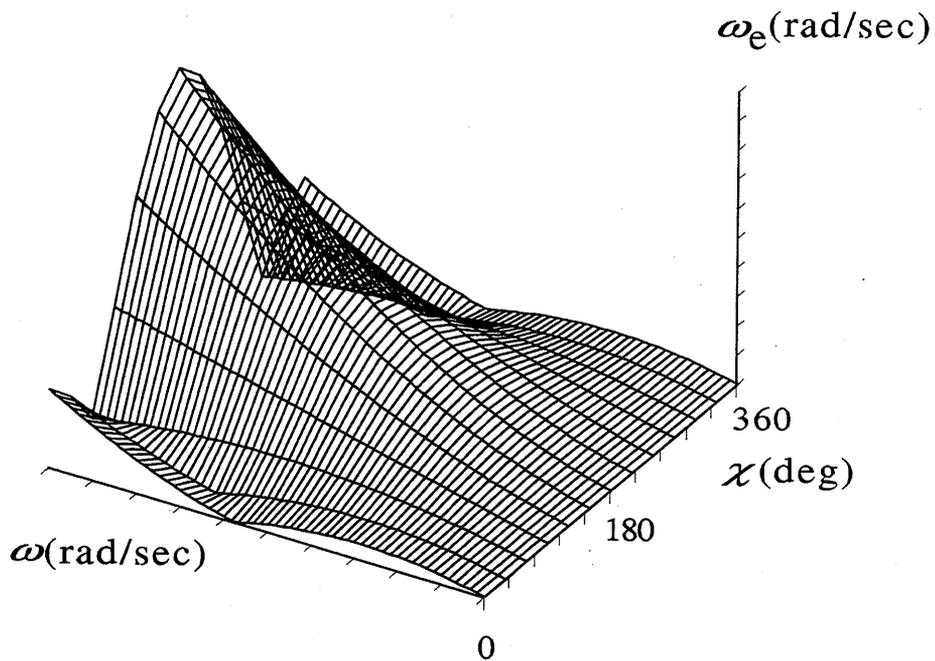


Fig.2.3 Relation between ω and ω_e for all headings

ここで、 k は波数 ($= \omega^2/g$) である。

ところが、この対応関係は Fig.2.3 に示す通り、船が前進速度を有し、出会い角が $|\chi_0| < 90^\circ$ のとき、すなわち、 $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域においては、一般に (2.15) 式を解いて得られる正の 2 根 (ω_{c1}, ω_{c2}) と、 ω_e の符号を反転して得られる 1 つの正根 (ω_{c3}) が得られ、出会い周波数 ω_e から波周波数 ω への一対一对応が不可能となる。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ec} &= \frac{g}{4V \cos \chi_0}, \\ \omega_{c1} &= \frac{g}{2V \cos \chi_0}, \\ \omega_{c2} &= \frac{g}{V \cos \chi_0}, \\ \omega_{c3} &= \frac{(1 + \sqrt{2})g}{2V \cos \chi_0}. \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

すなわち、追波状態における出会い周波数と波周波数の対応関係は、Fig.2.4 に示すように、領域 I, II, III, IV に分けて、次式となる。

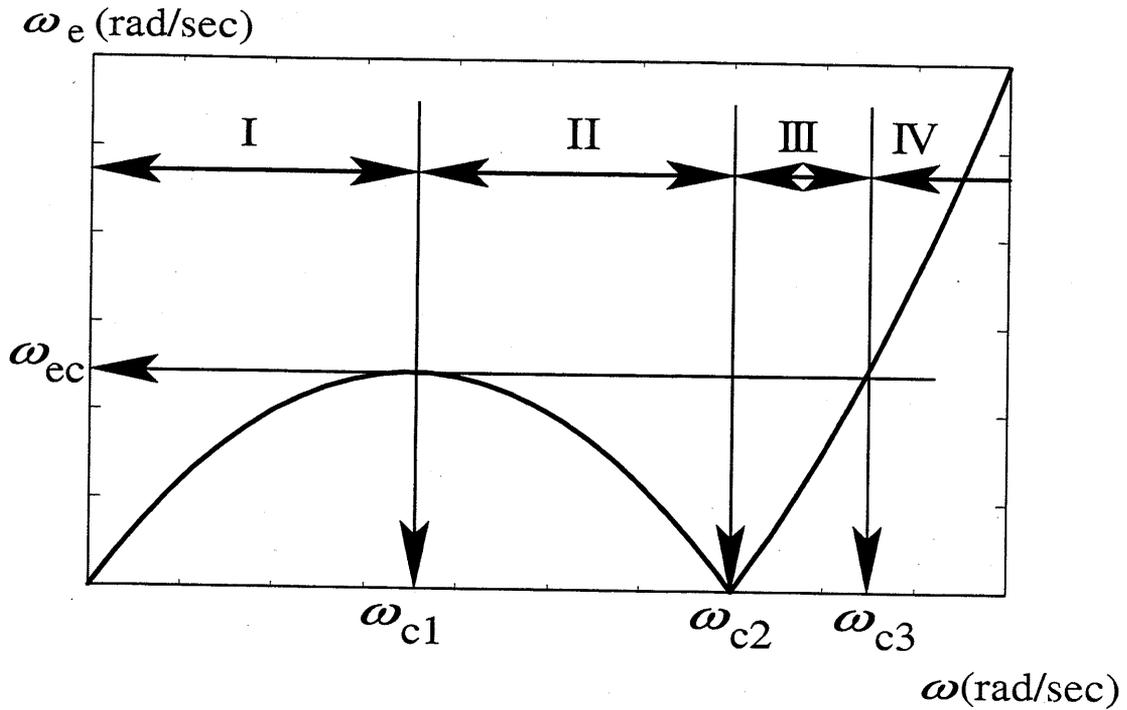


Fig.2.4 Relation between ω and ω_e in following sea

$$\begin{aligned}
 \omega_e \leq \omega_{ec} &\leftrightarrow \begin{cases} 0 < \omega \leq \omega_{c1} & \text{[I]} \\ \omega_{c1} < \omega \leq \omega_{c2} & \text{[II]} \\ \omega_{c2} < \omega \leq \omega_{c3} & \text{[III]} \end{cases} \\
 \omega_e > \omega_{ec} &\leftrightarrow \omega_{c3} < \omega & \text{[IV]}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

次に、スペクトルの周波数変換について考える。今、ある微小区間における出会い周波数でのスペクトルを $\Delta S(\omega_e)$ 、波周波数でのスペクトルを $\Delta S(\omega)$ とすると、対応するエネルギーが等しい条件

$$\Delta S(\omega_e) = \Delta S(\omega) \tag{2.18}$$

を用いて、出会い周波数におけるスペクトルを波周波数に変換することが出来る。

ここで、波周波数での領域 I, II, III, IV におけるスペクトルを、それぞれ $\Delta S^I(\omega)$, $\Delta S^{II}(\omega)$, $\Delta S^{III}(\omega)$, $\Delta S^{IV}(\omega)$ とすると (2.18) 式は (2.19) 式となる。

$$\Delta S(\omega_e) = \begin{cases} \Delta S^I(\omega) + \Delta S^{II}(\omega) + \Delta S^{III}(\omega) & (\text{for } \omega_e \leq \omega_{ec}) \\ \Delta S^{IV}(\omega) & (\text{for } \omega_e > \omega_{ec}) \end{cases} \tag{2.19}$$

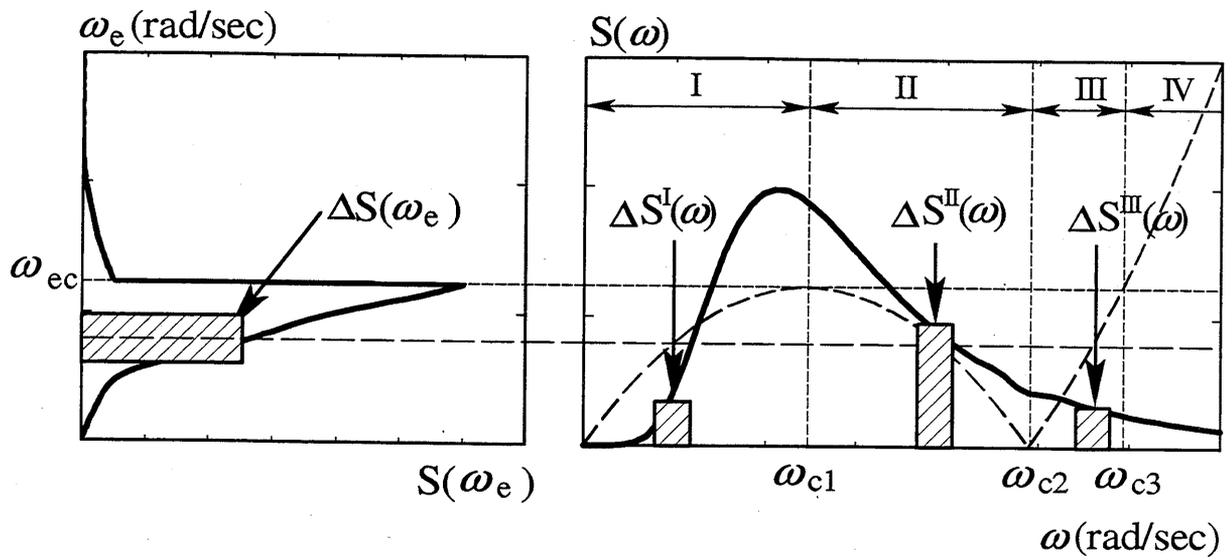


Fig.2.5 Conversion of spectrum between ω_e and ω (for $\omega_e \leq \omega_{ec}$)

(2.19) 式における $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の場合を Fig.2.5 に示している。

従って、(2.19) 式を用いて出会い周波数における船体運動スペクトルを波周波数におけるものへ変換できると、(2.7) 式を用いて、一次元波スペクトルの推定が可能となる。しかし、前述のように、ある 1 つの出会い周波数に対し、3 つの異なる波周波数が対応する場合があるために、船体運動スペクトルの周波数変換が困難なものとなる。

第 3 章

規則波中船体運動^{8,9)}

3.1 規則波中船体運動（上下揺・縦揺）

船体運動を計算する手法の一つにストリップ法がある。その原理は、船体を二次元断面（ストリップ）の連続体として近似するものであり、その仮定に様々な問題点が存在するが、実用上はきわめて有効な計算手法として評価されている。

ストリップ法では、船は規則波中を波に対して一定の進路を保ち、一定の速度で進行するものとする。そして波の中での運動は微小振幅の定常周期運動を行っていると仮定し、前後揺および抵抗増加、漂流力を無視した線形理論に従っている。

この仮定の下で、船体に作用する力（モーメント）として次の 4 成分を考える。

- ① 静水中で静的に変位したために生じる力（静的復原力）
- ② 静水中で船体が運動することにより、周囲の流体に攪乱を与え、それにより船体が受ける力。（発散波に基づく流体力： *Radiation* 流体力）
- ③ 船体の存在により、波の構造が壊されないと仮定したとき、船体に作用する力。（*Froude-Kriloff* 力）
- ④ 船体が運動を固定されているとしたとき、波は船体により反射され、それにより船体が受ける力。（散乱波に基づく流体力： *Diffraction* 流体力）

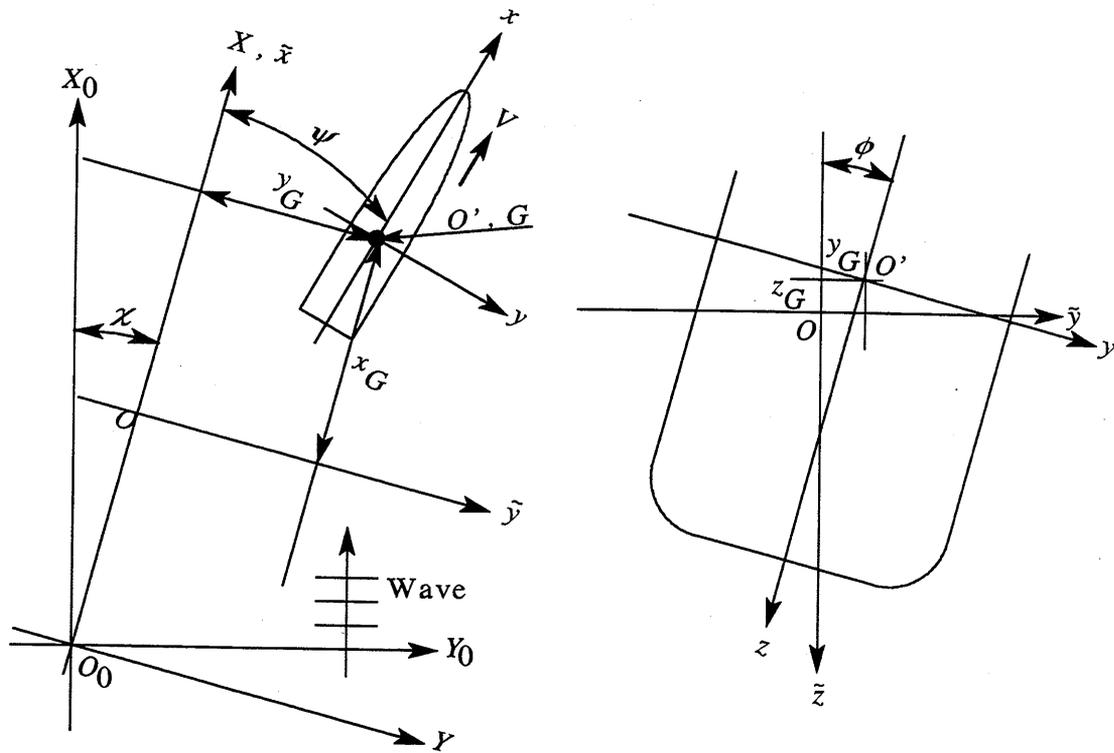


Fig.3.1 Coordinate system for ship motions

3.2 座標系

Fig.3.1 に示すような，空間固定座標系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ を定め，船の進行方向は $O_0 X_0$ と X_0 の角度をなす $O_0 X$ 方向にとるものとし，新たに空間固定座標系 $O_0 - XYZ$ を定める。

船体固定座標系を $O' - xyz$ とし，座標原点 O' は船体中心線上にとる。このとき，船体重心を G とする。また，入射波は規則波とし， $O_0 X_0$ 方向に進行する。

船は進行方向を $O_0 X$ にとり，一定速度 V を保ちながら規則波中を平均位置 O' 周りに微小振幅運動するものとする。このとき，運動は重心位置 G に着目し，左右揺 y_G ，上下揺 z_G ，横揺 ϕ ，縦揺 θ ，船首揺 ψ とする（ただし，前後揺 x_G は無視する）。 O' は船が静止しているとき O に一致するものとする。 O を座標原点とし， $O_0 X$ 軸方向に V で等速移動する空間固定座標系を $O - \tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ とする。このとき， O' は O に対して (x_G, y_G, z_G) だけ離れている。

等速移動する空間固定座標系 $O - \tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ と船体固定座標系 $O' - xyz$ の関係は，オイラー

角 (ϕ, θ, ψ)

$$\left. \begin{array}{l} (1) \ z \text{軸に対して回転 } \psi \\ (2) \ y_1 \text{軸に対して回転 } \theta \\ (3) \ x_2 \text{軸に対して回転 } \phi \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

を用いて,

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} - x_G \\ \tilde{y} - y_G \\ \tilde{z} - z_G - \overline{OG} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = [\Psi] \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = [\Theta] \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z - \overline{OG} \end{pmatrix} = [\Phi] \begin{pmatrix} x \\ y \\ z - \overline{OG} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

と表すことができる。

(3.2), (3.3), (3.4) 式をまとめると,

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} - x_G \\ \tilde{y} - y_G \\ \tilde{z} - z_G - \overline{OG} \end{pmatrix} = [\Psi][\Theta][\Phi] \begin{pmatrix} x \\ y \\ z - \overline{OG} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

となる。

ここで、一般的には $[\Psi]$, $[\Theta]$, $[\Phi]$ の順序により異なった解となるが、 ψ , θ , ϕ は微小振幅であるとする、 $\cos \psi \approx 1$, $\sin \psi \approx \psi$ の近似を行うことができる。また、二次以上の項を微小として無視すると、(3.5) 式の $[\Psi][\Theta][\Phi]$ のマトリックスはそれぞれの順序によらず、

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} - x_G \\ \tilde{y} - y_G \\ \tilde{z} - z_G - \overline{OG} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z - \overline{OG} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

となる。

従って、空間固定座標系 $O_0 - XYZ$ と船体固定座標系 $O' - xyz$ との関係は、

$$X - Vt - x_G = x - y\psi + (z - \overline{OG})\theta \quad (3.7)$$

$$Y - y_G = x\psi + y - (z - \overline{OG})\phi \quad (3.8)$$

$$Z - z_G = -x\theta + y\phi + z \quad (3.9)$$

となる。

次に、空間固定座標系から見た船体各断面での速度成分を $(u, v, w) = (\partial X/\partial t, \partial Y/\partial t, \partial Z/\partial t)$ とし、船体固定座標系との関係を求める。

船体は船速 V で等速移動しているため (3.7), (3.8), (3.9) 式の微分操作は $\partial/\partial t - V \cdot \partial/\partial \tilde{x}$ となる。ここで、

$$\frac{\partial X}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{x}} \left(\approx \frac{\partial x}{\partial \tilde{x}} \right) = 1 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{x}} \left(\approx \frac{\partial y}{\partial \tilde{x}} \right) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{x}} \left(\approx \frac{\partial z}{\partial \tilde{x}} \right) = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial x_G}{\partial \tilde{x}} \approx 0, \quad \frac{\partial y_G}{\partial \tilde{x}} \approx 0, \quad \frac{\partial z_G}{\partial \tilde{x}} \approx 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial x_G}{\partial t} \equiv \dot{x}_G, \quad \frac{\partial y_G}{\partial t} \equiv \dot{y}_G, \quad \frac{\partial z_G}{\partial t} \equiv \dot{z}_G \quad (3.15)$$

であることを用いて、

$$u = \dot{x}_G - y\dot{\psi} + (z - \overline{OG})\dot{\theta} + V \quad (3.16)$$

$$v = \dot{y}_G - x\dot{\psi} - (z - \overline{OG})\dot{\phi} - V\psi \quad (3.17)$$

$$w = \dot{z}_G - x\dot{\theta} + y\dot{\phi} - V\theta \quad (3.18)$$

となる。

これらの速度を各断面に対して $y = 0, z = 0$ で代表させて二次元的に考えると,

$$v = \dot{y}_G - x\dot{\psi} + \overline{OG}\dot{\phi} - V\psi \quad (3.19)$$

$$w = \dot{z}_G - x\dot{\theta} + V\theta \quad (3.20)$$

となる。

よって, (3.20) 式から縦運動には上下揺 z_G , 縦揺 θ のみを考えればよいことが分かる。以下, 縦運動のみを考えることとし, 上下揺 z_G , 縦揺 θ のみを考える。以下の運動方程式は, NSM (*New Strip Method*) の考え方に基づいて導出する。

3.3 Radiation 流体力

任意の断面の二次元ポテンシャルを求めるには, その断面と流体との相対速度が必要である。静止空間上の一点 (X, Z) の空間固定座標系に対する x, z 座標は,

$$x = X - Vt \quad (3.21)$$

$$z = Z - z_G + (X - Vt)\theta \quad (3.22)$$

であるから, 船体固定断面に対する流体の上下方向の速度 w は以下の式となる。

$$w = \dot{z}_G - x\dot{\theta} + V\theta \quad (3.23)$$

今, 船体の任意点の x における運動を $y = 0, z = 0$ で代表させて考えており, また任意断面が単位振幅の周期運動 $e^{i\omega_e t}$ で振動するときの速度ポテンシャルを $-(\varphi_S + i\varphi_A)$ とする。このとき, 各断面に対して *Radiation* ポテンシャル (発散波ポテンシャル) は,

$$\phi_{rz} = w(\varphi_{Sz} + i\varphi_{Az}) \quad (3.24)$$

となる。上下揺の振幅を z_A , 波に対する位相進みを ε_z , 縦揺 θ_A , ε_θ とすれば,

$$z_G = z_A e^{i(\omega_e t + \varepsilon_z)} \quad (3.25)$$

$$\theta = \theta_A e^{i(\omega_e t + \varepsilon_\theta)} \quad (3.26)$$

ただし, ω_e は出会い周波数で,

$$\omega_e = \omega - kV \cos \chi \quad (k: \text{波数} = \omega^2/g) \quad (3.27)$$

である。(3.25), (3.26) 式を (3.23) 式に代入して,

$$w = -i\omega_e z_A e^{i(\omega_e t + \varepsilon z)} + (i\omega_e x - V)\theta_A e^{i(\omega_e t + \varepsilon \theta)} \quad (3.28)$$

を得る。(3.28) 式を (3.24) 式に代入すると, 単位速度あたりの速度ポテンシャルは,

$$\begin{aligned} \phi_{rz} &= w(\varphi_{S_z} + i\varphi_{A_z}) \\ &= -\omega_e \varphi_{A_z} z_G + \varphi_{S_z} \dot{z}_G + (\omega_e x \varphi_{A_z} + V \varphi_{S_z})\theta - \left(x \varphi_{S_z} - \frac{V}{\omega_e} \varphi_{A_z}\right) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (3.29)$$

となる。

船体横断面に作用する圧力 p は, 全速度ポテンシャルを ϕ とし, 線形化された三次元ベルヌーイの式は等速移動する空間固定座標系 $O - \tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ で大気圧 p_a を基準として考えて, (3.30) 式となる。

$$p - p_a = \rho g \tilde{z} - \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right) \phi \quad (3.30)$$

ここで, $\partial x / \partial \tilde{x} \approx 1$ であり, 圧力として船体運動による変動圧力のみを考えることにすれば (3.30) 式は,

$$p = \rho g (z_G - x\theta + y\phi) - \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi \quad (3.31)$$

とすることができる。

(3.31) 式の右辺第一項は静水圧の変化による圧力であるので, これを p_s とする。

$$p_s = \rho g (z_G - x\theta + y\phi) \quad (3.32)$$

(3.31) 式の右辺第二項から Radiation ポテンシャルによる変動圧 p_{rz} が求まる。すなわち,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \phi_{rz} &= -\omega_e \varphi_{A_z} \dot{z}_G + \varphi_{S_z} \ddot{z}_G - V \omega_e \varphi_{A_z} \theta \\ &\quad + (2V \varphi_{S_z} + \omega_e x \varphi_{A_z}) \dot{\theta} - \left(x \varphi_{S_z} - \frac{V}{\omega_e} \varphi_{A_z}\right) \ddot{\theta} \\ &= V \omega_e \varphi_{A_z} \theta + (2V \varphi_{S_z} + \omega_e x \varphi_{A_z}) \dot{\theta} - x \varphi_{S_z} \ddot{\theta} - \omega_e \varphi_{A_z} \dot{z}_G + \varphi_{S_z} \ddot{z}_G \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \phi_{rz} &= \left\{ V \frac{\partial \varphi_{S_z}}{\partial x} + \omega_e \frac{\partial (x \varphi_{A_z})}{\partial x} \right\} \theta - \left\{ \frac{\partial (x \varphi_{S_z})}{\partial x} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{A_z}}{\partial x} \right\} \dot{\theta} \\ &\quad - \omega_e \frac{\partial \varphi_{A_z}}{\partial x} z_G - \frac{\partial \varphi_{S_z}}{\partial x} \dot{z}_G \end{aligned} \quad (3.34)$$

より,

$$\begin{aligned}
 p_{rz} &= -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_{rz} \\
 &= -\rho \left\{ \left(\frac{V}{\omega_e} \varphi_{Az} - x \varphi_{Sz} \right) \ddot{\theta} + \left(2V \varphi_{Sz} + \omega_e x \varphi_{Az} + Vx \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} \right) \dot{\theta} \right. \\
 &\quad - \left(V \omega_e \varphi_{Az} + V \omega_e x \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} + V^2 \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} \right) \theta \\
 &\quad \left. + \varphi_{Sz} \ddot{z}_G - \left(\omega_e \varphi_{Az} + V \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} \right) \dot{z}_G + V \omega_e \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} z_G \right\} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

である。

この変動圧力を船体各断面に沿って線積分を行えば船体横断面に作用する力、モーメントを求めることができる。

またここで、*Radiation* ポテンシャルを船体断面に沿って積分を行うと断面付加質量と断面減衰力係数は次式で表される。

$$M_H = -\rho \int_{S_H} \varphi_{Sz} \frac{\partial z}{\partial n} ds \quad (3.36)$$

$$N_H = \rho \omega_e \int_{S_H} \varphi_{Az} \frac{\partial z}{\partial n} ds \quad (3.37)$$

ただし,

$$\left\{ \begin{array}{l}
 M_H : \text{上下揺による断面付加質量} \\
 N_H : \text{上下揺による断面造波減衰力係数} \\
 S_H : \text{横断面表面} \\
 n : \text{法線方向 (船体外向きを正とする)} \\
 s : \text{接線方向}
 \end{array} \right.$$

である (Fig.3.2参照)。

次に、船体各横断面での静水圧の変化分について考える (圧力は船体内向きに作用する)。

静水圧変化の z 方向成分は,

$$\frac{dF_{Sz}}{dx} = - \int_{S_H} p_s \frac{\partial z}{\partial n} ds$$

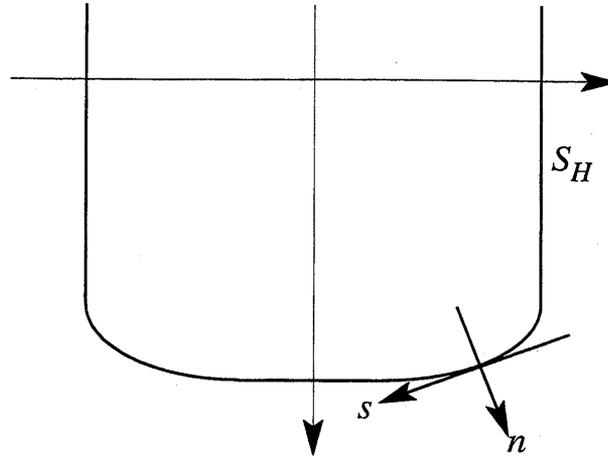


Fig.3.2 Directional cosine on the body

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-B(x)/2}^{B(x)/2} p_s dy \\
 &= \rho g \int_{-B(x)/2}^{B(x)/2} (z_G - x\theta + y\phi) dy \\
 &= -\rho g (z_G - x\theta) B(x)
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

となる。ここで、 $B(x)$ は x の位置での船幅である。

船体全体に働く静水圧変化による力、すなわち、静水中で静的に変位したために生じる力（静的復原力）は (3.38) 式を船長 L に沿って積分を行うことにより求まる。

$$\begin{aligned}
 \int_L \frac{dF_{sz}}{dx} &= \int_L \{-\rho g (z_G - x\theta) B(x)\} dx \\
 &= -\rho g \int_L B(x) dx \cdot z_G + \rho g \int_L x B(x) dx \cdot \theta
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

また、モーメントについては (3.39) 式に x を乗じた、

$$\int_L \frac{dF_{sz}}{dx} x = -\rho g \int_L x B(x) dx \cdot z_G + \rho g \int_L x^2 B(x) dx \cdot \theta \tag{3.40}$$

により求められる。

船体各横断面に働く *Radiation* 流体力の z 方向成分は、

$$\frac{dF_{rz}}{dx} = - \int_{S_H} p_{rz} \frac{\partial z}{\partial n} ds$$

$$\begin{aligned}
&= \rho \left\{ \left(\frac{V}{\omega_e} \int_{S_H} \varphi_{Az} \frac{dz}{dn} ds - x \int_{S_H} \varphi_{Sz} \frac{dz}{dn} ds \right) \ddot{\theta} \right. \\
&\quad + \left(V \int_{S_H} \varphi_{Sz} \frac{dz}{dn} ds + \omega_e x \int_{S_H} \varphi_{Az} \frac{dz}{dn} ds + V x \int_{S_H} \frac{\varphi_{Sz}}{\partial x} \frac{dz}{dn} ds \right. \\
&\quad \left. - \frac{V^2}{\omega_e} \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} \frac{dz}{dn} ds \right) \dot{\theta} \\
&\quad - \left(V \omega_e \int_{S_H} \varphi_{Az} \frac{dz}{dn} ds - V \omega_e x \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} \frac{dz}{dn} ds - V^2 \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} \frac{dz}{dn} ds \right) \theta \\
&\quad + \int_{S_H} \varphi_{Sz} \frac{dz}{dn} ds \ddot{z}_G + \left(-\omega_e \int_{S_H} \varphi_{Az} \frac{dz}{dn} ds - V \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} \frac{dz}{dn} ds \right) \dot{z}_G \\
&\quad \left. + V \omega_e \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} \frac{dz}{dn} ds z_G \right\} \\
&= \left(x M_H + \frac{V}{\omega_e^2} N_H \right) \ddot{\theta} - \left(2V M_H - x N_H + V \frac{\partial(x M_H)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) \dot{\theta} \\
&\quad - \left(V N_H + V \frac{\partial(x N_H)}{\partial x} - V^2 \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) \theta \\
&\quad - M_H \ddot{z}_G - \left(N_H - V \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) \dot{z}_G + V \frac{\partial N_H}{\partial x} z_G \tag{3.41}
\end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\frac{\partial M_H}{\partial x} = -\rho \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} ds \tag{3.42}$$

$$\frac{\partial N_H}{\partial x} = \rho \omega_e \int_{S_H} \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} ds \tag{3.43}$$

の関係を用いている。

dF_{rz}/dx を $\partial \phi_{rz}/\partial t$ に基づく成分と $V \cdot \partial \phi_{rz}/\partial x$ に基づく成分に分けると

$$\frac{dF_{rz1}}{dx} = M_H [-\ddot{z}_G + x\ddot{\theta} - 2V\dot{\theta}] + N_H [-\dot{z}_G + x\dot{\theta} - V\theta] \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dF_{rz2}}{dx} &= V \frac{\partial M_H}{\partial x} \dot{z}_G - V \frac{\partial(x M_H)}{\partial x} \dot{\theta} + V^2 \frac{\partial M_H}{\partial x} \theta \\
&\quad + V \frac{\partial N_H}{\partial x} z_G - \frac{V^2}{\omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x} \dot{\theta} - V \frac{\partial(x N_H)}{\partial x} \theta - V N_H \theta \tag{3.45}
\end{aligned}$$

となる。

船体全体に働く *Radiation* 流体力を求めるために (3.41) 式を船長に沿って積分を行う。

ここで,

$$\int_L \frac{\partial N_H}{\partial x} dx = N_H \Big|_{A.P.}^{F.P.} \quad (3.46)$$

$$\int_L \frac{\partial M_H}{\partial x} dx = M_H \Big|_{A.P.}^{F.P.} \quad (3.47)$$

$$\int_L \frac{\partial (xM_H)}{\partial x} dx = xM_H \Big|_{A.P.}^{F.P.} - \int_L M_H dx \quad (3.48)$$

$$\int_L \frac{\partial (xN_H)}{\partial x} dx = xN_H \Big|_{A.P.}^{F.P.} - \int_L N_H dx \quad (3.49)$$

$$\int_L x \frac{\partial (xM_H)}{\partial x} dx = x^2 M_H \Big|_{A.P.}^{F.P.} - 2 \int_L x M_H dx \quad (3.50)$$

$$\int_L x \frac{\partial (xN_H)}{\partial x} dx = x^2 N_H \Big|_{A.P.}^{F.P.} - 2 \int_L x N_H dx \quad (3.51)$$

であることを用いて,

$$\begin{aligned} \int_L \frac{dF_{rz}}{dx} dx &= \int_L \left(xM_H + \frac{V}{\omega_e} N_H \right) dx \ddot{\theta} \\ &+ \int_L \left(xN_H - 2VM_H - V \frac{\partial (xM_H)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) dx \dot{\theta} \\ &- \int_L \left(2VN_H + V \frac{\partial (xN_H)}{\partial x} - V^2 \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) dx \theta \\ &- \int_L M_H dx \ddot{z}_G - \int_L \left(N_H - V \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) dx \dot{z}_G + \int_L V \frac{\partial N_H}{\partial x} dx z_G \\ &= \int_L \left(xM_H + \frac{V}{\omega_e} N_H \right) dx \ddot{\theta} \\ &+ \left\{ \int_L (xN_H - VM_H) dx - V \left[xM_H \right]_{A.P.}^{F.P.} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \left[xN_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \dot{\theta} \\ &- \left\{ \int_L VN_H dx + V \left[xN_H \right]_{A.P.}^{F.P.} - V^2 \left[M_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \theta \\ &- \int_L M_H dx \ddot{z}_G - \left\{ \int_L N_H dx - V \left[M_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \dot{z}_G + V \left[N_H \right]_{A.P.}^{F.P.} z_G \quad (3.52) \end{aligned}$$

となる。また、モーメントは (3.41) 式に x を乗じて次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\int_L \frac{dF_{rz}}{dx} x dx &= \int_L \left(x^2 M_H + \frac{V}{\omega_e} x N_H \right) dx \ddot{\theta} \\
&+ \int_L \left(x^2 N_H - 2VxM_H - Vx \frac{\partial(xM_H)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} x \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) dx \dot{\theta} \\
&- \int_L \left(2VxN_H + Vx \frac{\partial(xN_H)}{\partial x} - V^2 x \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) dx \theta \\
&- \int_L x M_H dx \ddot{z}_G - \int_L \left(x N_H - Vx \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) dx \dot{z}_G + \int_L Vx \frac{\partial N_H}{\partial x} dx z_G \\
&= \int_L \left(x^2 M_H + \frac{V}{\omega_e} x N_H \right) dx \ddot{\theta} \\
&+ \left\{ \int_L \left(x^2 N_H + \frac{V^2}{\omega_e^2} N_H \right) dx - V \left[x^2 M_H \right]_{A.P.}^{F.P.} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \left[x N_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \dot{\theta} \\
&- \left\{ \int_L V^2 M_H dx + V \left[x^2 N_H \right]_{A.P.}^{F.P.} - V^2 \left[M_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \theta \\
&- \int_L x M_H dx \ddot{z}_G - \left\{ \int_L (x N_H + V M_H) dx - V \left[x M_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \dot{z}_G \\
&+ \left\{ \int_L -V N_H dx + V \left[x N_H \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} z_G \tag{3.53}
\end{aligned}$$

3.4 波浪強制力

船体に作用する流体力 (モーメント) のうち *Froude-Kriloff* 力及び *Diffraction* 流体力は波による力であり、これらをあわせて波浪強制力 (モーメント) と呼ぶ。

今、船体に作用する力 F_z 及びモーメント M_θ を

$$F_z = (F_{zc} + iF_{zs}) e^{i\omega_e t} \tag{3.54}$$

$$M_\theta = (M_{\theta c} + iM_{\theta s}) e^{i\omega_e t} \tag{3.55}$$

とおくと,

$$\begin{Bmatrix} F_{zc} \\ F_{zs} \end{Bmatrix} = \int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{Bmatrix} dx + \int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{zc}^{(FK)} \\ \Delta F_{zs}^{(FK)} \end{Bmatrix} dx \quad (3.56)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{\theta c} \\ M_{\theta s} \end{Bmatrix} = \int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{Bmatrix} x dx + \int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{zc}^{(FK)} \\ \Delta F_{zs}^{(FK)} \end{Bmatrix} x dx \quad (3.57)$$

となる。

(3.56), (3.57) 式の右辺第 1 項は *Diffraction* 流体力であり, 第 2 項は *Froude-Kriloff* 力である。

3.4.1 *Diffraction* 流体力

船体固定座標系から

$$X_0 = (x + Vt) \cos \chi - y \sin \chi \quad (3.58)$$

$$Y_0 = x \sin \chi + y \cos \chi \quad (3.59)$$

$$Z_0 = z \quad (3.60)$$

となる。

入射波は O_0X_0 軸の負の方向へ進行するため, 振幅 ζ_a , 波の周波数 ω の正弦規則波を考えると, 入射波を表す速度ポテンシャル ϕ_w は,

$$\begin{aligned} \phi_w &= \frac{i\omega\zeta_a}{k} e^{-kZ_0 + i(\omega t - kX_0)} \\ &= \frac{i\omega\zeta_a}{k} e^{-kz - ik(x \cos \chi - y \sin \chi) + i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\therefore \omega_e = \omega - kV \cos \chi$$

で表される。

従って、入射波 ζ_w は、

$$\begin{aligned} \zeta_w &= \Re \left[\frac{1}{g} \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) \phi_w \right] \Big|_{z=0} \\ &= \zeta_a \cos \{ \omega_e t - k(x \cos \chi - y \sin \chi) \} \end{aligned} \quad (3.62)$$

となる。これより、 $t=0$ で波の谷が $x=y=0$ に来た時を船体運動の位相基準とする。

Diffraction 流体力は、いわゆる「*相対運動の仮説*」を用いて、波の軌道速度 (*Orbital velocity*) と大きさが等しく向きが反対の速度で船体横断面が運動している *Radiation* 流体力を用いて求められる。

固定された船体に対する波の *Orbital velocity* は、船体各断面に対して入射波の速度ポテンシャルを y, z で微分すればよい。従って、固定された船体に対する波の *Orbital velocity* の上下方向成分は、平均喫水を T_m (Fig.3.3 参照) とし、

$$y = 0, \quad z = T_m(x) = \frac{S(x)}{B(x)} \quad (3.63)$$

$S(x)$: 船体横断面積, $B(x)$: 船幅

における値で代表させると、船体各断面と波粒子との相対速度及び、相対加速度の平均値 $\bar{u}_z, \bar{\dot{u}}_z$ はそれぞれ次式のように表される。

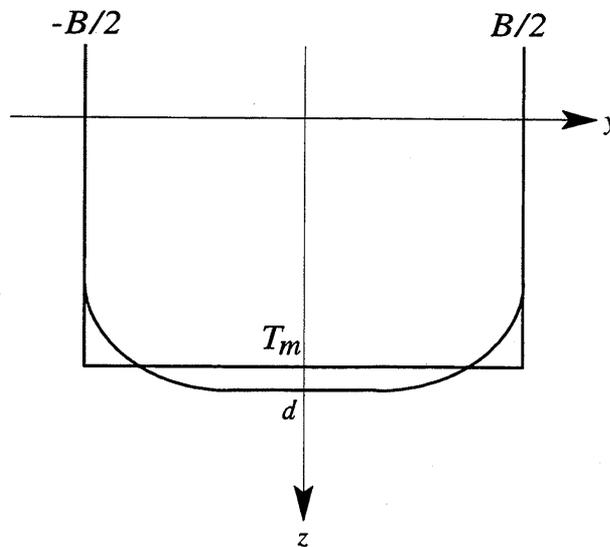


Fig.3.3 Average draft

z 方向の速度は, $(y = 0, z = T_m(x))$

$$\begin{aligned}\bar{u}_z &= (\bar{u}_{cz} + i\bar{u}_{sz})e^{i\omega t} \\ &= -\frac{\partial\phi_w}{\partial z}\Big|_{y=0, z=T_m(x)} \\ &= -i\zeta_a\omega e^{-kT_m(x)-ikx\cos\chi+i\omega t}\end{aligned}\tag{3.64}$$

$$\bar{u}_{cz} = -\zeta_a\omega e^{-kT_m(x)} \sin(kx\cos\chi)\tag{3.65}$$

$$\bar{u}_{sz} = -\zeta_a\omega e^{-kT_m(x)} \cos(kx\cos\chi)\tag{3.66}$$

であり, z 方向の加速度は, $(y = 0, z = T_m(x))$,

$$\begin{aligned}\dot{\bar{u}}_z &= (\dot{\bar{u}}_{cz} + i\dot{\bar{u}}_{sz})e^{i\omega t} \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial t} - V\frac{\partial}{\partial x}\right)\bar{u}_z \\ &= i\omega\bar{u}_z\end{aligned}\tag{3.67}$$

$$\dot{\bar{u}}_{cz} = \zeta_a\omega^2 e^{-kT_m(x)} \cos(kx\cos\chi)\tag{3.68}$$

$$\dot{\bar{u}}_{sz} = -\zeta_a\omega^2 e^{-kT_m(x)} \sin(kx\cos\chi)\tag{3.69}$$

となる。よって, *Radiation* ポテンシャルを求めた場合と同様に, 単位速度ポテンシャルと等価相対速度 \bar{u}_z を用いて *Diffraction* ポテンシャル ϕ_{dz} を求める。

Diffraction ポテンシャル ϕ_{dz} は,

$$\begin{aligned}\phi_{dz} &= \bar{u}_z(\varphi_{sz} + i\varphi_{az}) \\ &= \bar{u}_z\varphi_{sz} + \frac{\bar{u}_z}{\omega}\varphi_{az}\end{aligned}\tag{3.70}$$

となるため, この *Diffraction* ポテンシャル ϕ_{dz} による変動圧力 p_{dz} は,

$$\begin{aligned}p_{dz} &= -\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} - V\frac{\partial}{\partial x}\right)\phi_{dz} \\ &= -\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} - V\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\bar{u}_z\varphi_{sz} + \frac{\bar{u}_z}{\omega}\varphi_{az}\right) \\ &= \rho\left(\omega\varphi_{az}\bar{u}_z - \varphi_{sz}\dot{\bar{u}}_z\right) + \rho V\left(\frac{\partial\varphi_{sz}}{\partial x}\bar{u}_z + \frac{1}{\omega}\frac{\partial\varphi_{az}}{\partial x}\dot{\bar{u}}_z\right)\end{aligned}$$

$$= \rho \left(\omega \varphi_{Az} + V \frac{\partial \varphi_{Sz}}{\partial x} \right) \bar{u}_z - \rho \left(\varphi_{Sz} - \frac{V}{\omega} \frac{\partial \varphi_{Az}}{\partial x} \right) \dot{\bar{u}}_z \quad (3.71)$$

となる。この変動圧力を船体横断面に沿って線積分を行えば船体横断面に作用する力、モーメントを求めることができる。

船体各断面に働く *Diffraction* 流体力の z 方向成分は、

$$\begin{aligned} \frac{dF_{dz}}{dx} &= - \int_{S_H} p_{dz} \frac{\partial z}{\partial n} ds \\ &= \left(-\frac{\omega}{\omega_e} N_H + V \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) \bar{u}_z - \left(M_H + \frac{V}{\omega \omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) \dot{\bar{u}}_z \end{aligned} \quad (3.72)$$

となり、(3.72) 式に (3.65), (3.66), (3.68), (3.69) 式を代入すれば、

$$\frac{dF_{dz}}{dx} = (\Delta F_{dzc} + i \Delta F_{dzs}) e^{i\omega_e t} \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{array} \right\} &= - \left(-\frac{\omega}{\omega_e} N_H + V \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) \zeta_a \omega c_2 \left\{ \begin{array}{l} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{array} \right\} \\ &\quad + \left(M_H + \frac{V}{\omega \omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) \zeta_a \omega^2 c_2 \left\{ \begin{array}{l} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.74)$$

となる。ただし、

$$k^* = k \cos \chi, \quad c_2 = e^{-kT_m(x)} \quad (3.75)$$

とした。

船体全体に働く *Diffraction* 流体力を求めるために、(3.73) 式を船長に沿って積分を行う。

$$\int_L \frac{dF_{dz}}{dx} dx = \int_L (\Delta F_{dzc} + i \Delta F_{dzs}) e^{i\omega_e t} dx \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \int_L \left\{ \begin{array}{l} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{array} \right\} dx &= \zeta_a \omega \int_L c_2 \left[- \left(-\frac{\omega}{\omega_e} N_H + V \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) \left\{ \begin{array}{l} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{array} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \omega \left(M_H + \frac{V}{\omega \omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) \left\{ \begin{array}{l} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{array} \right\} \right] dx \end{aligned} \quad (3.77)$$

ここで数値微分を避けるために次の部分積分を行う。

$$\int_L \frac{\partial M_H}{\partial x} e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} dx = \left[M_H e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \\ - \int_L M_H \left\{ k^* e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \cos(k^*x) \\ -\sin(k^*x) \end{Bmatrix} - k \frac{\partial T_m(x)}{\partial x} e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} \right\} dx \quad (3.78)$$

$$\int_L \frac{\partial N_H}{\partial x} e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} dx = \left[N_H e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \\ - \int_L N_H \left\{ k^* e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} - k \frac{\partial T_m(x)}{\partial x} e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} \right\} dx \quad (3.79)$$

これを用いて、船体全体に働く *Diffraction* 流体力は、

$$\int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{Bmatrix} dx = \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L N_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} dx + \zeta_a \omega^2 \int_L M_H c_2 \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} dx \\ + \zeta_a \omega V \left\{ k^* \int_L M_H c_2 \begin{Bmatrix} \cos(k^*x) \\ -\sin(k^*x) \end{Bmatrix} dx - k \int_L \frac{\partial T_m(x)}{\partial x} M_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} ds \right. \\ \left. - \left[M_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} - \frac{\zeta_a \omega V}{\omega_e} \left\{ k^* \int_L N_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} dx \right. \\ \left. - k \int_L \frac{\partial T_m(x)}{\partial x} N_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} dx - \left[N_H c_2 \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \quad (3.80)$$

となる。

このうち (3.80) 式の右辺 $\partial T_m(x)/\partial x$ が微小であるとして無視すると、

$$\int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{Bmatrix} dx = \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L N_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} dx + \zeta_a \omega^2 \int_L M_H c_2 \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} dx \\ + \zeta_a \omega V \left\{ k^* \int_L M_H c_2 \begin{Bmatrix} \cos(k^*x) \\ -\sin(k^*x) \end{Bmatrix} dx - \left[M_H c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} +$$

$$-\frac{\zeta_a \omega V}{\omega_e} \left\{ k^* \int_L N_{HC2} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} dx - \left[N_{HC2} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \quad (3.81)$$

また,

$$\begin{aligned} \int_L \frac{\partial M_H}{\partial x} x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} dx &= \left[M_H x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \\ &- \int_L M_H \left\{ e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} + k^* x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \cos(k^* x) \\ -\sin(k^* x) \end{Bmatrix} \right. \\ &\left. - kx \frac{\partial T_m(x)}{\partial x} e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} \right\} dx \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} \int_L \frac{\partial N_H}{\partial x} x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} dx &= \left[N_H x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \\ &- \int_L N_H \left\{ e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} + k^* x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} \right. \\ &\left. - k \frac{\partial T_m(x)}{\partial x} x e^{-kT_m(x)} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} \right\} dx \end{aligned} \quad (3.83)$$

であることを用いて, $\partial T_m(x)/\partial x$ が微小であるので無視すると,

$$\begin{aligned} \int_L \begin{Bmatrix} \Delta F_{dzc} \\ \Delta F_{dzs} \end{Bmatrix} x dx &= \zeta_a \omega_e \int_L x c_2 \left[- \left(-\frac{\omega}{\omega_e} N_H + V \frac{\partial M_H}{\partial x} \right) \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} \right. \\ &+ \omega \left(M_H + \frac{V}{\omega \omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x} \right) \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} \left. \right] dx \\ &= \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L x N_{HC2} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} dx + \zeta_a \omega^2 \int_L x M_{HC2} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} dx + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\zeta_a\omega V \left\{ \int_L M_H(k^*xc_2 \begin{Bmatrix} \cos(k^*x) \\ -\sin(k^*x) \end{Bmatrix} + c_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix}) dx \right. \\
& - \left[M_Hxc_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \left. - \frac{\zeta_a\omega V}{\omega_e} \left\{ \int_L N_H(k^*xc_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^*x) \\ \cos(k^*x) \end{Bmatrix} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + c_2 \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} \right) dx - \left[N_Hxc_2 \begin{Bmatrix} -\cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} \right]_{A.P.}^{F.P.} \right\} \quad (3.84)
\end{aligned}$$

3.4.2 Froude-Kriloff 力

波の構造が船体の存在によって変化しないという *Froude-Kriloff* の仮説に基づく力，モーメントを求める（入射波のみについて考える）。入射波が船体を透過すると考えるので，船体運動はなく，そのため，船体固定座標系 $O' - xyz$ と等速移動する空間固定座標系 $O - \tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ は一致する。よって以後，船体固定座標系 $O' - xyz$ を用いて記述する。

入射波による変動圧力は入射波ポテンシャルを用いて計算される。入射波ポテンシャル ϕ_w による変動圧力 $p^{(FK)}$ は，*Radiation* ポテンシャルと同様に考えて，(3.85) 式となる。

$$\begin{aligned}
p^{(FK)} &= -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_w \\
&= -\rho g \zeta_a e^{-kz - k(x \cos \chi - y \sin \chi + i\omega_e t)} \quad (3.85)
\end{aligned}$$

この変動圧力を船体各断面に沿って線積分を行うことにより船体横断面に作用する力，モーメントを求めることができる。

船体各横断面に働く *Froude-Kriloff* 力の z 方向成分は，

$$\begin{aligned}
\frac{dF_z^{(FK)}}{dx} &= - \int_{S_H} p^{(FK)} \frac{\partial}{\partial n} ds \\
&= \int_{-B(x)/2}^{B(x)/2} p^{(FK)} dy \\
&= \left(\Delta F_{zc}^{(FK)} + i\Delta F_{zs}^{(FK)} \right) e^{i\omega_e t} \quad (3.86)
\end{aligned}$$

となる。

ここで

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_{zc}^{(FK)} \\ \Delta F_{zs}^{(FK)} \end{Bmatrix} = 2\rho g \zeta_a \begin{Bmatrix} \cos(k^*x) \\ \sin(k^*x) \end{Bmatrix} \int_0^{B(x)/2} e^{-kz(y)} \cos(ky \sin \chi) dy \quad (3.87)$$

また, $k^* = k \cos \chi$

である。

3.5 運動方程式

船体に作用する力, モーメントのうち, 静的復原力及び *Radiation* 流体力は船体運動に伴うものであるから運動方程式の左辺の慣性力項, 減衰力項, 復原力項として扱われる。

今, 上下揺及び縦揺からなる縦運動を考えており, この連成運動方程式は

$$\begin{pmatrix} M + a_{33} & a_{35} \\ a_{53} & a_{55} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_G \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} b_{33} & b_{35} \\ b_{53} & b_{55} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_G \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} c_{33} & c_{35} \\ c_{53} & c_{55} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_G \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re[\zeta_a E_3 e^{i\omega_e t}] \\ \Re[\zeta_a E_5 e^{i\omega_e t}] \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

となる。

ここで,

M : 船体の質量

a_{ij} : 付加質量

b_{ij} : 造波減衰力係数

c_{ij} : 復原力係数

E_i : 単位振幅の入射波が船体に及ぼす波強制力 (波強制モーメント)

である。

また, このときの座標系を Fig.3.4 に示す。

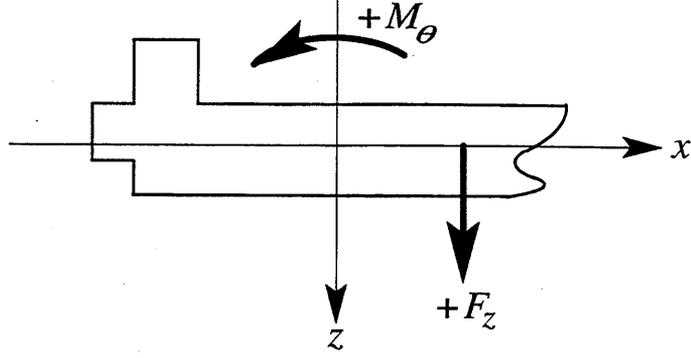


Fig.3.4 Coordinate system for pitching motion

船長を L とすると、上下揺の運動方程式は次式で表される。

$$M\ddot{z}_G = \int_L \left(\frac{dF_{sz}}{dx} + \frac{dF_{rz}}{dx} + \frac{dF_{dz}}{dx} + \frac{dF_z^{(FK)}}{dx} \right) dx$$

$$\therefore M\ddot{z}_G - \int_L \left(\frac{dF_{sz}}{dx} + \frac{dF_{rz}}{dx} \right) dx = \int_L \left(\frac{dF_{dz}}{dx} + \frac{dF_z^{(FK)}}{dx} \right) dx \quad (3.89)$$

次に、縦揺の運動方程式は、 y 軸まわりの慣性モーメントを I_y とすると、

$$I_y\ddot{\theta} = - \int_L \left(\frac{dF_{sz}}{dx} + \frac{dF_{rz}}{dx} + \frac{dF_{dz}}{dx} + \frac{dF_z^{(FK)}}{dx} \right) x dx$$

$$\therefore I_y\ddot{\theta} + \int_L \left(\frac{dF_{sz}}{dx} + \frac{dF_{rz}}{dx} \right) x dx = - \int_L \left(\frac{dF_{dz}}{dx} + \frac{dF_z^{(FK)}}{dx} \right) x dx \quad (3.90)$$

となる。

また、(3.88) 式より上下揺、縦揺の運動方程式はそれぞれ、

$$(M + a_{33})\ddot{z}_G + b_{33}\dot{z}_G + c_{33}z_G + a_{53}\ddot{\theta} + b_{53}\dot{\theta} + c_{53}\theta = (F_{zc} + iF_{zs}) e^{i\omega t} \quad (3.91)$$

$$(I_y + a_{55})\ddot{\theta} + b_{55}\dot{\theta} + c_{55}\theta + a_{35}\ddot{z}_G + b_{35}\dot{z}_G + c_{35}z_G = (M_{\theta c} + iM_{\theta s}) e^{i\omega t} \quad (3.92)$$

となる。

(3.91) 及び (3.92) 式の各係数は (3.89) 及び (3.90) 式より以下の通りである。

まず、上下揺の運動方程式 (3.91) 式に関して、

$$a_{33} = \int_L M_H dx \quad (3.93)$$

$$b_{33} = \int_L N_H dx - V \left[M_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.94)$$

$$c_{33} = \rho g \int_L B(x) dx - V \left[N_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.95)$$

$$a_{53} = - \int_L x M_H dx - \frac{V}{\omega_e^2} \int_L N_H dx \quad (3.96)$$

$$b_{53} = - \int_L x N_H dx - V \int_L M_H dx + V \left[x M_H \right]_{l_a}^{l_f} + \frac{V^2}{\omega_e^2} \left[x N_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.97)$$

$$c_{53} = -\rho g \int_L x B(x) dx - V \int_L N_H dx + V \left[x N_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.98)$$

$$\begin{aligned} F_{zc} = & \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L N_H c_2 \sin(k^* x) dx - \zeta_a \omega^2 \int_L M_H c_2 \cos(k^* x) dx \\ & + \zeta_a \omega V \left\{ k^* \int_L M_H c_2 \cos(k^* x) dx - \left[M_H c_2 \sin(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & - \frac{\zeta_a \omega V}{\omega_e} \left\{ k^* \int_L N_H c_2 \sin(k^* x) dx + \left[N_H c_2 \cos(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & + 2\rho g \zeta_a \int_L \cos(k^* x) \int_0^{B(x)/2} e^{-kz(y)} \cos ky \sin \chi dy \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$\begin{aligned} F_{zs} = & \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L N_H c_2 \cos(k^* x) dx + \zeta_a \omega^2 \int_L M_H c_2 \sin(k^* x) dx \\ & - \zeta_a \omega V \left\{ k^* \int_L M_H c_2 \sin(k^* x) dx - \left[M_H c_2 \cos(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & - \frac{\zeta_a \omega V}{\omega_e} \left\{ k^* \int_L N_H c_2 \cos(k^* x) dx - \left[N_H c_2 \sin(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & + 2\rho g \zeta_a \int_L \sin(k^* x) \int_0^{B(x)/2} e^{-kz(y)} \cos ky \sin \chi dy \end{aligned} \quad (3.100)$$

であり、また、縦揺の運動方程式 (3.92) 式に関して、

$$a_{55} = \int_L x^2 M_H dx \quad (3.101)$$

$$b_{55} = \int_L x^2 N_H dx + \frac{V^2}{\omega_e^2} \int_L N_H dx - V \left[x^2 M_H \right]_{l_a}^{l_f} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \left[x N_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.102)$$

$$c_{55} = \rho g \int_L x^2 B(x) dx + V^2 \int_L M_H dx - V \left[x^2 N_H \right]_{l_a}^{l_f} - V^2 \left[x M_H \right]_{l_a}^{l_f} - V \int_L x N_H dx \quad (3.103)$$

$$a_{35} = - \int_L x M_H dx - \frac{V}{\omega^2} \int_L N_H dx \quad (3.104)$$

$$b_{35} = - \int_L x N_H dx - V \int_L M_H dx + V \left[x M_H \right]_{l_a}^{l_f} + \frac{V^2}{\omega^2} \left[N_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.105)$$

$$c_{35} = - \rho g \int_L x B(x) dx + V^2 \left[M_H \right]_{l_a}^{l_f} + V \left[N_H \right]_{l_a}^{l_f} \quad (3.106)$$

$$\begin{aligned} M_{\theta c} = & \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L x N_H c_2 \sin(k^* x) dx - \zeta_a \omega^2 \int_L x M_H c_2 \cos(k^* x) dx \\ & + \zeta_a \omega V \left\{ k^* \int_L M_H (c_2 \cos(k^* x) + c_2 \sin(k^* x)) dx - \left[M_H x c_2 \sin(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & - \frac{\zeta_a \omega V}{\omega_e} \left\{ k^* \int_L (N_H x c_2 \sin(k^* x) - c_2 \cos(k^* x)) dx + \left[N_H x c_2 \cos(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & + 2\rho g \zeta_a \int_L x \cos(k^* x) \int_0^{B(x)/2} e^{-kz(y)} \cos ky \sin \chi dy \end{aligned} \quad (3.107)$$

$$\begin{aligned} M_{\theta s} = & \frac{\zeta_a \omega^2}{\omega_e} \int_L x N_H c_2 \cos(k^* x) dx + \zeta_a \omega^2 \int_L x M_H c_2 \sin(k^* x) dx \\ & - \zeta_a \omega V \left\{ k^* \int_L M_H (c_2 \sin(k^* x) + c_2 \cos(k^* x)) dx - \left[M_H x c_2 \cos(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & - \frac{\zeta_a \omega V}{\omega_e} \left\{ k^* \int_L (N_H x c_2 \cos(k^* x) + c_2 \sin(k^* x)) dx - \left[N_H x c_2 \sin(k^* x) \right]_{l_a}^{l_f} \right\} \\ & + 2\rho g \zeta_a \int_L x \sin(k^* x) \int_0^{B(x)/2} e^{-kz(y)} \cos ky \sin \chi dy \end{aligned} \quad (3.108)$$

である。

ここで、係数に含まれる l_f 及び l_a は

$$\begin{cases} l_f : \text{船首端位置} \\ l_a : \text{船尾端位置} \end{cases}$$

である。

次に、船体運動が定常状態になった場合を考え、運動方程式の解法を考える。

上下揺 z_G 、縦揺 θ をそれぞれ、

$$z_G = z_{G_a} e^{(i\omega_e t - \varepsilon z)} \quad (3.109)$$

$$\theta = \theta_a e^{(i\omega_e t - \varepsilon \theta)} \quad (3.110)$$

とおく。(3.109), (3.110) 式をそれぞれ、時間 t で 1 階, 2 階微分して、

$$\dot{z}_G = i\omega_e z_{G_a} e^{(i\omega_e t - \varepsilon z)} \quad (3.111)$$

$$\dot{\theta} = i\omega_e \theta_a e^{(i\omega_e t - \varepsilon \theta)} \quad (3.112)$$

$$\ddot{z}_G = -\omega_e^2 z_{G_a} e^{(i\omega_e t - \varepsilon z)} \quad (3.113)$$

$$\ddot{\theta} = -\omega_e^2 \theta_a e^{(i\omega_e t - \varepsilon \theta)} \quad (3.114)$$

が得られる。(3.109)~(3.114) 式を (3.91), (3.92) 式に代入して

$$\begin{aligned} ((3.91) \text{ 式右辺}) &= \left\{ -\omega_e^2 (M + a_{33}) - i\omega_e b_{33} + c_{33} \right\} z_{G_a} e^{i\omega_e t} \\ &\quad + \left\{ -\omega_e^2 a_{53} - i\omega_e b_{53} + c_{53} \right\} \theta_a e^{i\omega_e t} \\ &= A_{33} z_{G_a} e^{i\omega_e t} + A_{53} \theta_a e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3.115)$$

$$\begin{aligned} ((3.92) \text{ 式右辺}) &= \left\{ -\omega_e^2 (I_y + a_{55}) - i\omega_e b_{55} + c_{55} \right\} \theta_a e^{i\omega_e t} \\ &\quad + \left\{ -\omega_e^2 a_{35} - i\omega_e b_{35} + c_{35} \right\} z_{G_a} e^{i\omega_e t} \\ &= A_{53} z_{G_a} e^{i\omega_e t} + A_{55} \theta_a e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned} ((3.91) \text{ 式左辺}) &= \{ F_{zc} + iF_{zs} \} e^{i\omega_e t} \\ &= B_3 e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3.117)$$

$$\begin{aligned} ((3.92) \text{ 式左辺}) &= \{ F_{zc} + iF_{zs} \} e^{i\omega_e t} \\ &= B_5 e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3.118)$$

となる。(3.115)~(3.118) 式をまとめて、整理すると、

$$\begin{bmatrix} A_{33} & A_{53} \\ A_{35} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z_{Ga} \\ \theta_a \end{pmatrix} e^{i\omega_e t} = \begin{bmatrix} B_3 \\ B_5 \end{bmatrix} e^{i\omega_e t} \quad (3.119)$$

となり、(3.119) 式を解けば、 z_G 、 θ を求めることができ、規則波中における上下揺、縦揺を求めることができる。

3.6 上下方向加速度

次に、上下方向加速度について考える。上下方向加速度は、船体の加速度計測位置を重心より x_H だけ（前方を正とする）離れた位置とすると、その位置での上下方向の変位は、船体の上下揺、縦揺がそれぞれ (3.109)、(3.110) 式で表されるため、

$$Z_H = z_G - x_H \theta \quad (3.120)$$

となる。これを時間 t で 1 階、2 階微分して、

$$\dot{Z}_H = \dot{z}_G - x_H \dot{\theta} \quad (3.121)$$

$$\ddot{Z}_H = \ddot{z}_G - x_H \ddot{\theta} \quad (3.122)$$

が得られる。

すなわち (3.122) 式は x_H の位置での上下方向の加速度を表している。(3.113)、(3.114) 式を (3.122) 式に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_H = & -\omega_e^2 z_{Ga} (\cos \varepsilon_z \cos \omega_e t - \sin \varepsilon_z \sin \omega_e t) + x_H \omega_e^2 \theta_a (\cos \varepsilon_\theta \cos \omega_e t - \sin \varepsilon_\theta \sin \omega_e t) \\ & -i\omega_e^2 z_{Ga} (\cos \varepsilon_z \sin \omega_e t + \sin \varepsilon_z \cos \omega_e t) + ix_H \omega_e^2 \theta_a (\cos \varepsilon_\theta \sin \omega_e t + \sin \varepsilon_\theta \cos \omega_e t) \end{aligned} \quad (3.123)$$

となり、実部をとると、

$$\begin{aligned} \Re\{\ddot{Z}_H\} & \equiv \ddot{Z}_c \cos \omega_e t - \ddot{Z}_s \sin \omega_e t \\ & = \ddot{Z}_a \cos(\omega_e t - \varepsilon) \end{aligned} \quad (3.124)$$

となる。ただし,

$$\ddot{Z}_a = \omega_e^2 \sqrt{(z_{G_a} \cos \varepsilon_z - x_H \theta_a \cos \varepsilon_\theta)^2 + (z_{G_a} \sin \varepsilon_z - x_H \theta_a \sin \varepsilon_\theta)^2} \quad (3.125)$$

$$\varepsilon = \tan^{-1} \frac{z_{G_a} \sin \varepsilon_z - x_H \theta_a \sin \varepsilon_\theta}{z_{G_a} \cos \varepsilon_z - x_H \theta_a \cos \varepsilon_\theta} \quad (3.126)$$

である。

第 4 章

一次元波スペクトルの推定法

ここでは、一次元波スペクトルの推定について

- 1) 線形重ね合わせ法のみによる推定法
- 2) *Pierson-Moskowitz* 型スペクトルを用いた非線形計画法による推定法
- 3) 任意の一次元波スペクトル形状を用いた非線形計画法による推定法

の 3 通りの方法により、一次元波スペクトルを推定し、その推定結果を水槽試験において得られた計測値と比較し、推定法の検討を行っている。

4.1 線形重ね合わせ法のみを用いた推定法

4.1.1 推定法

線形重ね合わせ法のみを用いた推定では波の方向分布を考慮しないため、(2.7) 式で方向分布関数を $D(\omega, \chi_c) = 1.0$ として、

$$S_w(\omega) = S_x(\omega) / [A_x(\omega, \chi_0 + \chi_c)]^2 \quad (4.1)$$

を用いている。

4.1.2 周波数変換

追波状態においては計測した出会い周波数におけるスペクトルを波周波数へ変換する際に、ある出会い周波数の領域においては、1つの出会い周波数に対し3つの波周波数が対応する三価関数の問題が生じるため、スペクトルの周波数変換が困難となる。そこで、平山²⁾は実用的方法として、周波数変換を行う際にその領域を制限する方法を提案している。その方法は、出会い周波数における $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域では、ある出会い周波数に対応する波周波数のうち、最小解を代表値として用いる方法である。すなわち、Fig.2.4に示す $\omega \leq \omega_{c1}$ で定義される領域Iのみを考慮する方法である。ここでも、その実用的方法を用いてFig.4.1に示す変換領域（斜線部）により、周波数変換を行っている。

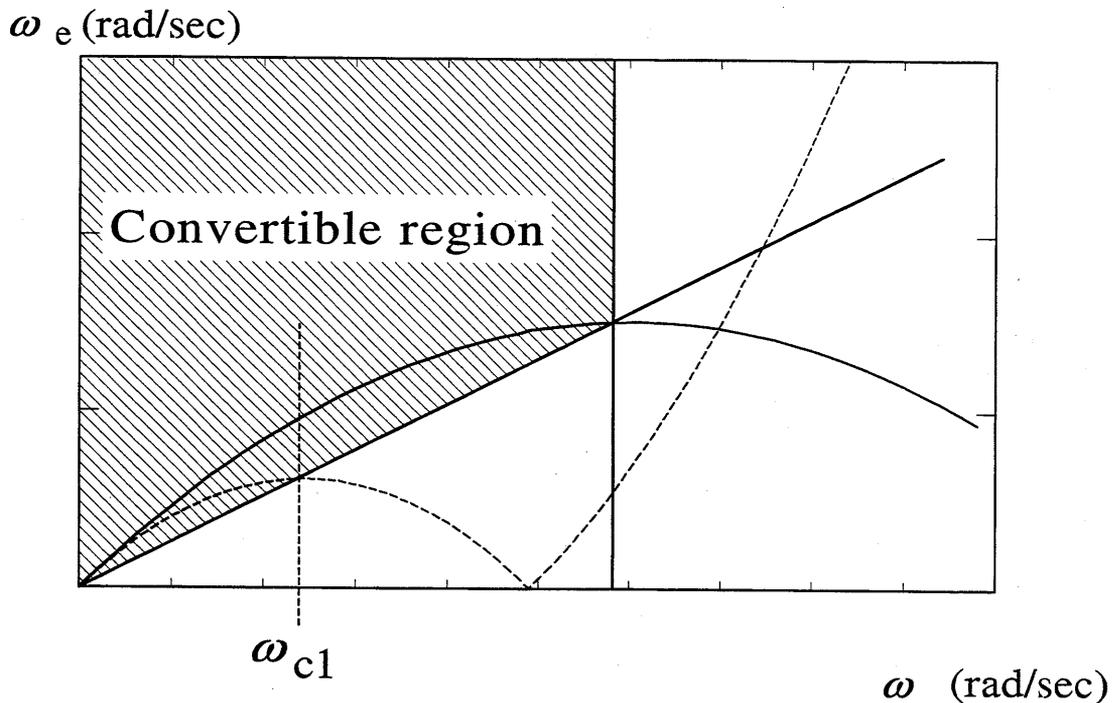


Fig.4.1 Convertible region in the (ω, ω_e) plane defined by hatched boundaries

4.1.3 水槽試験

水槽試験は広島大学船舶試験水槽で行い、模型船は鉱石運搬船を使用した。模型船の船体主要目を Table 4.1 に示す。また、船速は $F_n = 0.15$ ($V = 0.81\text{m/s}$) である。

Table 4.1 Principal dimensions of ore-carrier model

L_{pp} [m]	3.000	Disp.[N]	27.85
B_m [m]	0.480	x_G [m]	+0.088
d_m [m]	0.195	κ [% L_{pp}]	0.235

水槽試験における計測項目は、船体の上下揺、縦揺及び出会い周波数、波周波数における波変位である。また、模型船を取り外し、波変位のための計測も行った。この場合の船速は $F_n = 0.368$ ($V = 2.0\text{m/s}$) である。

計測結果を Fig.4.2~Fig.4.5 に示す。Fig.4.2 は波周波数における一次元波スペクトルであり、Fig.4.3 は $F_n = 0.15$ 及び 0.368 での出会い周波数における一次元波スペクトルである。また、Fig.4.4, Fig.4.5 は $F_n = 0.15$ での出会い周波数における上下揺及び縦揺のスペクトルである。

次に、追波状態での規則波中における模型船の上下揺及び縦揺の振幅を Fig.4.6, Fig.4.7 に示す。縦軸はそれぞれの無次元量を表し、横軸は波周波数を表している。図中、実線はストリップ法による計算結果であり、●印は規則波中における試験結果である。

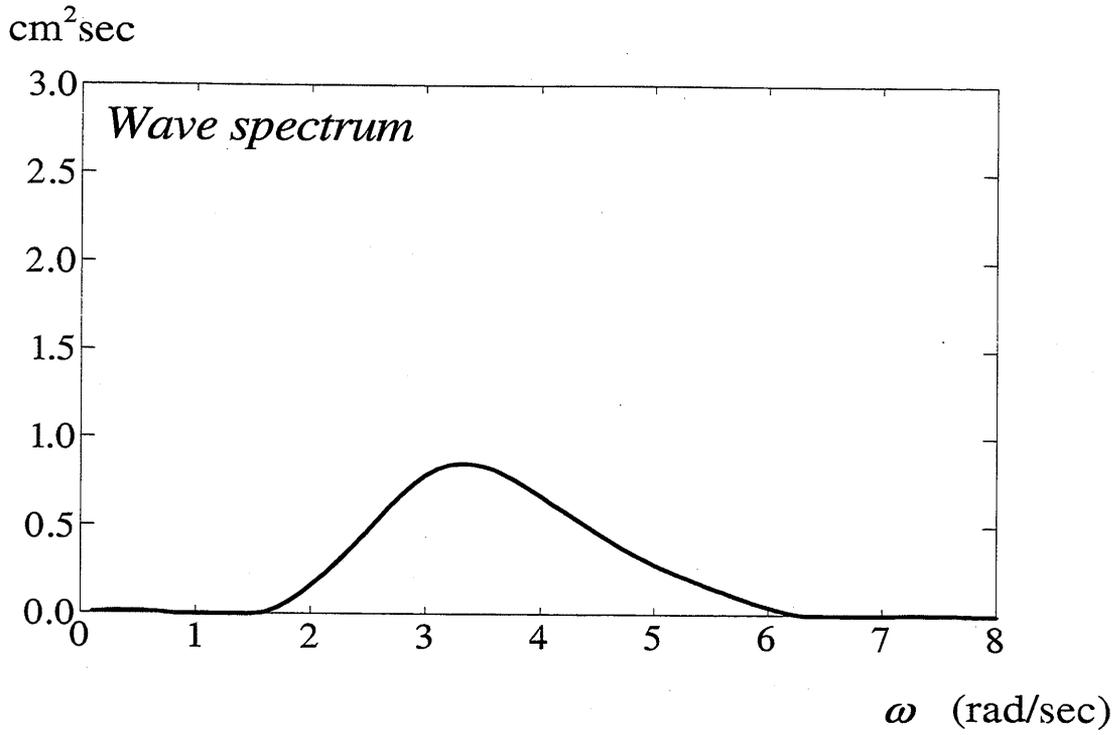


Fig.4.2 Wave spectrum measured by fixed wave meter

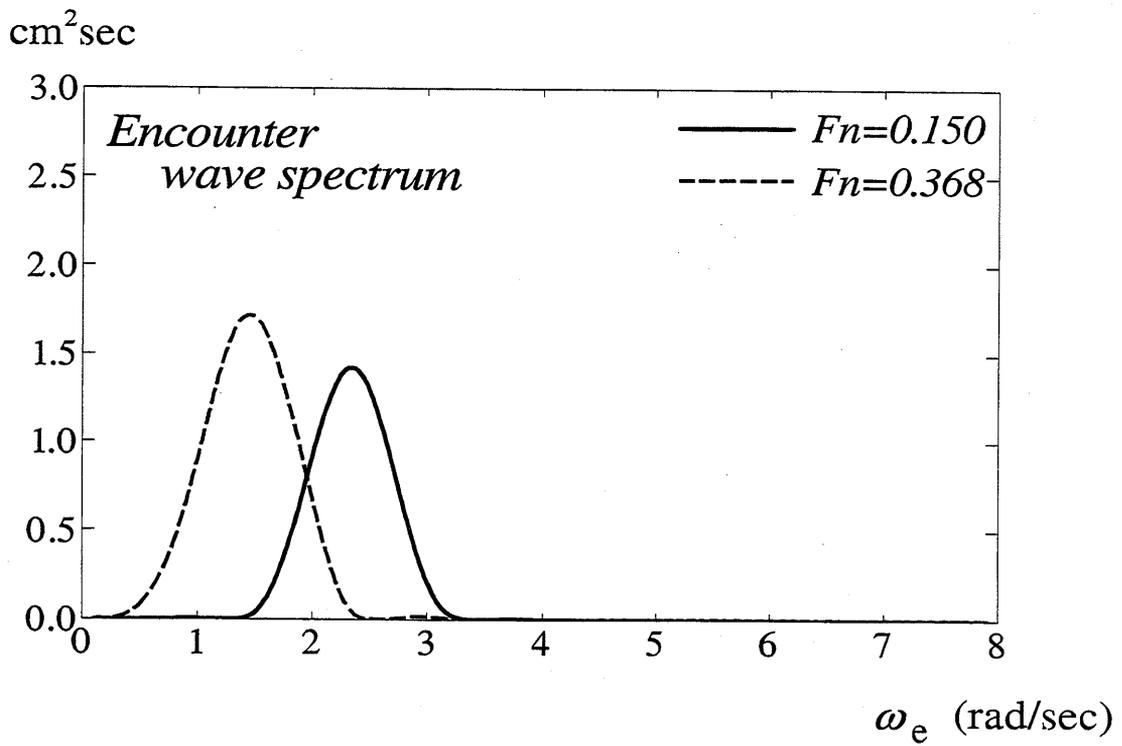


Fig.4.3 Encounter wave spectrum measured by encounter wave meter ($Fn=0.15, 0.368$)

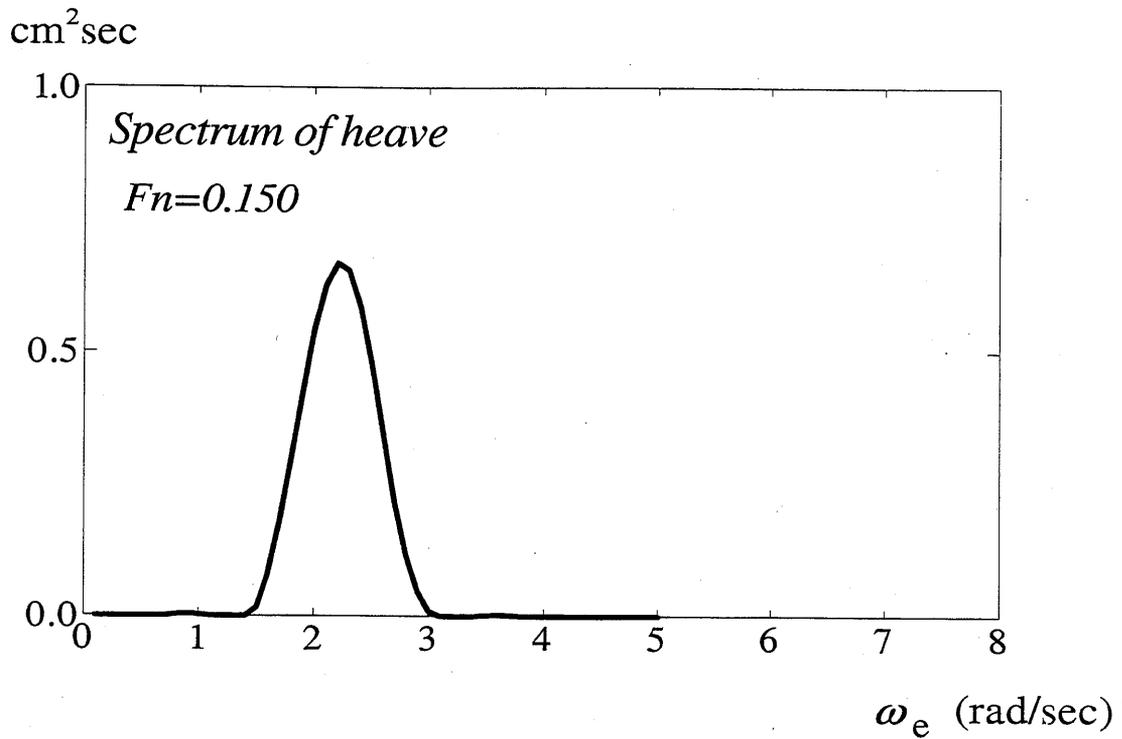


Fig.4.4 Measured spectrum of heave ($Fn=0.15$)

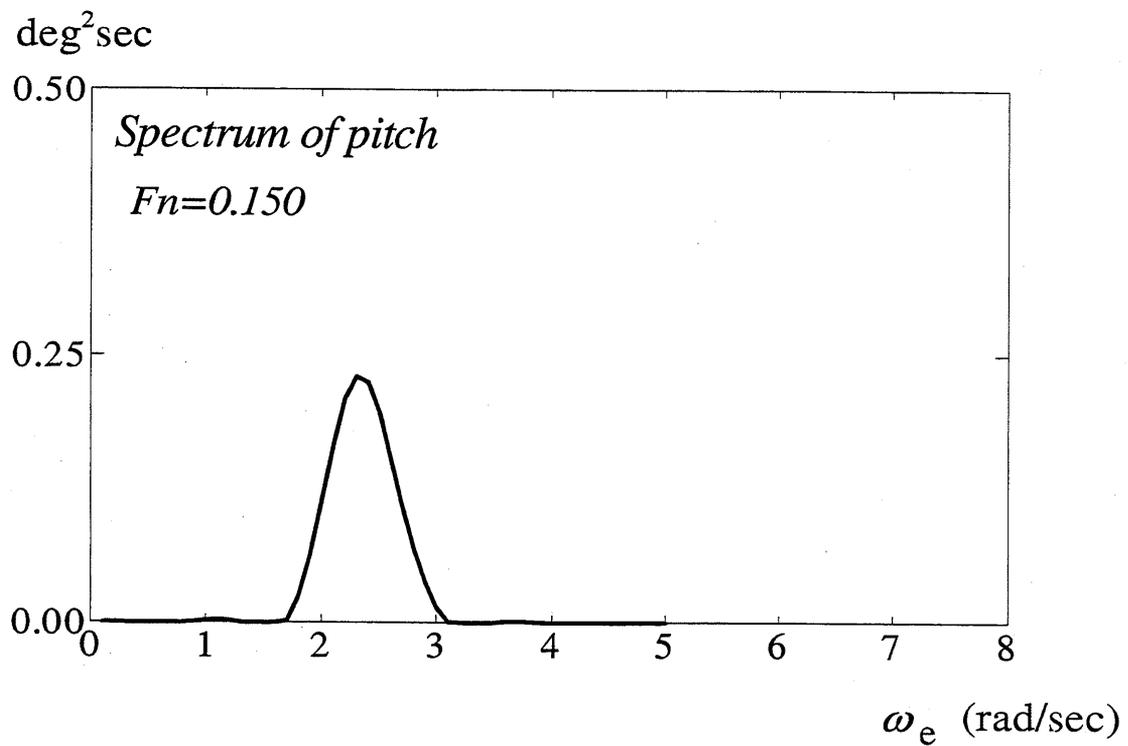


Fig.4.5 Measured spectrum of pitch ($Fn=0.15$)

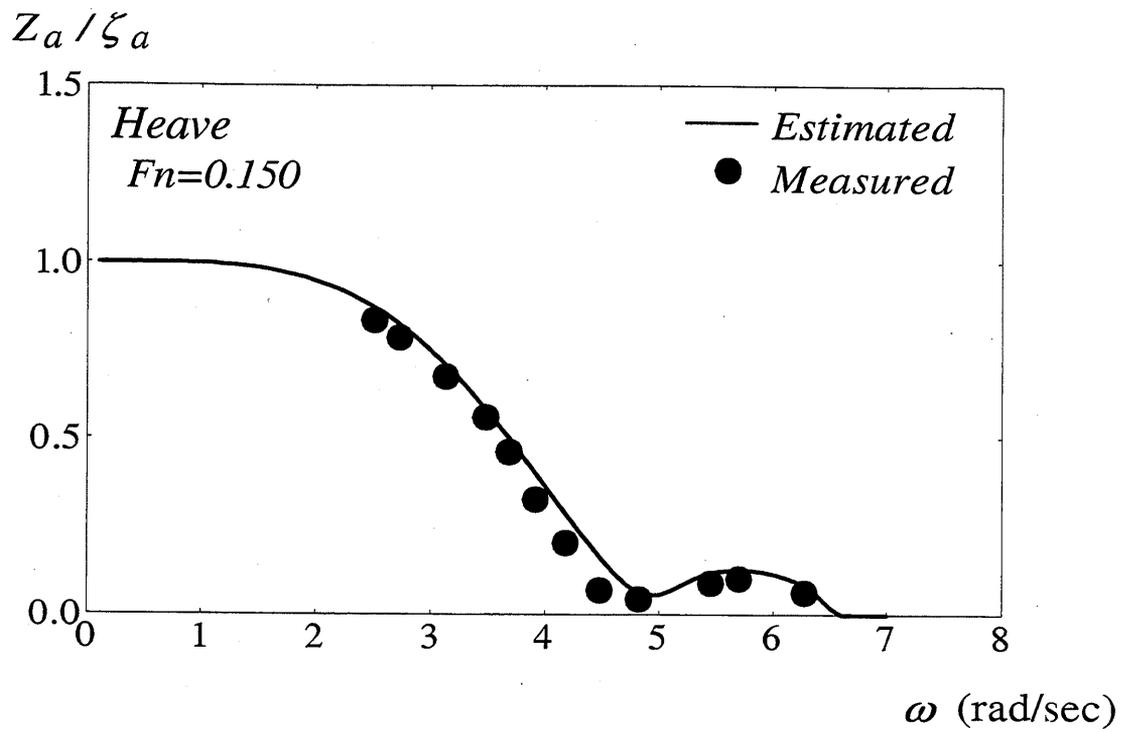


Fig.4.6 Heave motions in regular waves

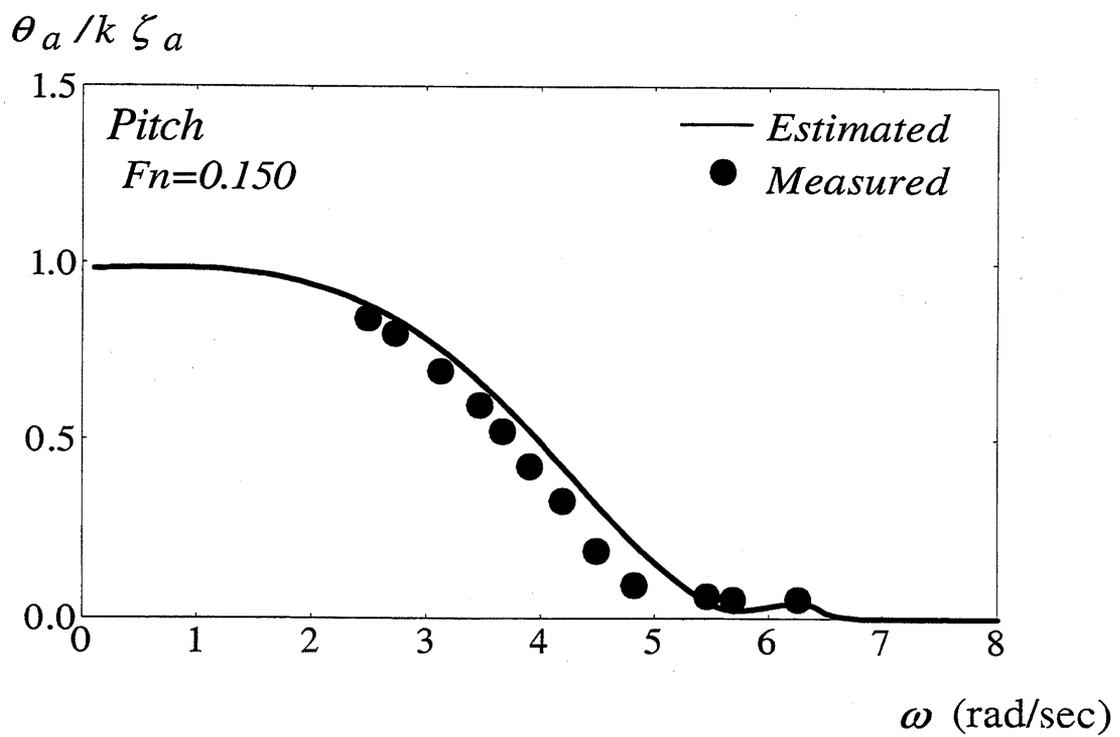


Fig.4.7 Pitch motions in regular waves

4.1.4 推定結果

線形重ね合わせ法のみによる一次元波スペクトルの推定結果を Fig.4.8, Fig.4.9 に示す。Fig.4.8 は $F_n = 0.15$ における模型船の船体運動の計測値を用いて推定した結果であり、Fig.4.9 は $F_n = 0.368$ における波変位を用いた結果である。

推定結果より、 $F_n = 0.15$ の場合では推定値は計測値と比較し、定量的には小さい値を示しているが、比較的良好に一致している。一方、 $F_n = 0.368$ では推定した一次元波スペクトルが一部の周波数領域のみしか得られず、推定値と計測値との差が大きいことがわかる。すなわち、出会い周波数での船体運動スペクトルを波周波数へ変換した際、Fig.4.10 に示すように一部の周波数領域のみしか変換が行われなため、推定した一次元波スペクトルが一部分しか得られない結果となる。

そこで、この推定した一部の周波数における一次元波スペクトルから全周波数での一次元波スペクトルの推定を行う。

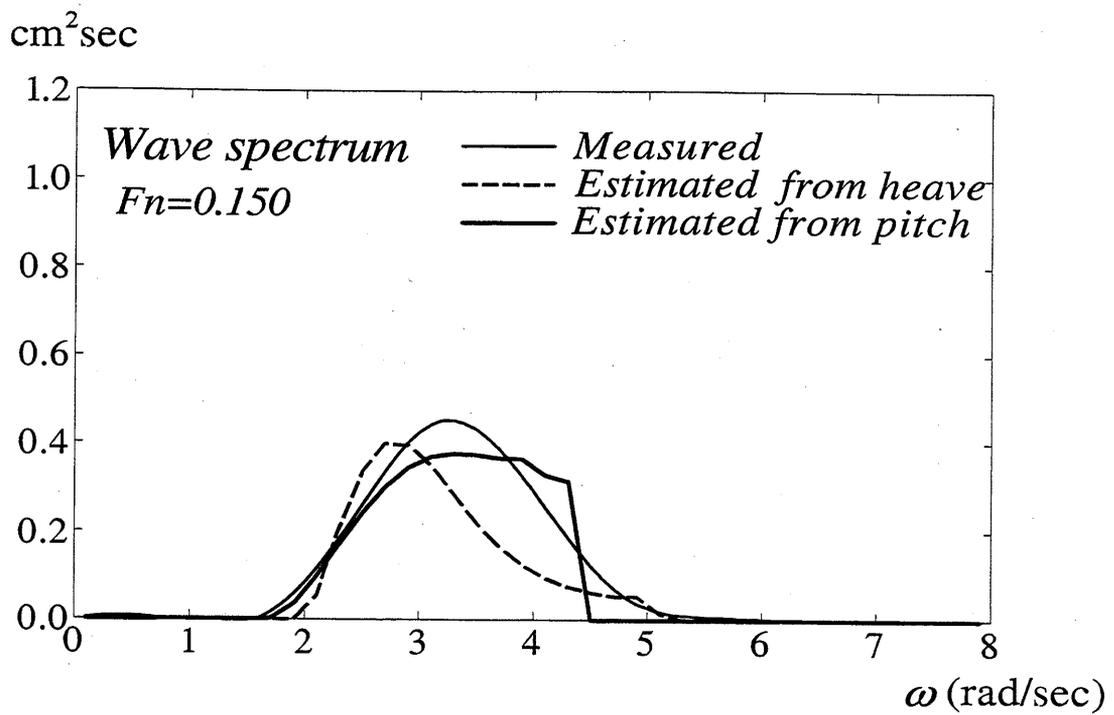


Fig.4.8 Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.15$)

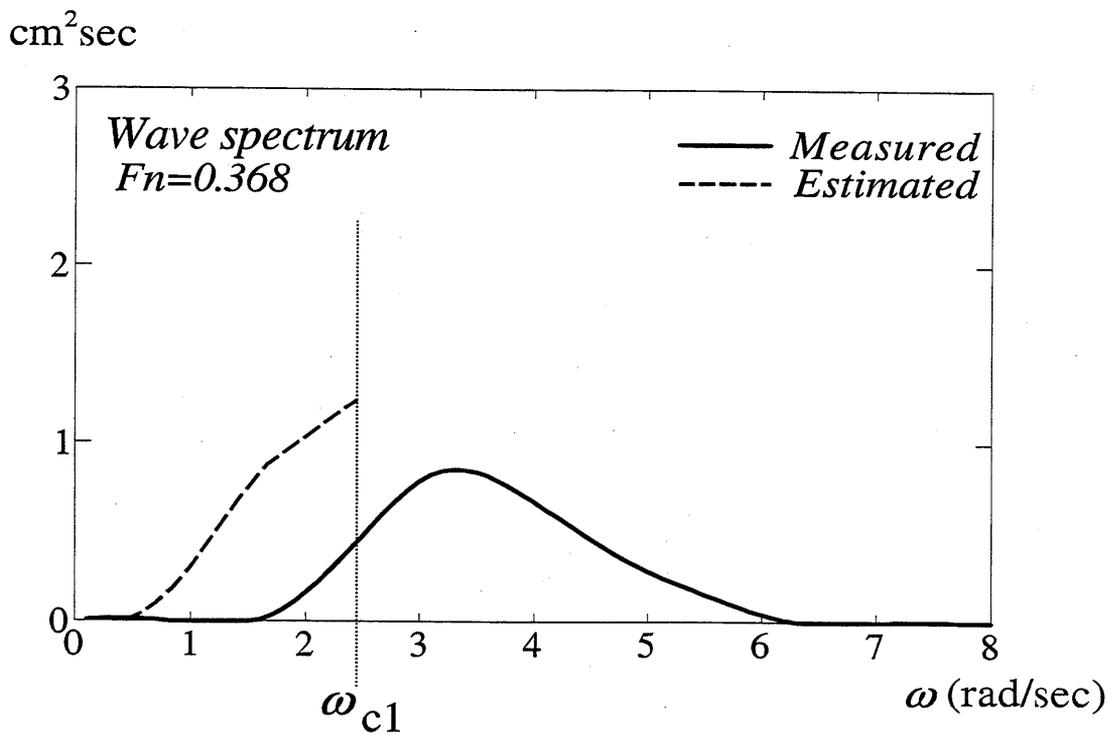


Fig.4.9 Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.368$)

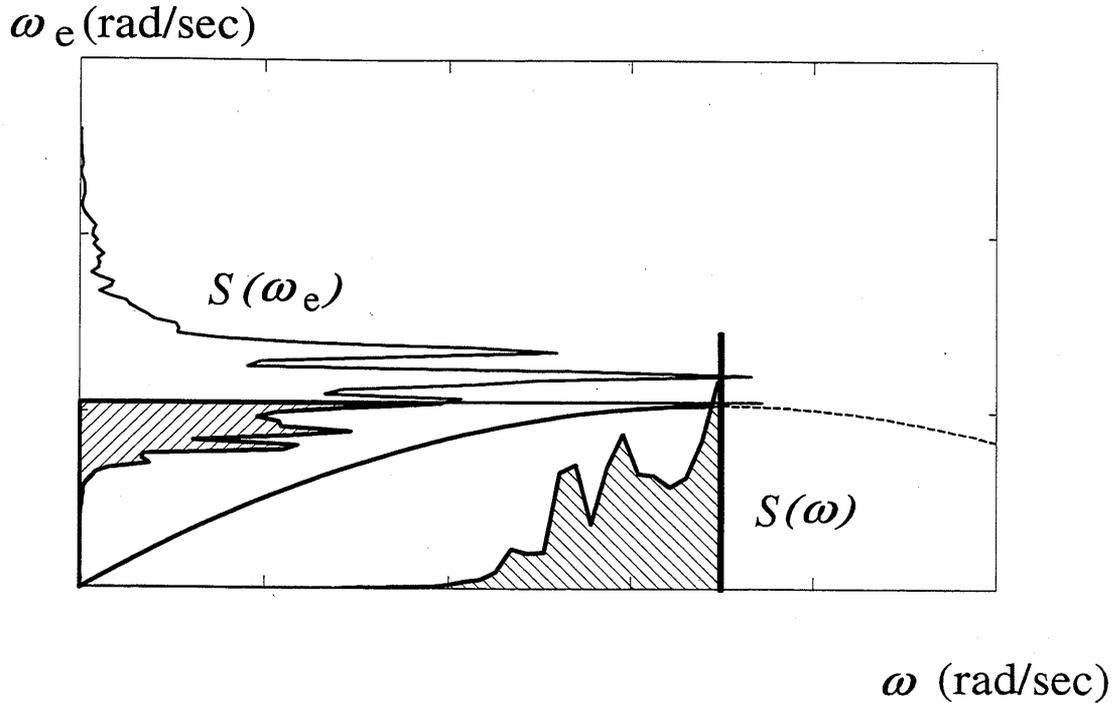


Fig.4.10 An example of transformation of spectrum from $S(\omega_e)$ to $S(\omega)$

4.2 Pierson-Moskowitz 型スペクトルを用いた推定法

線形重ね合わせ法のみによる推定では、船速が高速の場合において周波数変換に問題が生じ、そのため推定した一次元波スペクトルが Fig.4.9 に示したように一部の波周波数領域でしか得られない場合がある。そこで、得られた一部の波周波数領域における一次元波スペクトルから全周波数領域における一次元波スペクトルの推定を線形重ね合わせ法と非線形計画法を用いて行う。

本推定法は一次元波スペクトルに Pierson-Moskowitz (PM) 型などの有義波高 $H_{1/3}$ [m] 及び平均波周期 T [sec] で定義されるスペクトル形状を用い、それらを設計変数として非線形計画法により推定する方法である。ここでは、その最適化を波周波数領域で行う方法と、出会い周波数領域で行う方法の 2 通りについて比較、検討している。なお、解析には 4.1.3 の水槽試験により得られた計測値を用いている。

4.2.1 波周波数領域における最適化

出会い周波数におけるスペクトルを波周波数におけるものに変換する場合、Fig.2.4 に示すように、船が前進速度を有し、出会い角が $|\chi_0| < 90^\circ$ のときには、出会い周波数 ω_e が $\omega_e \leq g/4V \cos \chi_0$ の領域において三価関数の問題が生じる。そのため、出会い周波数におけるスペクトルと波周波数におけるものが一対一に対応しなくなる。

(1) 周波数変換

出会い周波数におけるスペクトルを波周波数へ変換する際に、2.4 で示したような問題が生じるが、ここでは線形重ね合わせ法による推定と同様に平山の提案する実用的方法²⁾、すなわち Fig4.1 で示した領域のみを用いる方法により、その変換を行っている。

(2) 推定法

PM型スペクトルを用いた一次元波スペクトルの推定法は以下の通りである。

- 1) 出会い周波数における船体運動スペクトルを波周波数におけるものに、変換領域を用いて変換する。
- 2) 変換した波周波数における船体運動スペクトルと船体運動の周波数応答関数を用いて、(4.1) 式で示した線形重ね合わせ法により一次元波スペクトルを推定する。
- 3) 上記 2) で推定した一次元波スペクトルは、出会い角と船速の組み合わせによっては Fig.4.10 に示すように一部の波周波数領域でしか得られない場合がある。そこで、全波周波数領域での一次元波スペクトルを推定するために、一次元波スペクトルを (2.3) 式で示される PM 型のものと仮定し、有義波高 $H_{1/3}$ 及び平均波周期 T を設計変数として非線形計画法を用いて最適化を行い、波周波数における一次元波スペクトルを推定する。

また、目的関数 F には PM 型の一次元波スペクトル $\tilde{S}_w(\omega)$ と線形重ね合わせ法で推定した波周波数における一次元波スペクトル $S_w(\omega)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega=0}^{\omega_{e1}} \{S_w(\omega) - \tilde{S}_w(\omega)\}^2 \quad (4.2)$$

とし、制約条件は (4.3) 式とした。

$$0.0 < H_{1/3} < 10.0 \text{ (cm)},$$

$$0.0 < T < 10.0 \text{ (sec)}$$

(4.3)

(3) 推定結果

本方法を用いて推定した結果を Fig.4.11, Fig.4.12 に示す。

Fig.4.11 は出会い周波数における船体運動スペクトルから波周波数における一次元波スペクトルを推定した結果であり, Fig.4.12 は $Fn = 0.368 (V = 2.0\text{m/s})$ において計測された出会い周波数における一次元波スペクトルから波周波数におけるものに変換した結果である。図中, ○印は線形重ね合わせ法のみによる推定結果である。

これらの推定結果より, $Fn = 0.15$ では推定値と計測値との対応は良く, 本推定法の有用性が認められるが, $Fn = 0.368$ では推定値と計測値との差が大きいことがわかる。

これは, Fig.4.1 に示した変換領域を用いて, 出会い周波数から波周波数へ変換を行った

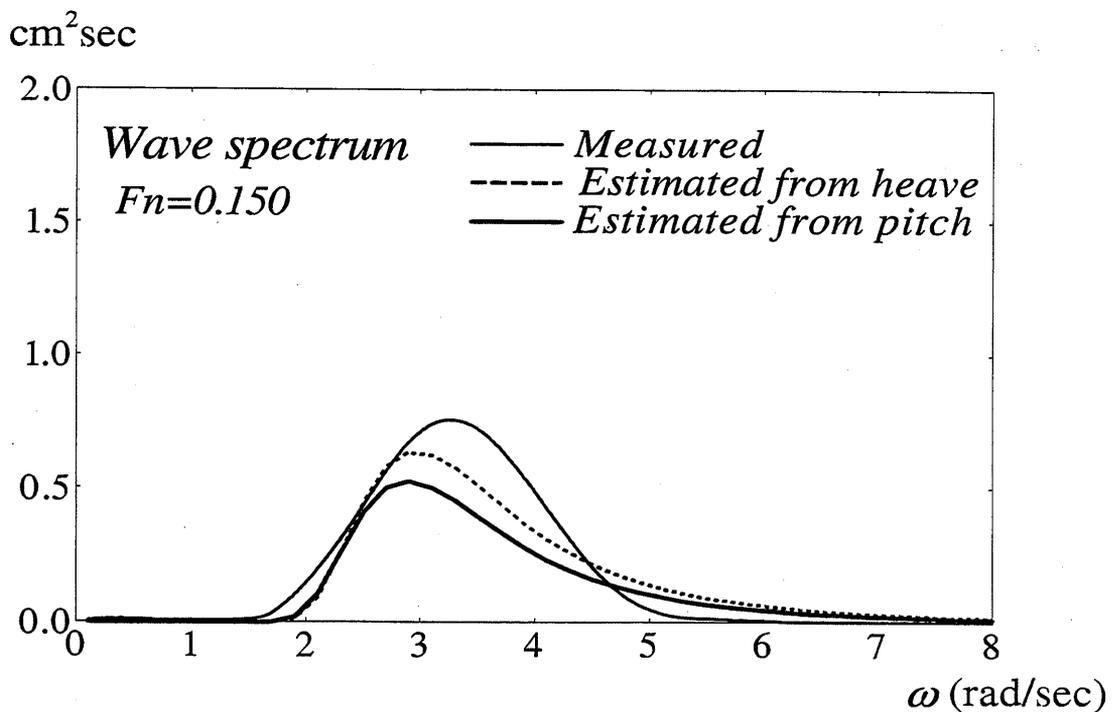


Fig.4.11 Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.15$)

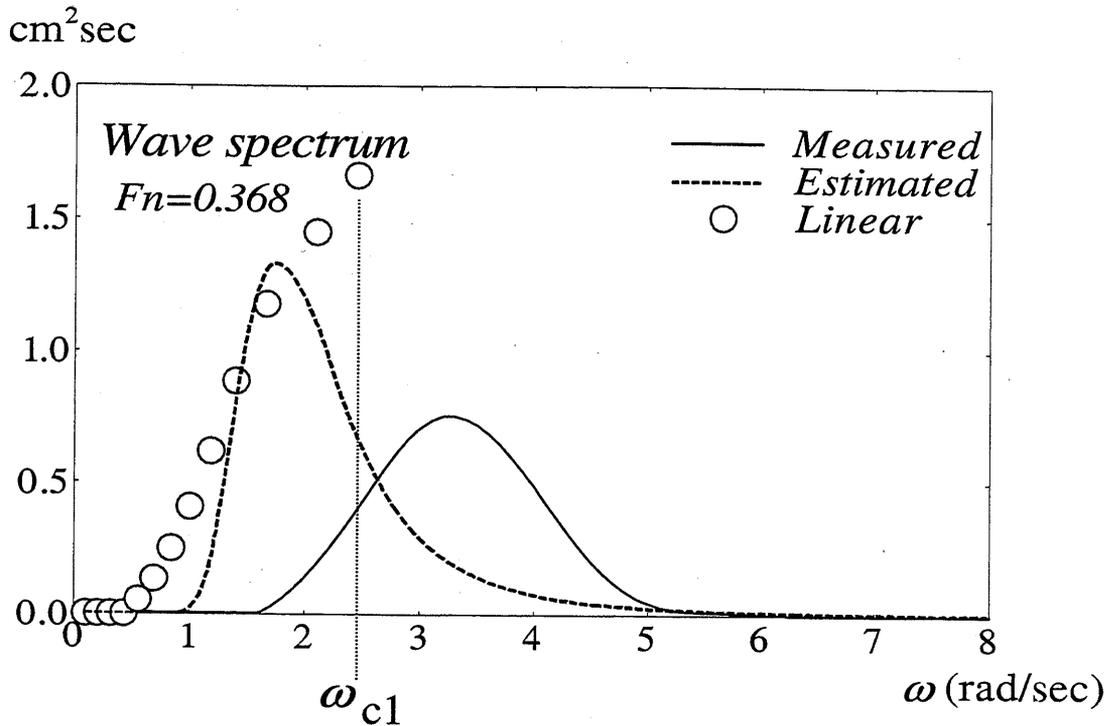


Fig.4.12 Comparison between estimated and measured wave spectrum ($Fn=0.368$)

ため、すなわち、Fig.2.4 に示した領域 I 以外を考慮できていないために生じた問題であると考えられる。

4.2.2 出会い周波数領域における最適化

波周波数領域において最適化を行った結果、 $Fn = 0.368$ の場合では推定値と計測値との間に差が生じている。そこで、波周波数領域ではなく、出会い周波数領域において最適化を行う。

(1) 周波数変換

出会い周波数領域における最適化の利点は Fig.4.1 に示す変換領域を用いることなく、一次元波スペクトルの推定が可能となる点である。すなわち、出会い周波数でのスペクトル

を波周波数へ変換する場合は、 $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域において、1つの ω_e に対し3つの ω が対応するため、波周波数へスペクトルを変換する際には三価関数の問題が生じる。その解決方法の1つとして、変換領域を制限する方法があるが、この方法では4.2.1で示したように船速が高速の場合において、推定した一次元波スペクトルと計測値との間に差が生じる。しかし、波周波数におけるスペクトルから出会い周波数におけるものへの変換は(2.19)式を用いて可能であるために、Fig.4.1に示した変換領域を用いることなく一次元波スペクトルを推定することができる。

(2) 推定法

出会い周波数領域における最適化により、一次元波スペクトルを推定する方法は以下の通りである。

- 1) 設計変数には有義波高 $H_{1/3}$ と平均波周期 T とを用い、波周波数での PM 型スペクトル $\tilde{S}_w(\omega)$ を (2.3) 式を用いて求める。
- 2) $\tilde{S}_w(\omega)$ と船体運動の周波数応答関数を用いて船体運動スペクトル $\tilde{S}_x(\omega)$ を (4.1) 式で示した線形重ね合わせ法により推定する。
- 3) 推定した波周波数での船体運動スペクトル $\tilde{S}_x(\omega)$ を出会い周波数における $\tilde{S}_x(\omega_e)$ へ、対応するエネルギーが等しいという条件 (2.19) 式を用いて変換を行う。
- 4) 目的関数 F には推定値 $\tilde{S}_x(\omega_e)$ と計測値 $S_x(\omega_e)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega_e=0}^{\omega_{ec}} \{ \tilde{S}_x(\omega_e) - S_x(\omega_e) \}^2 \quad (4.4)$$

を用い、制約条件には

$$\begin{aligned} 0.0 < H_{1/3} < 10.0 \text{ (cm)}, \\ 0.0 < T < 10.0 \text{ (sec)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

を用いている。

ここでは、波周波数領域における最適化の方法において、計測値と推定値の間に差が生じた $Fn = 0.368$ の場合について解析を行い、本推定法の有用性の検討を行っている。

(3) 推定結果

出会い周波数領域で最適化を行った結果を Fig.4.13, Fig.4.14 に示す。Fig.4.13 は出会い周波数における一次元波スペクトルで、最適化における目的関数の収束状態を示しており、Fig.4.14 は波周波数における一次元波スペクトルの推定結果である。

Fig.4.13 より、最適化計算は十分に収束していることがわかる。一方、Fig.4.14 より、推定した波周波数における一次元波スペクトルと計測値との間に差が生じている。これは、エネルギーの集中によるためと考えられる。すなわち、船速が $Fn=0.368$ と高速であるために、出会い周波数におけるスペクトルの一部が $\omega_e > \omega_{ec}$ の領域にも存在しており、また、波周波数におけるスペクトル成分が Fig.2.4 に示す領域 I のみならず II にも存在している。従って、波周波数から出会い周波数へ (2.19) 式を用いてスペクトルを変換すると、出会い周波数の $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域に、エネルギーが集中する結果となった。これは本来 $\omega_e > \omega_{ec}$ の領域に存在すべきエネルギーも変換されていることによると考えられる。

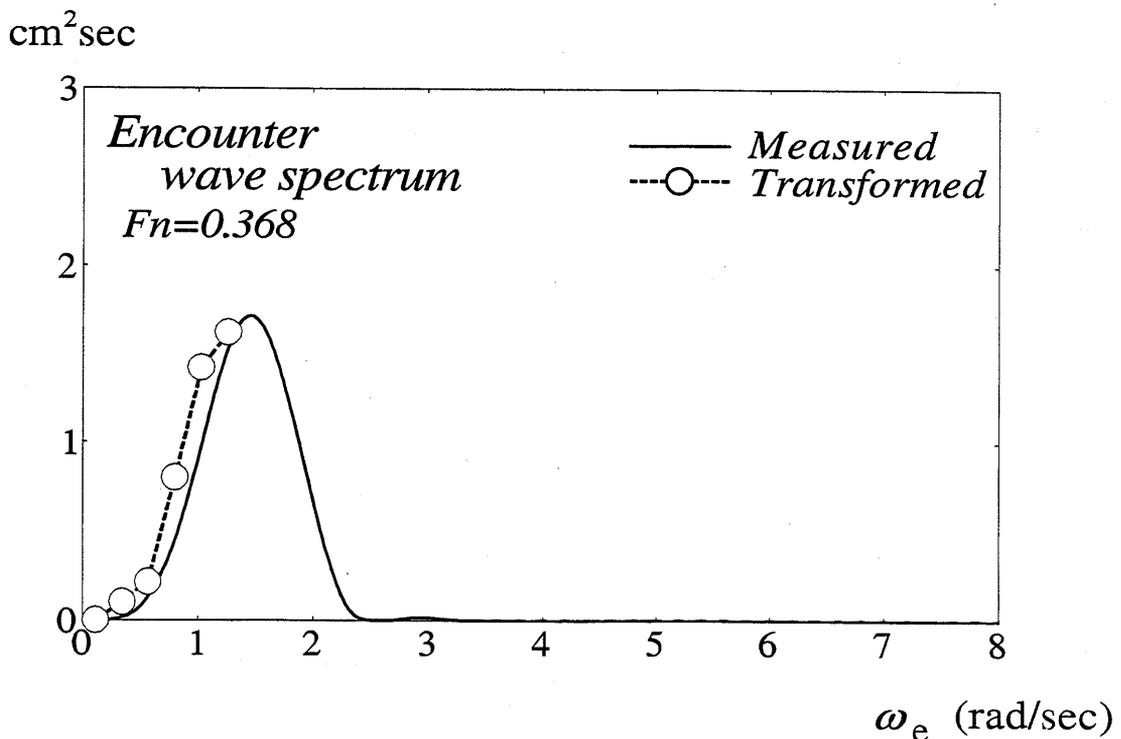


Fig.4.13 Encounter wave spectrum ($Fn=0.368$)

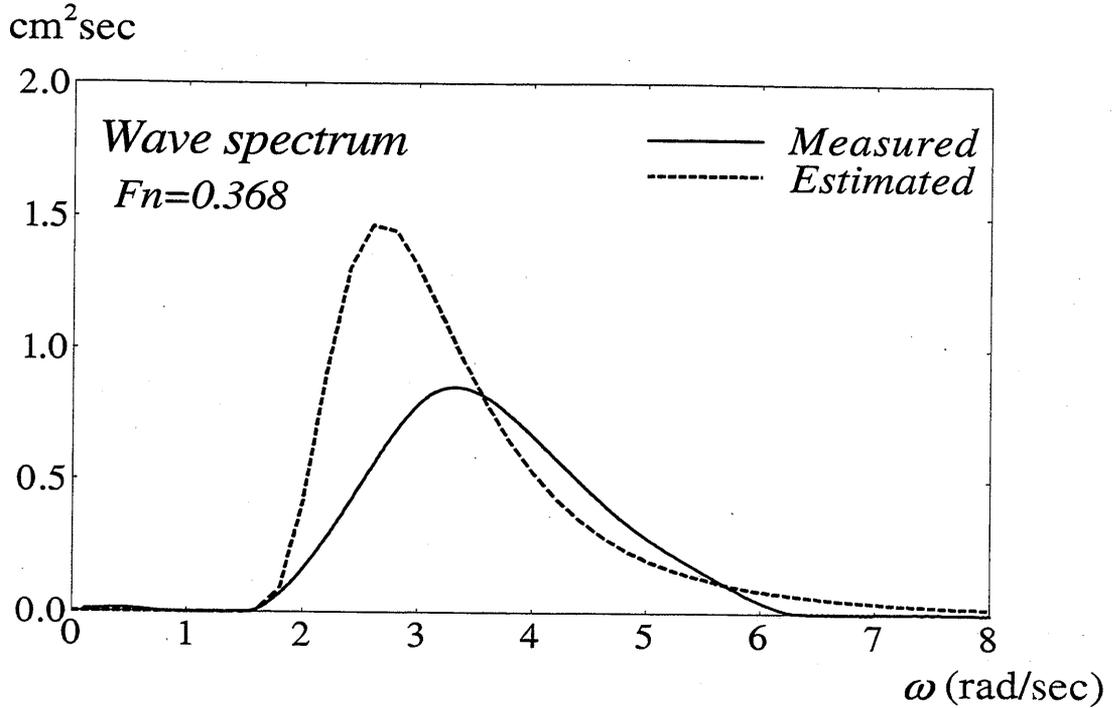


Fig.4.14 Comparison between estimated and measured wave spectrum

そこで、(2.19) 式にこのエネルギー集中を補正するための係数 α を導入し、

$$\Delta S_x(\omega_e) = \alpha \{ \Delta S_x^I(\omega) + \Delta S_x^{II}(\omega) + \Delta S_x^{III}(\omega) \} \quad (4.6)$$

と表し、これを用いて一次元波スペクトルの推定を行った。ここで、係数 α は以下の考え方により定義している。

まず、Fig.4.15 に示すように、計測した出会い周波数におけるスペクトルの $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域におけるエネルギーを E_m^A 、 $\omega_e > \omega_{ec}$ のエネルギーを E_m^B とする。さらに、推定した波周波数におけるスペクトルにおいて、 $\omega \leq \omega_{c1}$ 及び $\omega > \omega_{c1}$ の領域におけるエネルギーをそれぞれ E^A 、 E^B とし、波周波数から出会い周波数へ変換した後の対応するエネルギーをそれぞれ E_t^A 、 E_t^B とする。

このとき、出会い周波数でのエネルギーと波周波数でのエネルギーは等しいので、

$$E^A = E_m^A = E_t^A, \quad E^B = E_m^B = E_t^B \quad (4.7)$$

となる。

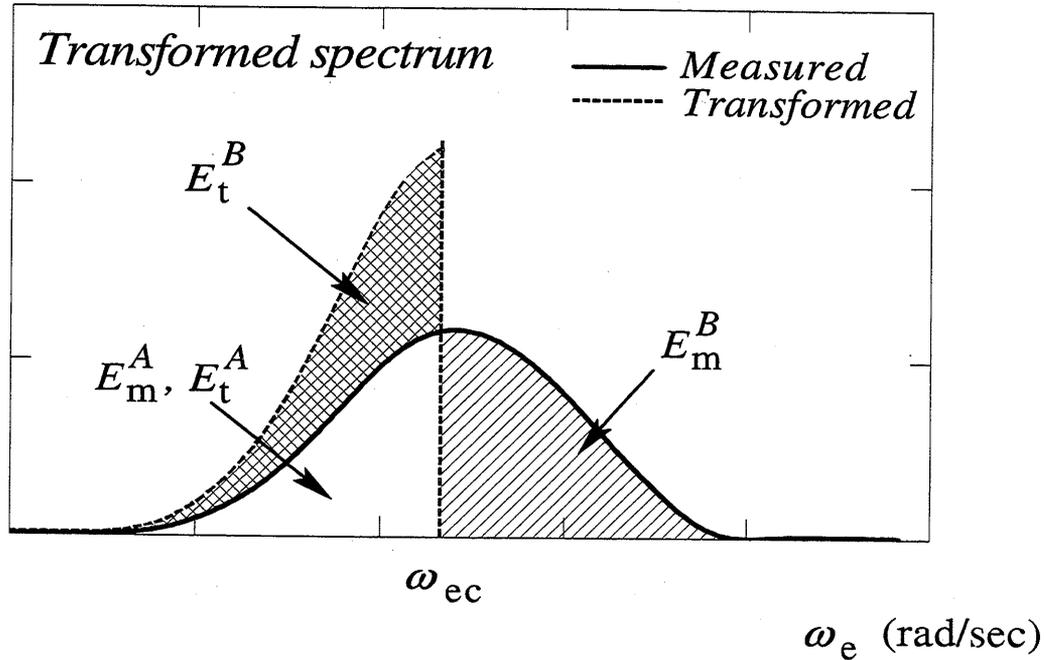


Fig.4.15 Definition of coefficient α

また、(4.6)式を用いて波周波数から変換した出会い周波数におけるエネルギー E_t^A 及び E_t^B は Fig.4.15 に示すように $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域のみに存在する。しかし、Fig.4.15 から分かるように、計測したスペクトルはその領域以外にもエネルギーが存在している。そのため、 $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域に集中しているエネルギーを他の領域へ分配する必要がある。従って、分配する比率、すなわち補正係数 α を

$$\alpha = \frac{E_m^A}{E_m^A + E_m^B} \quad (4.8)$$

と定義し、この補正係数を用いることによりエネルギー集中の問題の解決を図った。

(4) エネルギー集中を補正した推定結果

補正係数 α を用いて推定した結果を Fig.4.16, Fig.4.17 に示す。

Fig.4.16 は出会い周波数における一次元波スペクトルの推定結果であり、Fig.4.17 は波周波数における結果である。これらの結果より、Fig.4.12 の波周波数における最適化の推定結果及び Fig.4.14 のエネルギー集中を考慮していない場合の出会い周波数における最適化の推定結果と比較し、本方法による推定結果と計測値との対応が良いことが分かる。

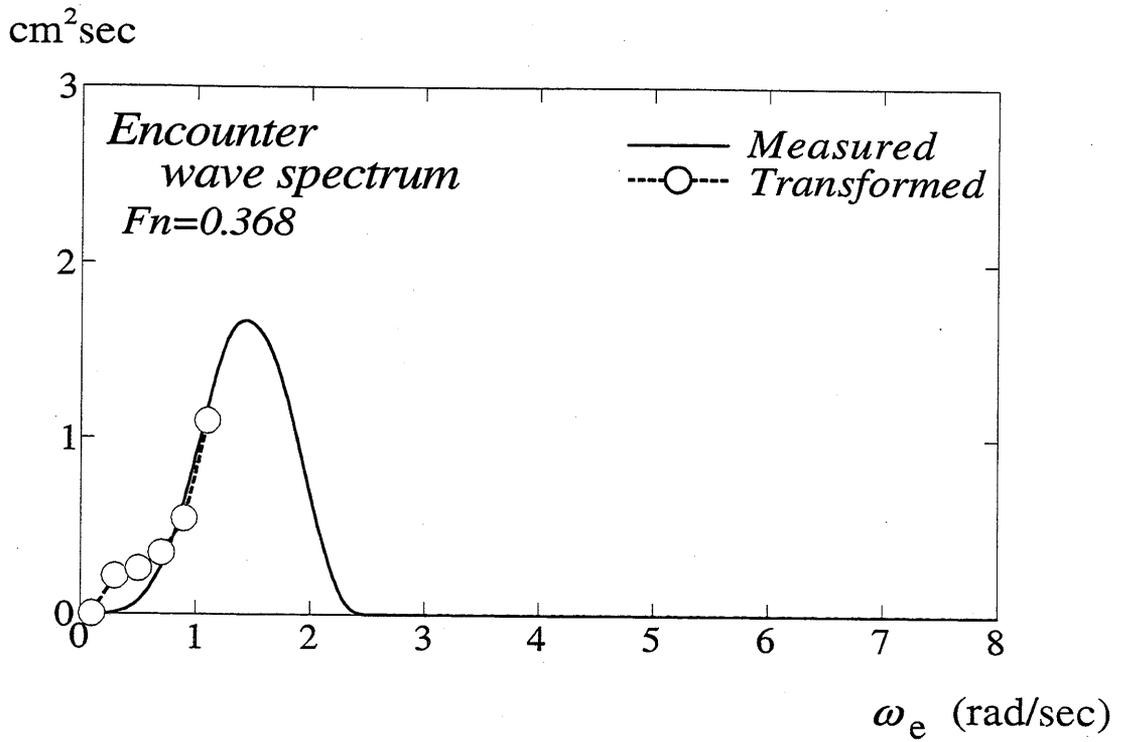


Fig.4.16 Encounter wave spectrum ($Fn=0.368$)

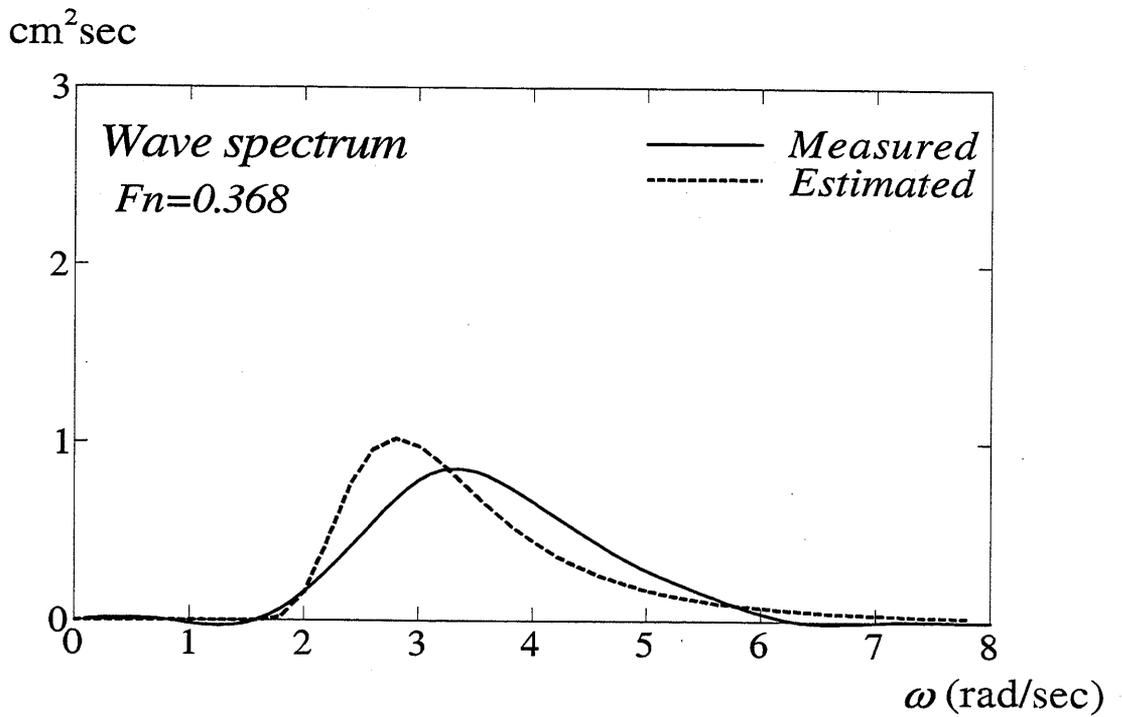


Fig.4.17 Comparison between estimated and measured wave spectrum

4.3 任意の一次元波スペクトル形状を用いた推定法

PM型スペクトルを用い、出会い周波数領域において推定する方法は、エネルギー集中の補正を行うことにより一次元波スペクトルの推定値と計測値との差を改善することができた。しかしながら、この推定法では、解析の対象とする海域における一次元波スペクトルの形状が与えられている必要がある。そこで、任意の一次元波スペクトルの値そのものを設計変数として一次元波スペクトルの推定を行う方法について検討を行う。

なお、本推定法については出会い周波数領域における推定法のみについて検討している。

4.3.1 推定法

任意の一次元波スペクトルを設計変数とした場合の最適化の流れを以下に示す。

- 1) 任意の波周波数における一次元波スペクトル $\tilde{S}_w(\omega)$ の値を設計変数とする。
- 2) (4.1) 式で示した線形重ね合わせ法を用いて波周波数における船体運動スペクトル $\tilde{S}_x(\omega)$ を推定する。
- 3) (2.19) 式を用いて、波周波数における船体運動スペクトル $\tilde{S}_x(\omega)$ を出会い周波数における $\tilde{S}_x(\omega_e)$ に変換する。
- 4) 変換した出会い周波数における船体運動スペクトル $\tilde{S}_x(\omega_e)$ と計測した船体運動スペクトル $S_x(\omega_e)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega_e=0}^{\omega_{ec}} \{ \tilde{S}_x(\omega_e) - S_x(\omega_e) \}^2 \quad (4.9)$$

を目的関数とし、これが最小となる波周波数における一次元波スペクトル $\tilde{S}_w(\omega)$ を非線形計画法を用いて推定する。

また、制約条件には等号制約条件として、

$$\int_0^{\infty} \tilde{S}_x(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} S_x(\omega_e) d\omega_e \quad (4.10)$$

不等号制約条件として

$$\tilde{S}_x \geq 0.0 \quad (4.11)$$

を用いている。

本推定法により得られる一次元波スペクトルの値を，水槽試験により得られる計測値と比較することにより推定法の検討を行う。

4.3.2 水槽試験

水槽試験は広島大学船舶試験水槽で行い，模型船には長さ 3.0m の鉱石運搬船（以下 *Model-A*）及びコンテナ船（以下 *Model-B*）を使用した。これら模型船の主要目を Table 4.2 に示す。

水槽試験における計測項目は，模型船の上下揺，縦揺及び試験水槽中央部の側壁に取り付けられた波高計による波周波数における波変位である。

Table 4.2 Principal dimensions of *Model-A* and *Model-B*

	<i>Model-A</i> (ore-carrier)	<i>Model-B</i> (container)
L_{pp} [m]	3.000	3.000
B_m [m]	0.480	0.435
d_m [m]	0.195	0.163
Disp.[N]	27.85	12.44
κ [% L_{pp}]	0.235	0.241

た、船速は *Model-A* が $F_n=0.15$ (0.81 m/s), *Model-B* が $F_n=0.275$ (1.5 m/s) とし、追波状態において計測を行った。出会い周波数における *Model-A*, *B* の上下揺及びのスペクトルをそれぞれ Fig.4.18, Fig.4.19 に示す。また、追波状態での規則波中における *Model-A*, *B* の上下揺及び縦揺の振幅を Fig.4.20, Fig.4.21 に示す。縦軸はそれぞれ無次元量を表し、横軸は波周波数を表している。図中、実線はストリップ法による計果であり、●印は規則波中における試験結果である。

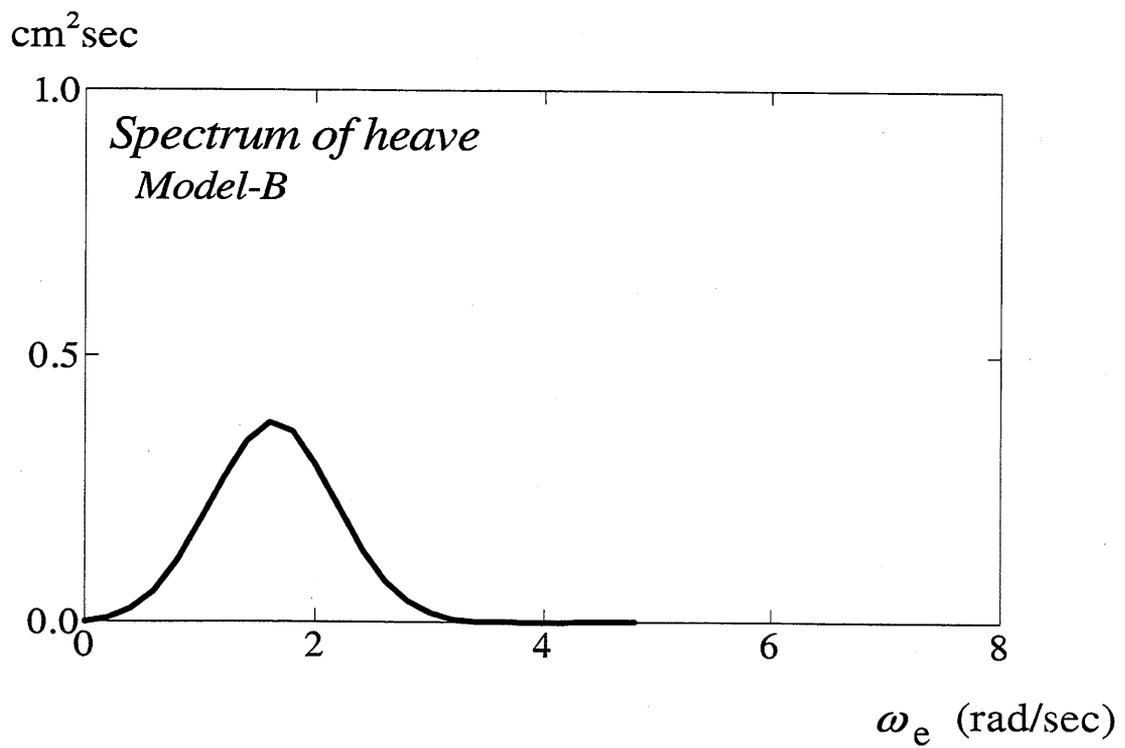
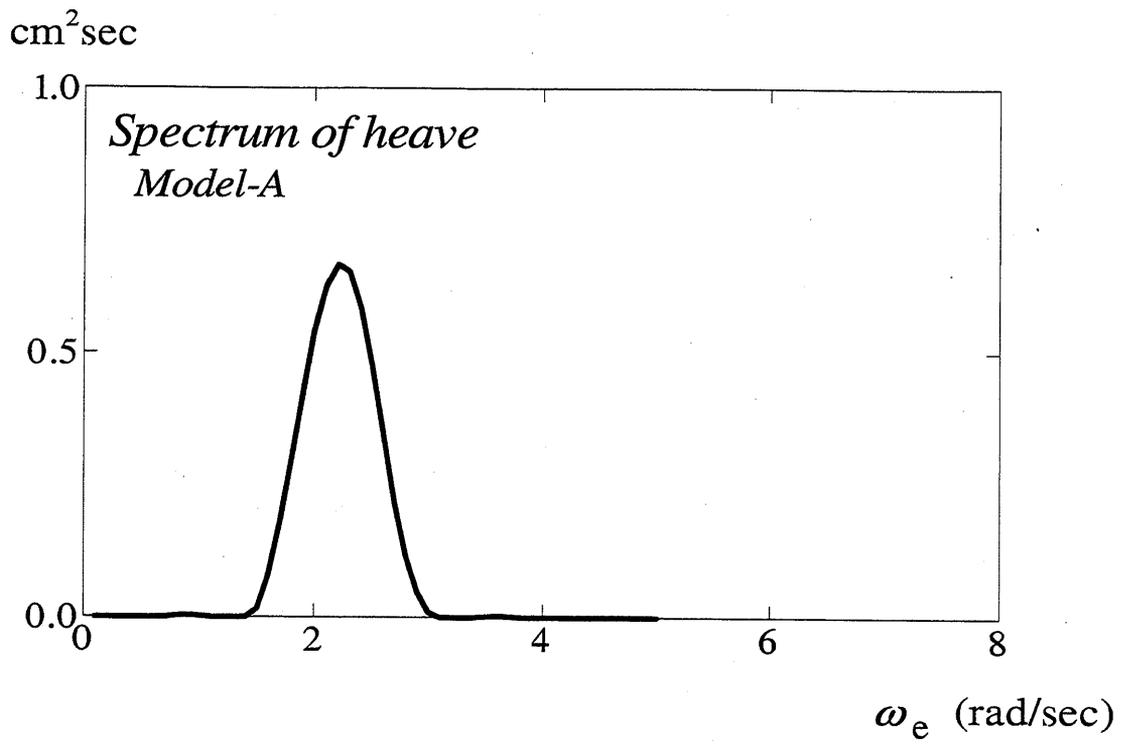


Fig.4.18 Measured spectrum of heave

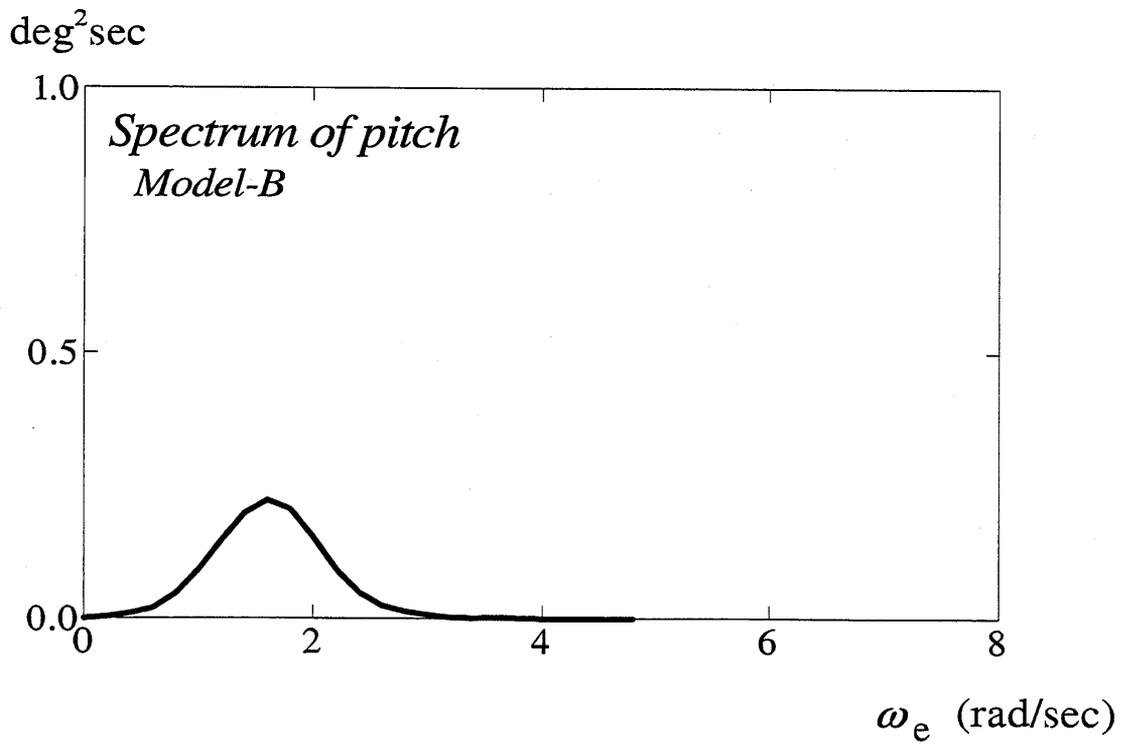
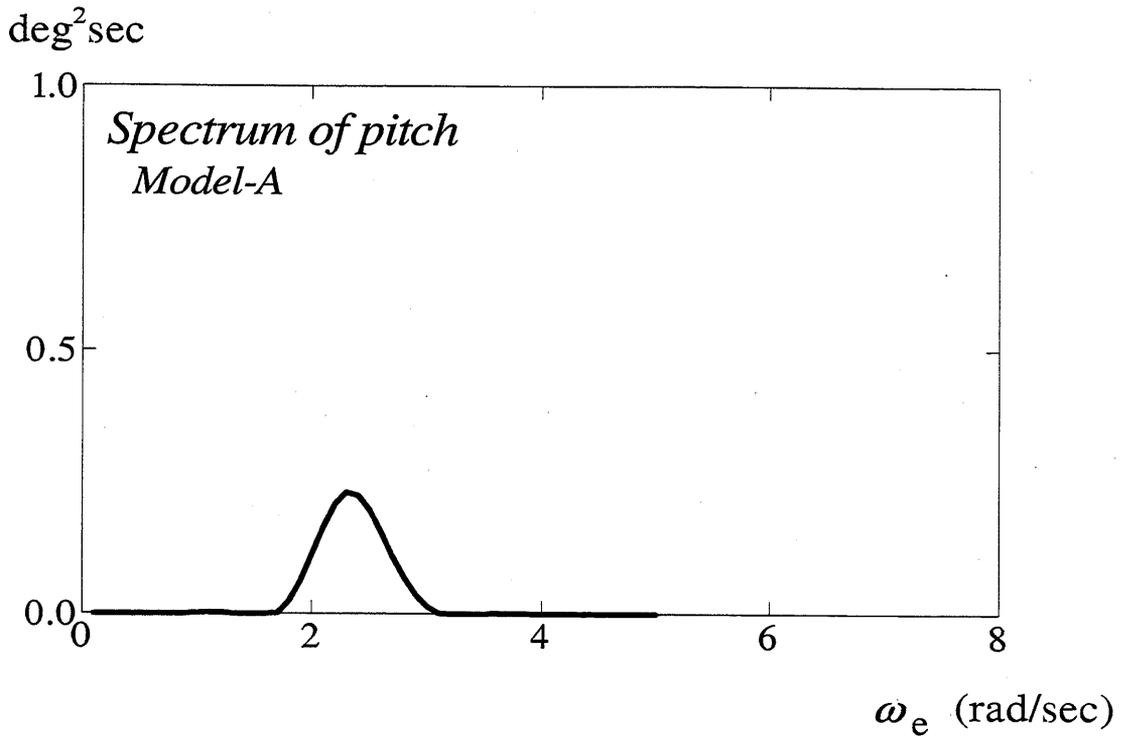


Fig.4.19 Measured spectrum of pitch

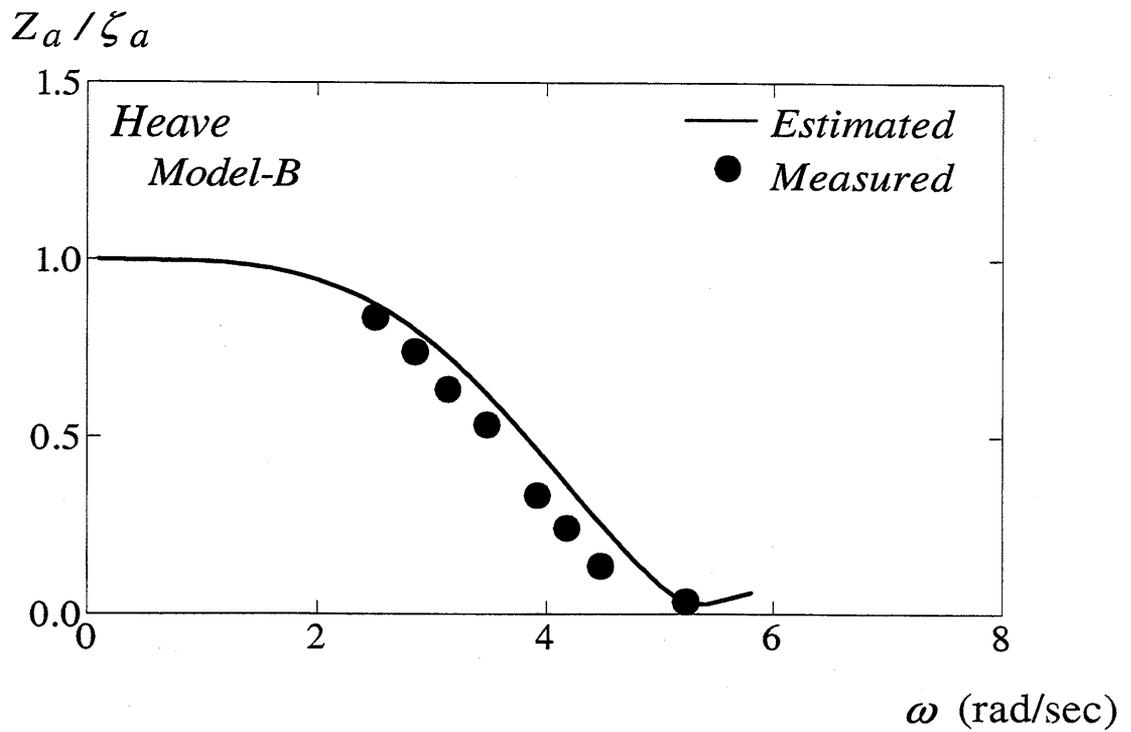
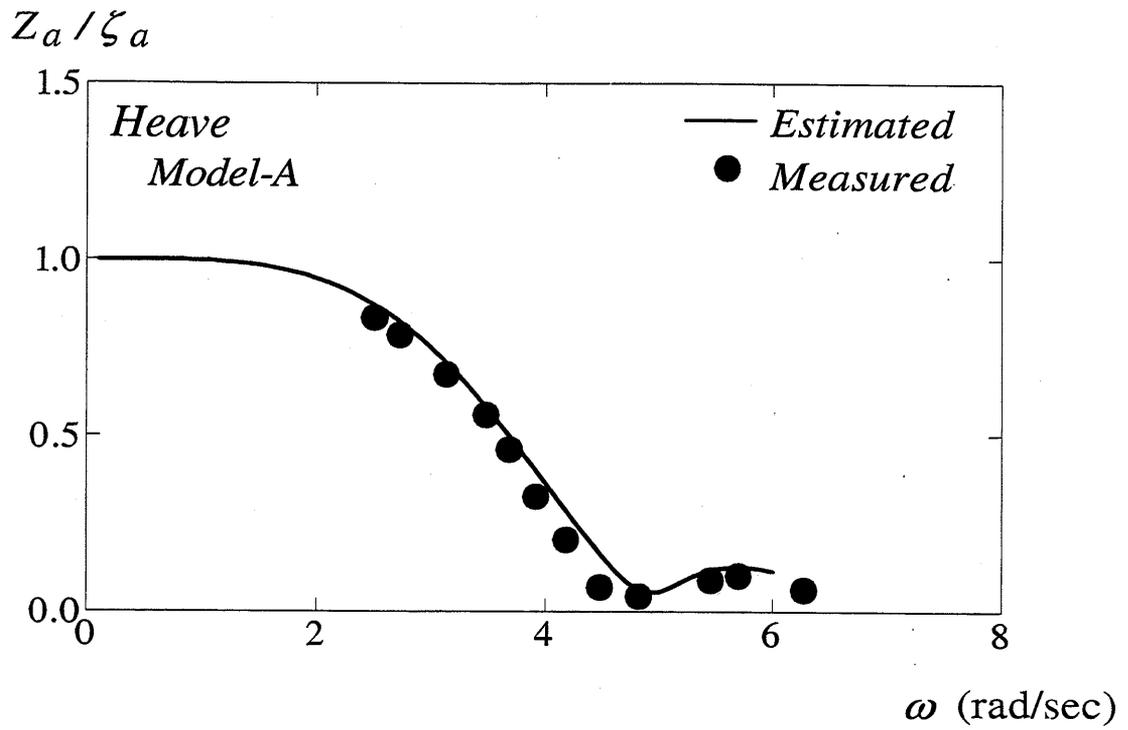


Fig.4.20 Heave motions in regular waves

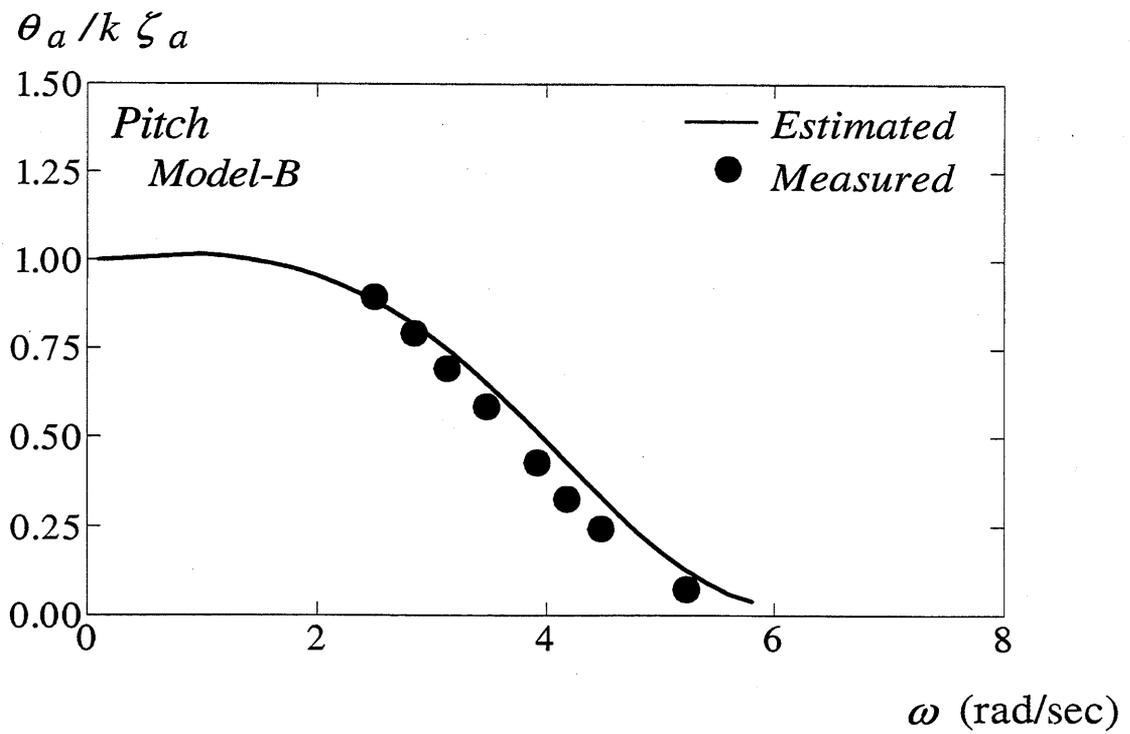
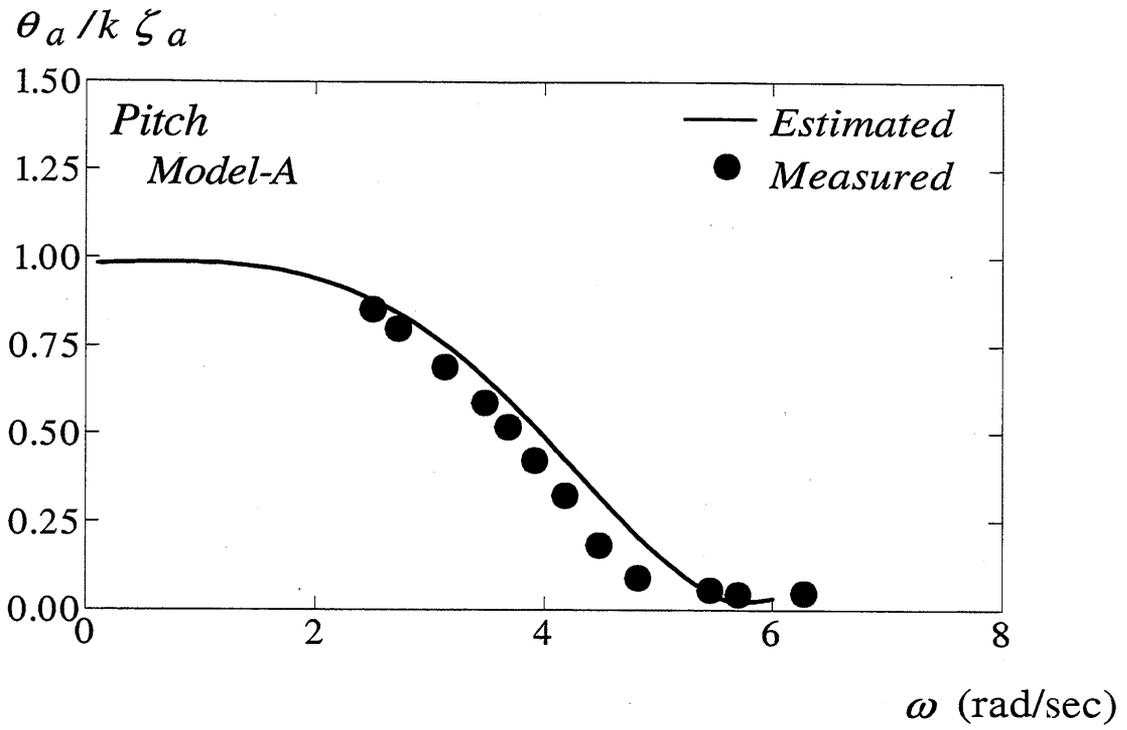


Fig.4.21 Pitch motions in regular waves

4.3.3 推定結果

(1) Model-A の場合

Model-A を用いて得られた船体運動スペクトルから一次元波スペクトルを推定した結果を Fig.4.22, Fig.4.23 に示す。

Fig.4.22 は波周波数における一次元波スペクトルの推定値と計測値を示しており, Fig.4.23 は出会い周波数における上下揺及び縦揺の推定値と計測値を示している。

一次元波スペクトルの推定値と計測値は良く対応しており, 一次元波スペクトルを全波周波数領域において推定できていることがわかる。また, 目的関数 F の収束状態を示す上下揺及び縦揺の船体運動スペクトルの推定値と計測値との差も小さいことが分かる。

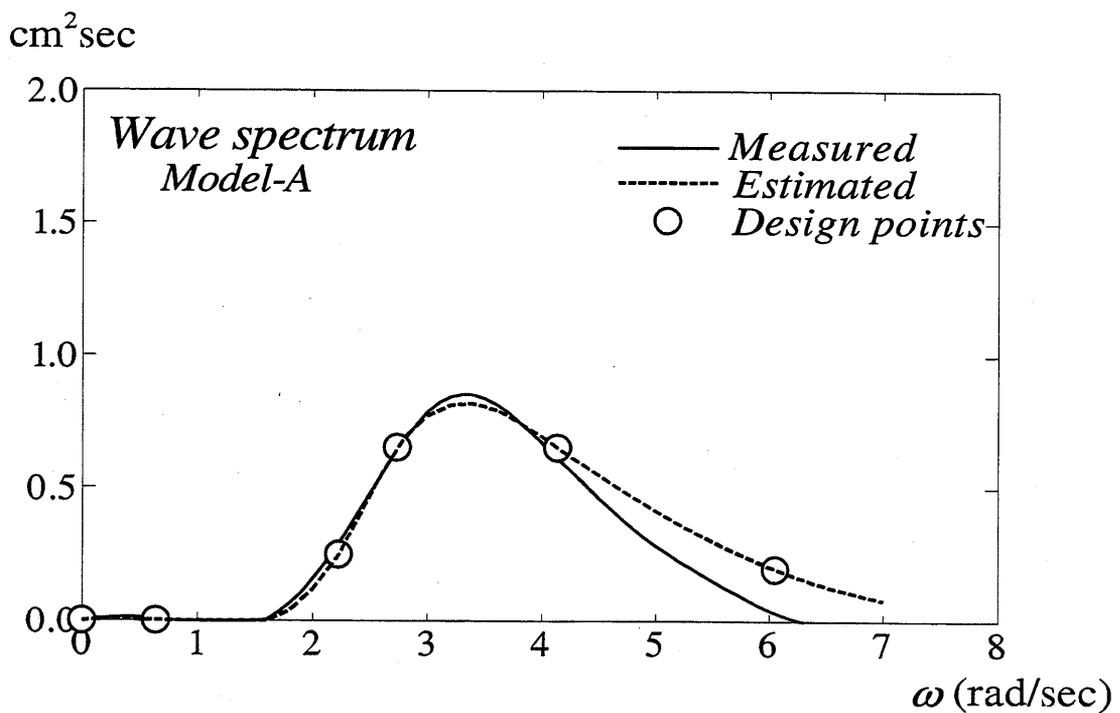


Fig.4.22 Comparison between estimated and measured wave spectrum for Model-A

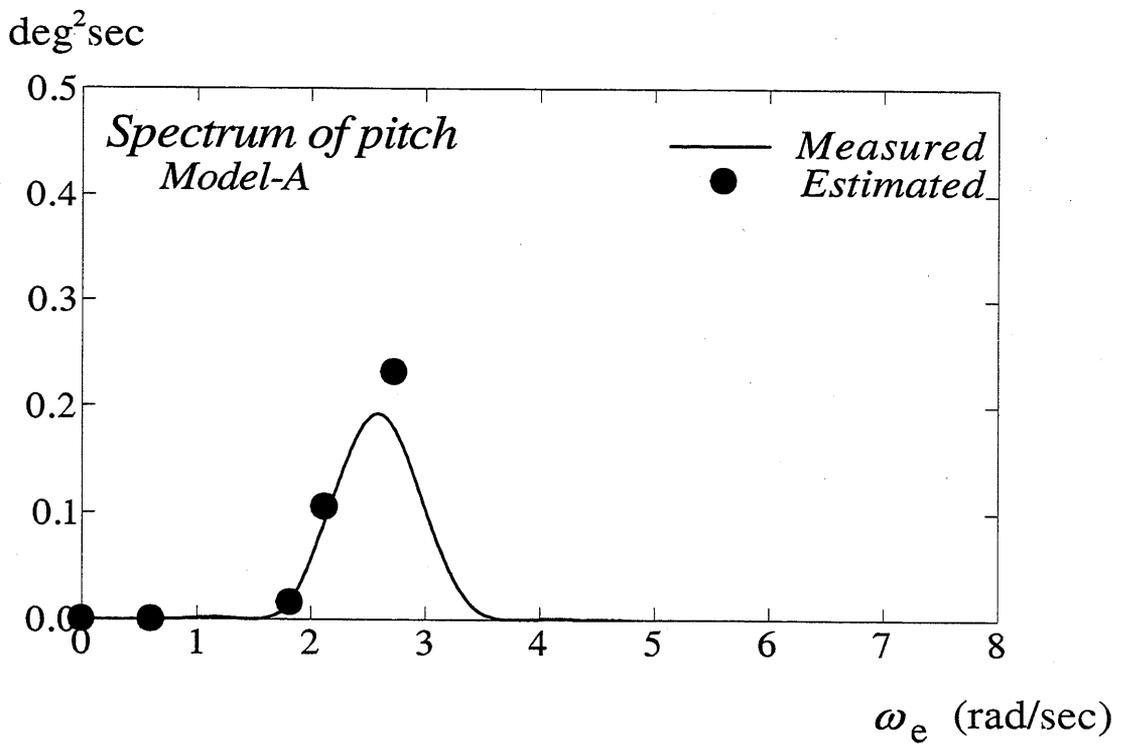
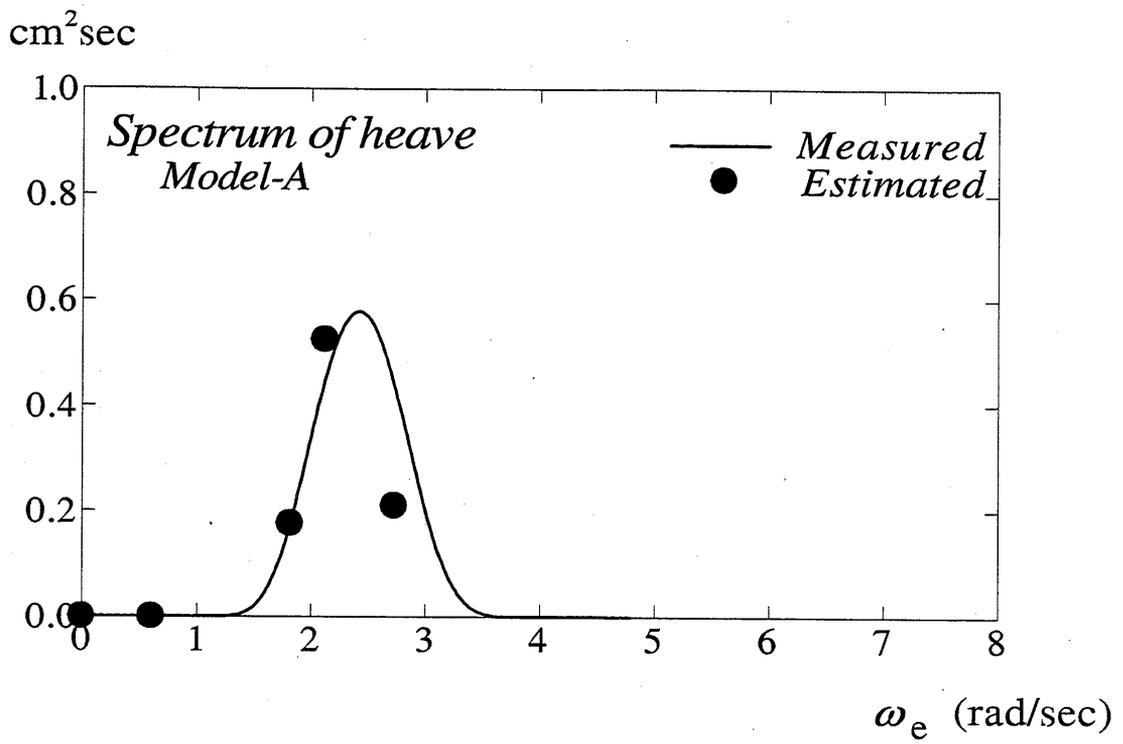


Fig.4.23 Comparison between estimated and measured heave and pitch spectra for *Model-A*

(2) Model-B の場合

Model-B を用いて得られた船体運動スペクトルから一次元波スペクトルを推定した結果を Fig.4.24, Fig.4.25 に示す。Model-A の場合と同様に Fig.4.24 は波周波数における一次元波スペクトルの推定値と計測値を比較したものであり、Fig.4.25 は出会い周波数における上下揺、縦揺の船体運動スペクトルの推定値と計測値を示している。

Model-B を用いた場合の一次元波スペクトルの推定値と計測値との対応は、Model-A に比べ差が大きい結果が得られた。そこで、(4.7) 式を用いてエネルギー集中の補正を行い、推定した結果を Fig.4.26, Fig.4.27 に示す。

Fig.4.26 は波周波数における一次元波スペクトルの推定値と計測値であり、Fig.4.27 は出会い周波数における上下揺及び縦揺の船体運動スペクトルの推定値と計測値との比較である。これより、エネルギー集中を考慮していない場合の推定結果と比較して、本方法による推定結果の改善が認められる。

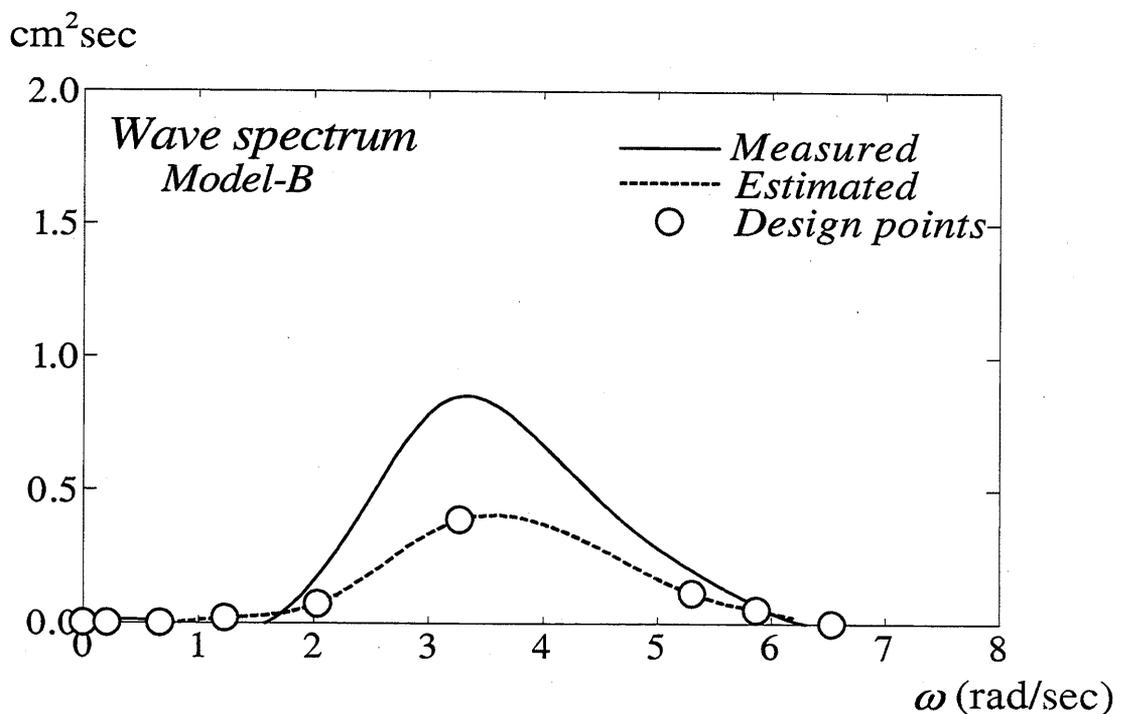


Fig.4.24 Comparison between estimated and measured wave spectrum for Model-B

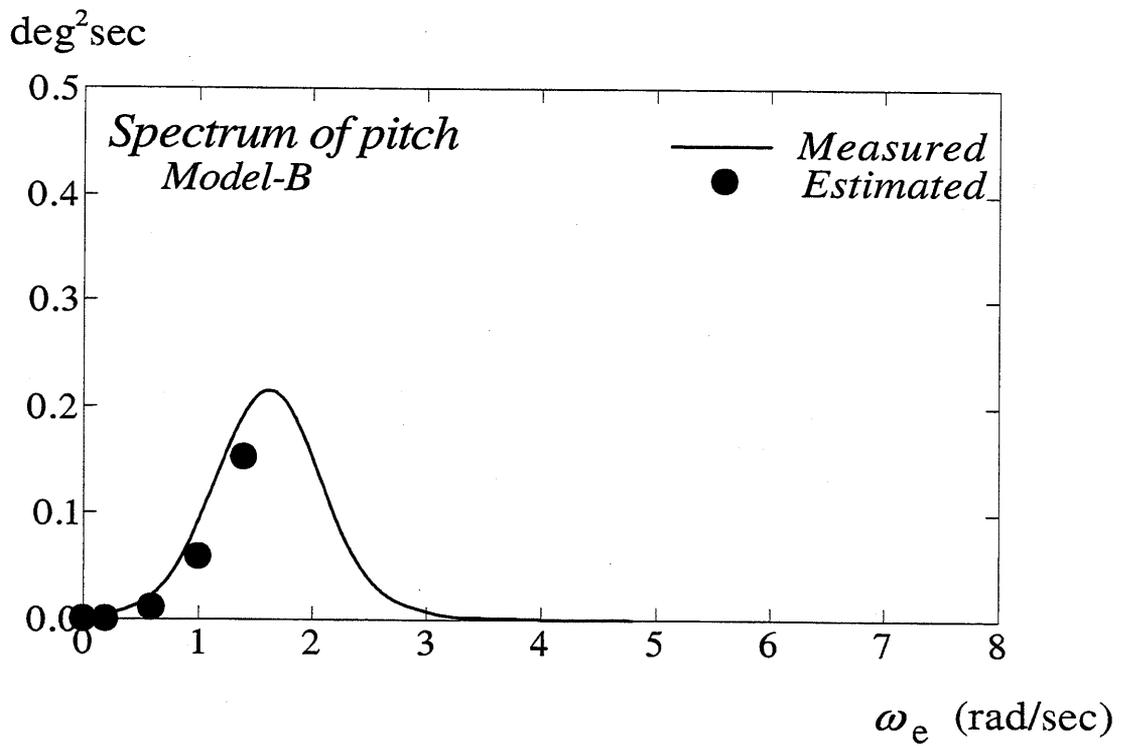
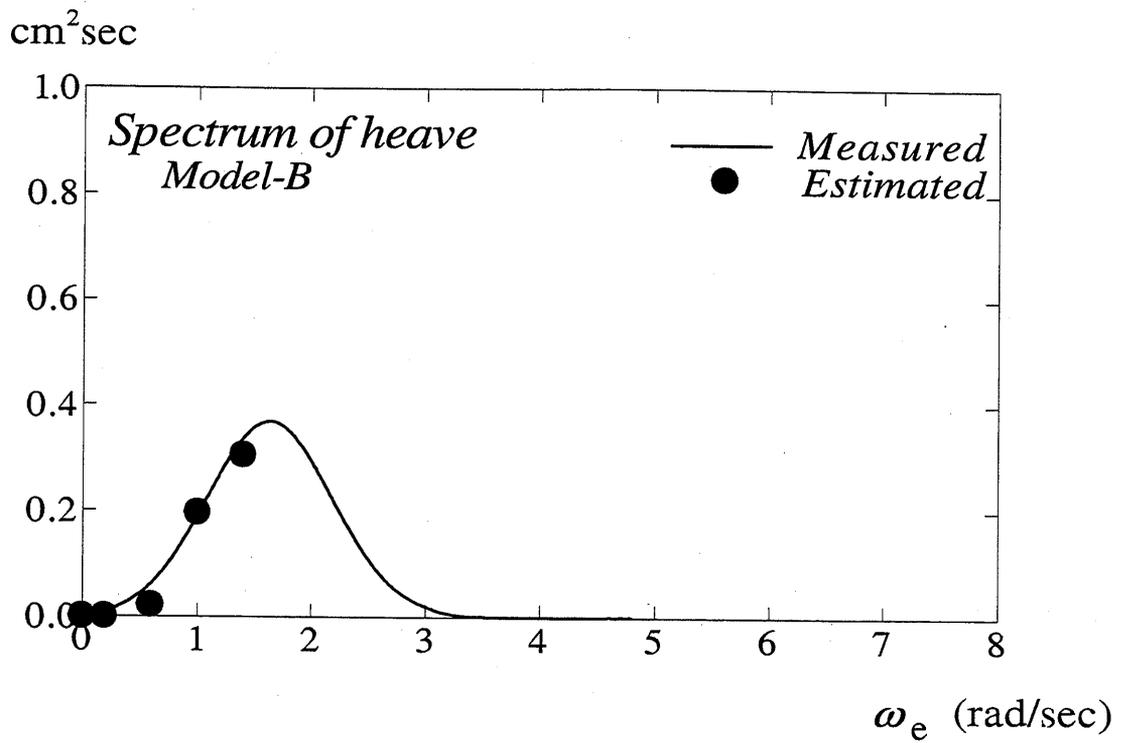


Fig.4.25 Comparison between estimated and measured heave and pitch spectra for *Model-B*

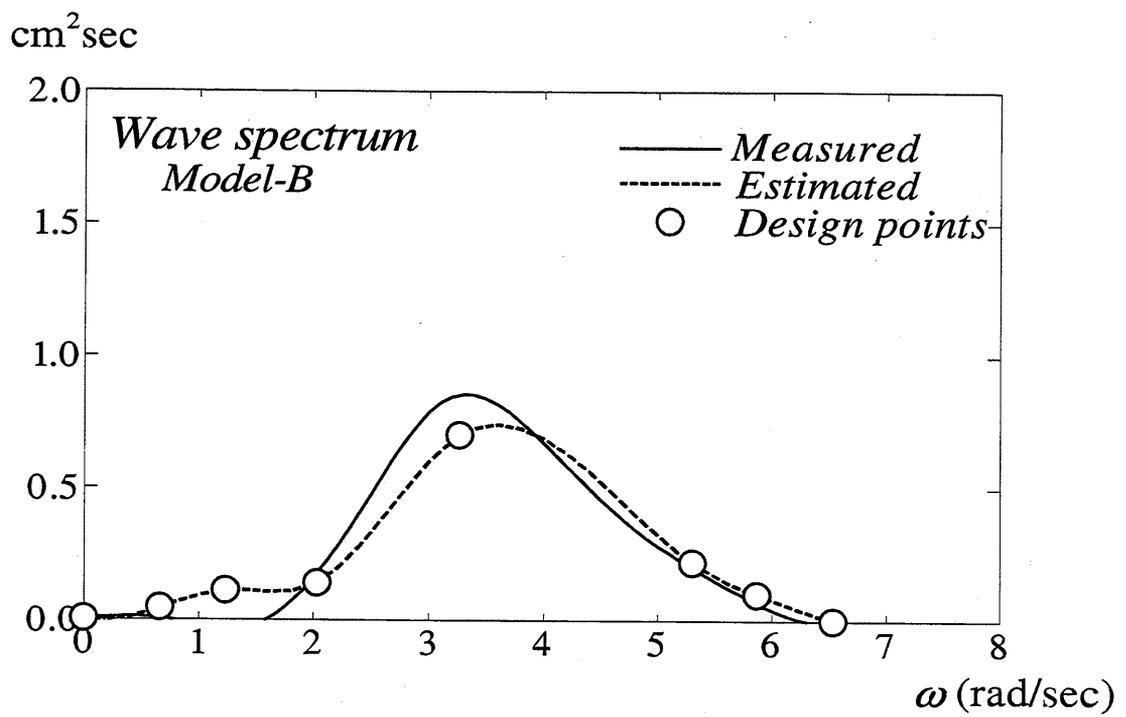


Fig.4.26 Comparison between estimated and measured wave spectrum

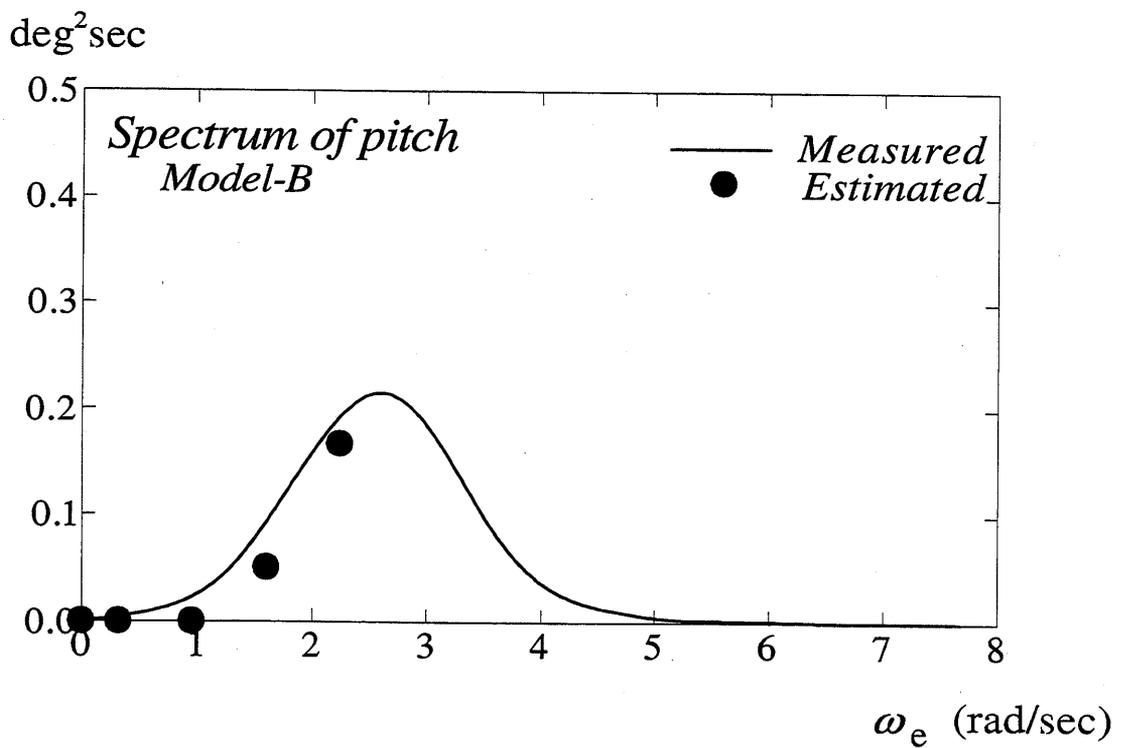
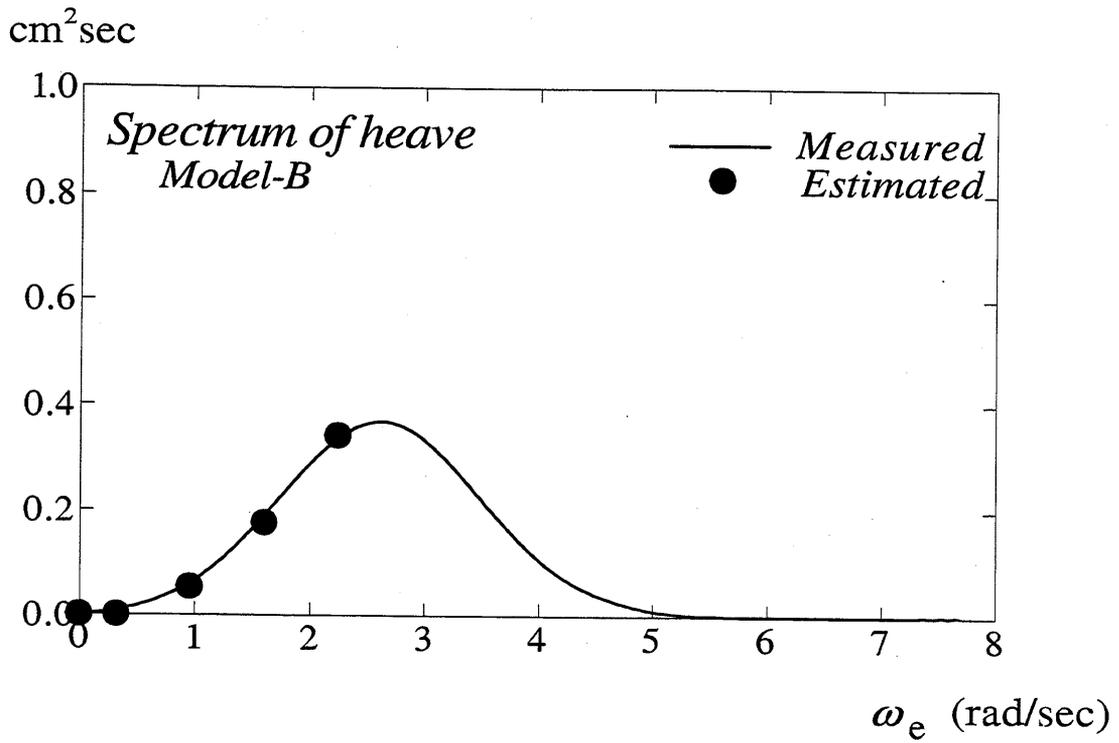


Fig.4.27 Comparison between estimated and measured heave and pitch spectrum

4.4 考察

船体運動からの一次元波スペクトルの推定法として、

- 1) 線形重ね合わせ法のみによる推定法
- 2) *Pierson-Moskowitz* 型スペクトルを用いた推定法
- 3) 任意の一次元波スペクトル形状を用いた推定法

について、それぞれ水槽試験により得られた計測値と推定値とを比較し、その有用性の検討を行った。その結果、以下の結論を得た。

- 1) 船速が低速の場合、すなわち、計測したスペクトルが $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域に存在している場合には、上述のどの方法を用いても波スペクトルの推定値と計測値とはよく一致している。
- 2) 船速が高速の場合、すなわち、計測したスペクトルが $\omega_e > \omega_{ec}$ の領域にも存在している場合には、周波数変換時にエネルギー集中が起きるために、上述のどの方法を用いても波スペクトルの推定値と計測値との間に差が見られる。
- 3) エネルギー集中を補正する係数を導入し推定を行ったところ、波スペクトルの推定値と計測値との差を改善することができた。

従って、エネルギー集中を考慮することのできる出会い周波数における推定法は有用であると考えられる。

そこで、この推定法を波の方向分布を考慮した方向波スペクトルの推定に適用し、推定法の検討を行う。

第 5 章

方向波スペクトルの推定法

前章において、波の方向分布を考慮しない一次元波スペクトルの推定を行い、推定値と計測値を比較検討したところ、エネルギー集中を考慮することのできる出会い周波数における推定法の有用性を確認することができた。

そこで、本章では、波の方向分布を考慮した方向波スペクトルの推定を行い、水槽試験により得られた計測値と推定値とを比較することにより、推定法の検討を行う。

ここでは、

- 1) 波変位の計測値を用いた場合
- 2) 数値シミュレーションにより求めた波変位を用いた場合
- 3) 船体運動の計測値を用いた場合

について方向波スペクトルの推定を行っている。

5.1 方向波スペクトルの推定

今、船が波浪中を一定速度で一定方向に航走している場合を考え、入射波に対し船体運動が線形であると仮定する。

ここで、方向波スペクトルを $E(\omega, \chi_c)$ 、 m 要素、 n 要素の周波数応答関数をそれぞれ $H_m(\omega, \chi_c)$ 、 $H_n(\omega, \chi_c)$ とすると、クロススペクトル $S_{mn}(\omega)$ は以下の式で与えられる。

$$S_{mn}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_m(\omega, \chi_c) H_n^*(\omega, \chi_c) E(\omega, \chi_c) d\chi_c \quad (5.1)$$

また、方向波スペクトル $E(\omega, \chi_c)$ は一般に方向分布関数 $D(\omega, \chi_c)$ と周波数スペクトル $S_w(\omega)$ を用いて、(5.2) 式で表される。

$$E(\omega, \chi_c) = D(\omega, \chi_c) \cdot S_w(\omega) \quad (5.2)$$

ただし、

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\omega, \chi_c) d\chi_c = 1.0 . \quad (5.3)$$

ここで、方向分布関数については周波数に依存しないものと仮定する。従って、(5.2) 式は (5.4) 式となる。

$$E(\omega, \chi_c) = D(\chi_c) \cdot S_w(\omega) \quad (5.4)$$

そこで、本推定法では、(5.4) 式の方方向分布関数 $D(\chi_c)$ と周波数スペクトル $S_w(\omega)$ とを分けて推定し、方向波スペクトルの推定を行う。

5.2 波変位の計測値を用いた方向波スペクトルの推定

ここでは、水槽試験において曳引車に取り付けた波高計を用いて得られた波変位の計測値を用いて方向波スペクトルの推定を行う。また、曳引車の速度が低速の場合と高速の場合とに分けて考えている。

5.2.1 低速の場合

(1) 方向波スペクトルの推定法

計測した波の時系列から方向波スペクトルを推定するには、(2.12)、(2.13) 式を $D(\chi_c) \cdot S_w(\omega)$ について解けばよい。ここでは、(2.12)、(2.13) 式を

$$\Re[F] = C_{\text{omn}}(\omega) - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Re[H(\omega, \chi_c)] \cdot D(\chi_c) \cdot S_w(\omega) d\chi_c \quad (5.5)$$

$$\mathfrak{S}[F] = Qu_{mn}(\omega) - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathfrak{S}[H(\omega, \chi_c)] \cdot D(\chi_c) \cdot S_w(\omega) d\chi_c \quad (5.6)$$

$$\text{ここで, } H(\omega, \chi_c) = H_m(\omega, \chi_c) \cdot H_n^*(\omega, \chi_c)$$

とし、 F が最小となる $D(\chi_c) \cdot S_w(\omega)$ を最適化問題として考え、非線形計画法を用いて推定を行う。また、波変位そのものを用いるため、周波数応答関数 H_m, H_n はそれぞれ計測した波高計の座標 (x_m, y_m) 及び (x_n, y_n) を用いて、

$$H_m(\omega, \chi_c) = \exp [ik(x_m \cos \chi_c + y_m \sin \chi_c)] \quad (5.7)$$

$$H_n^*(\omega, \chi_c) = \exp [-ik(x_n \cos \chi_c + y_n \sin \chi_c)] \quad (5.8)$$

で表される。

非線形計画法における設計変数 $x(i)$ には方向分布関数を用いる。すなわち、

$$x(i) = D(\chi_c) \quad (i = 1, \dots, 12)(\chi_c = \pm 15, \pm 30, \dots, \pm 90). \quad (5.9)$$

ここで、簡単のため、出会い角の主方向 χ_0 は設計変数とはせず、既知として推定を行っている。また、周波数スペクトル $S_w(\omega)$ は計測した時系列から得られる出会い周波数での周波数スペクトルを波周波数へ 4.1.2 で示した周波数変換を用いて変換したものをを用いている。

目的関数 F には計測した時系列から周波数変換を施して得られるクロススペクトル $S_{mn}(\omega)$ と推定したスペクトル $\tilde{S}_{mn}(\omega)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega=0.0}^{\omega_{c1}} \{S_{mn}(\omega) - \tilde{S}_{mn}(\omega)\}^2 \quad (5.10)$$

を用い、等号・不等号制約条件には (5.11) 式を用いている。

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\chi_c) d\chi_c = 1.0, \quad (5.11)$$

$$D(\chi_c) \geq 0.0$$

(2) 水槽試験

推定に用いる計測値は水産庁水産工学研究所海洋工学総合実験棟角水槽において計測されたものである¹⁷⁾。計測に用いた波は、JONSWAP型の波スペクトルを持つ短波頂不規則波であり、有義波高 15cm、平均波周期 1.45 秒、方向分布関数は \cos^4 型である。

計測項目は波変位で、波高計の位置を Fig.5.1 に示す。

また、計測は追波状態で行い、曳引車の速度（以下、速度と省略する）と出会い角の主方向の組み合わせが $V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0 = 0^\circ$ （以下、状態 [A] ）、 $V=0.84\text{m/s}$, $\chi_0 = 0^\circ$ （以下、状態 [B] ）、 $V=0.84\text{m/s}$, $\chi_0 = 30^\circ$ （以下、状態 [C] ）の 3 状態を用いている。計測された時系列を Fig.5.2 に示す。

Fig.5.3 は Fig.5.2 に示した状態 [A],[B],[C] の時系列から得られる出会い周波数における周波数スペクトルを波周波数へ変換したものである。状態 [A],[B],[C] についてのスペクトルを比較すると、状態 [B] のものは他の状態に比べ、分散値が小さくなっている。これは Fig.5.2 に見られるように、計測された波の時系列の値そのものが小さくなっているためで、停止状態 [A] と同じ波が水槽内で発生しても、速度や出会い角など、出会い状態によっては大きな波との出会いがなくなることなどがその原因の一つであると考えられる。

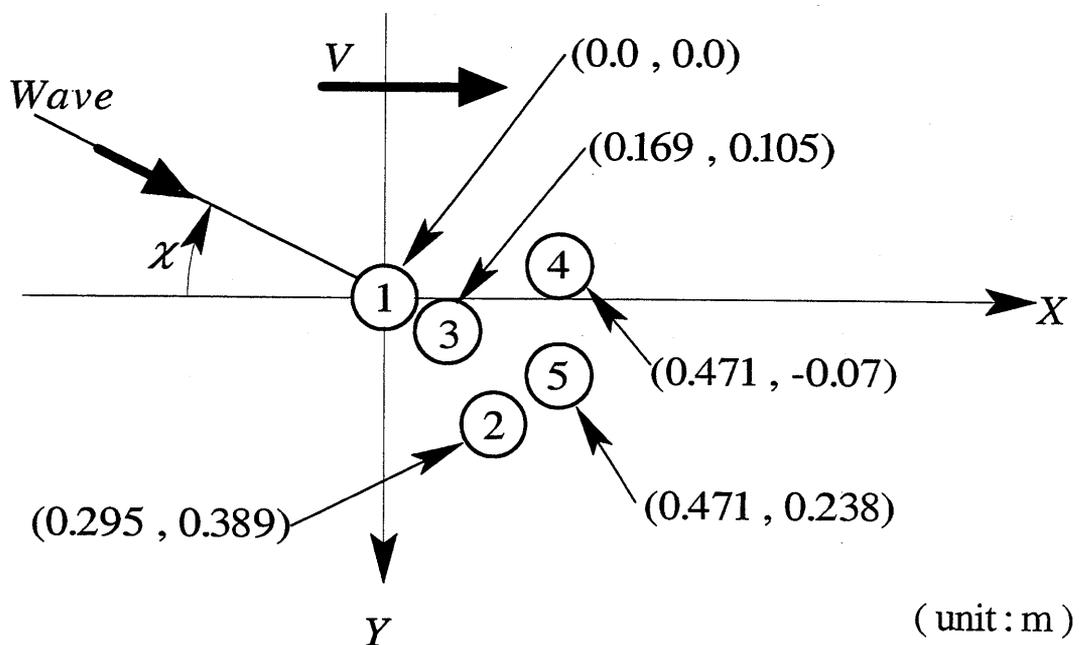


Fig.5.1 Location of wave probes

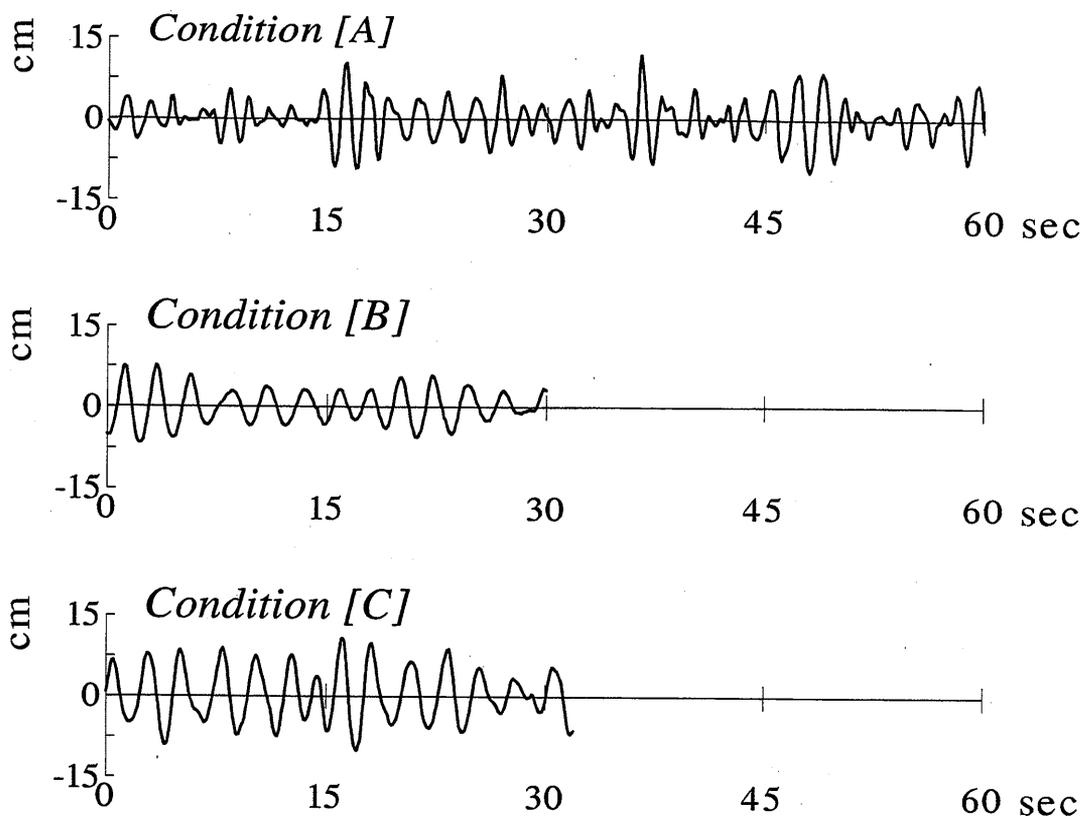


Fig.5.2 Measured time series of encounter wave elevation

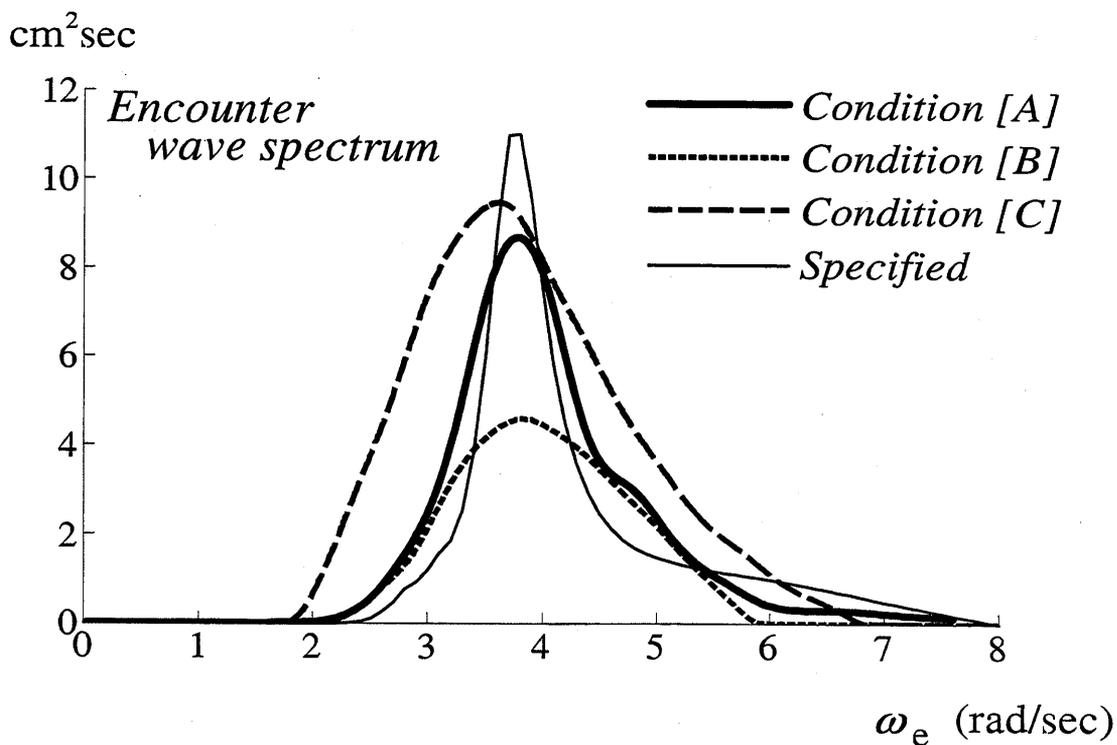


Fig.5.3 Power spectrum

(3) 推定結果

非線形計画法を用いて推定した方向分布関数 $D(\chi_c)$ を Fig.5.4 に示す。また、状態 [A],[B],[C] について推定した周波数スペクトル及び方向波スペクトルを Fig.5.5~Fig.5.7 に示す。状態 [A] と状態 [B], [C] を比較すると、Fig.5.4 に見られるように方向分布関数についてはよく一致している。しかし、Fig.5.5~Fig.5.7 の周波数スペクトル及び方向波スペクトルを比較した場合、これらの間には大きさに差が見られる。これは Fig.5.3 に示した周波数スペクトルの差を反映しているためである。この改善のためには、計測データの取得において十分な注意が必要であると考えられる。すなわち、造波時間、曳引車の出発時刻、計測開始時刻など波との出会い状態を工夫したり、いくつかの時系列を解析してそれらの平均値を用いるなどが考えられる。

Directional spreading functions

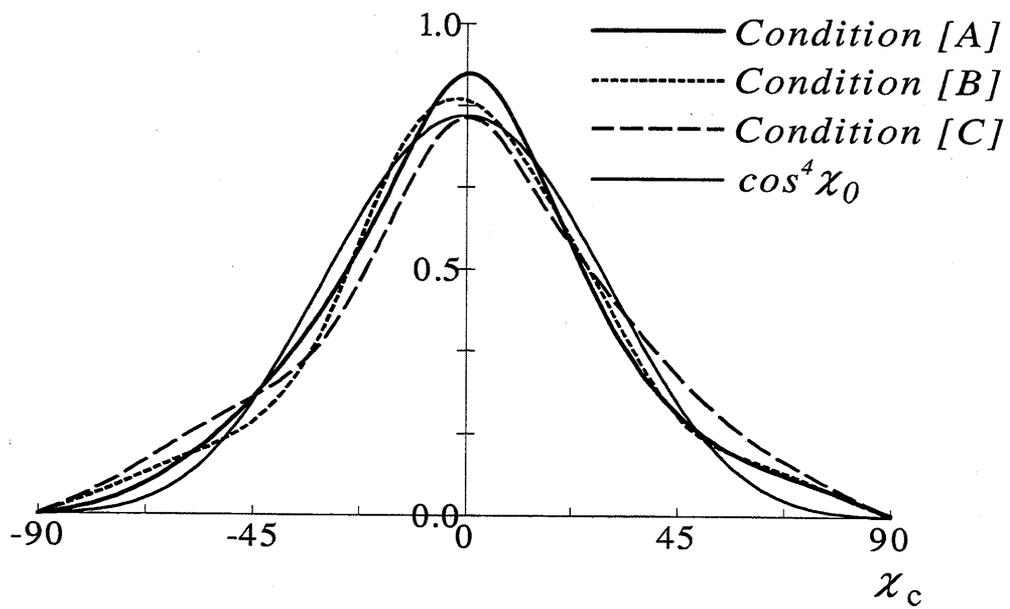


Fig.5.4 Estimated directional spreading functions in condition [A], [B] and [C]

Condition [A]

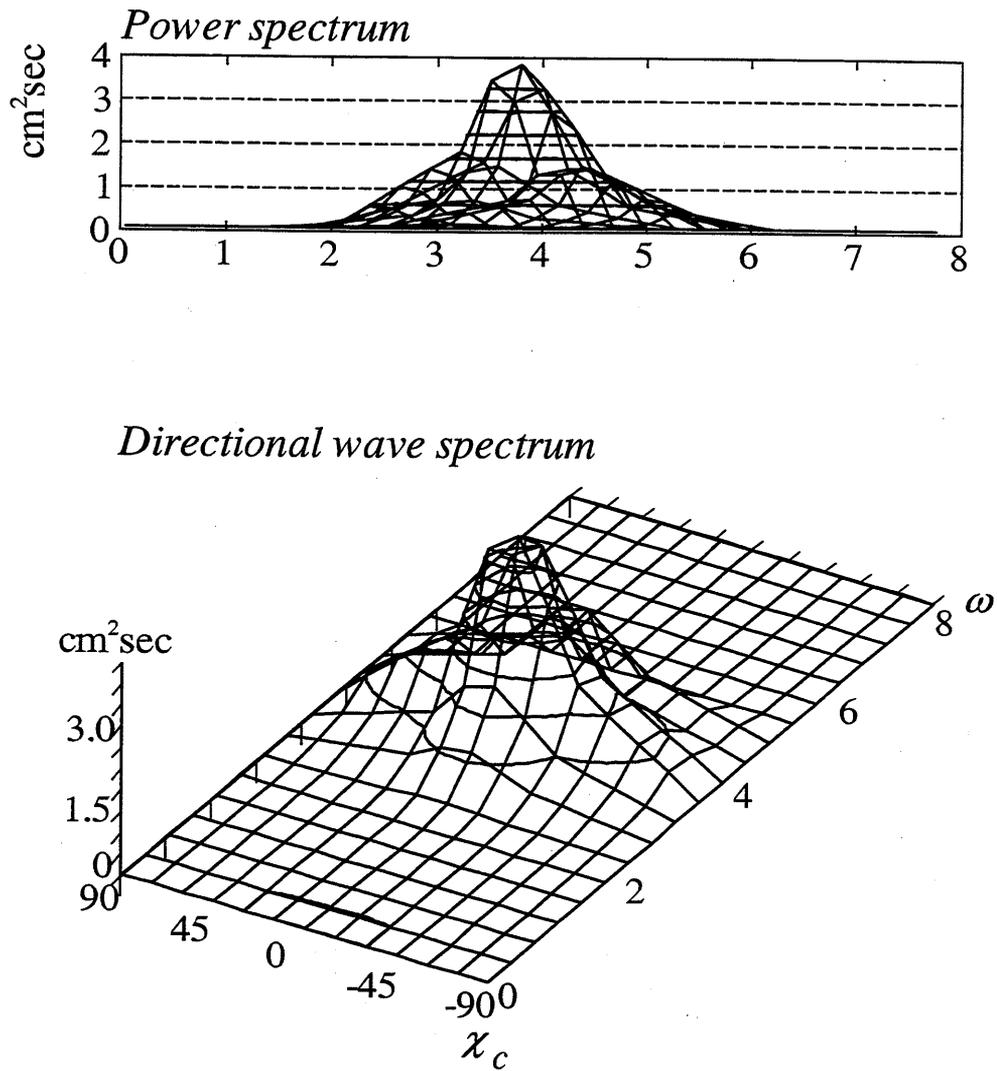


Fig.5.5 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [A]
($V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)

Condition [B]

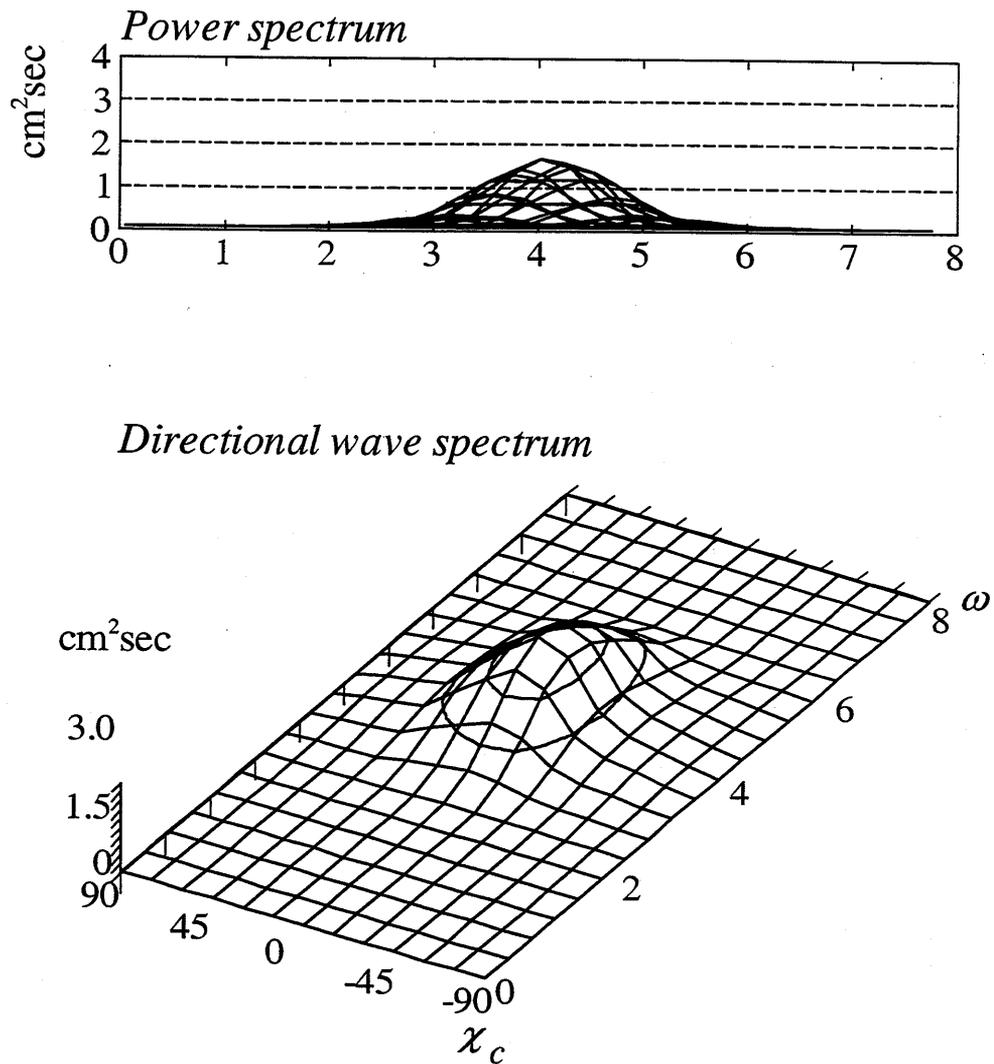


Fig.5.6 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [B]
($V=0.84\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)

Condition [C]

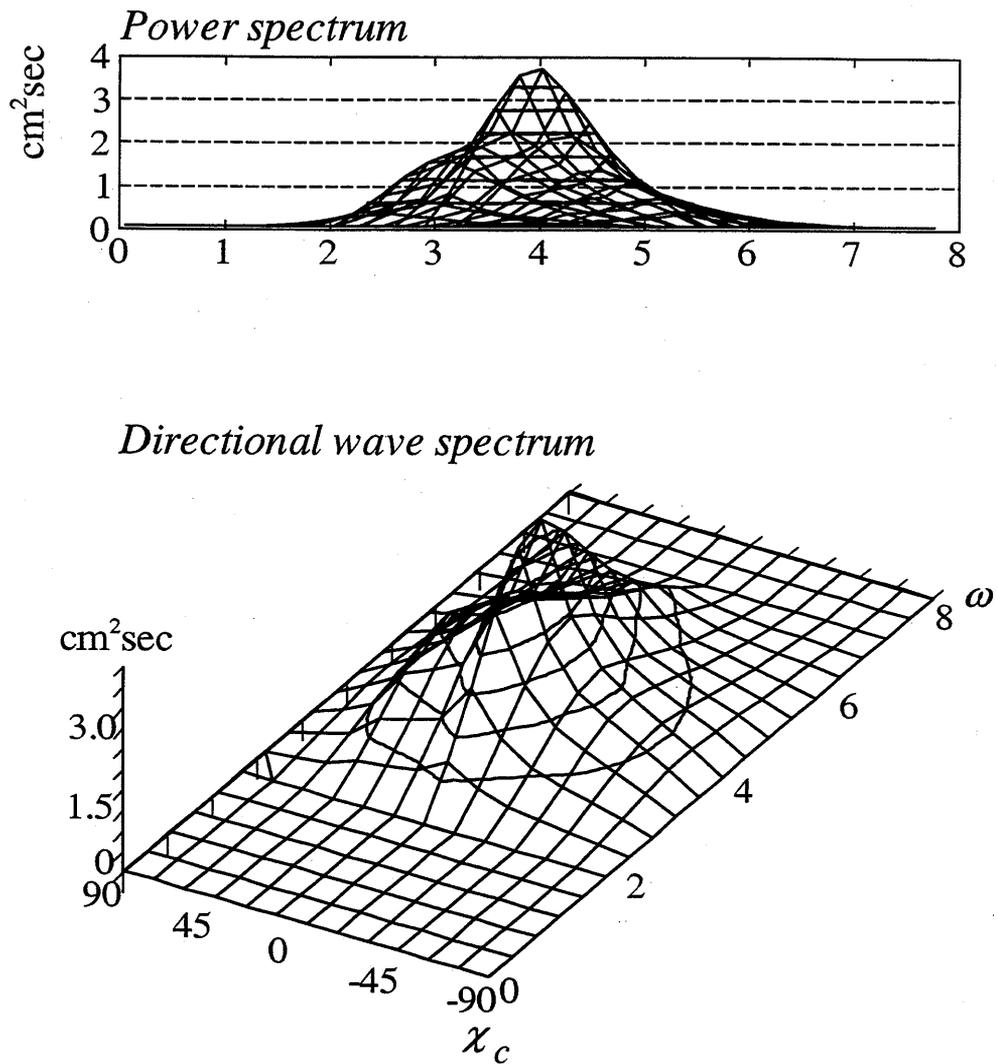


Fig.5.7 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [C]
($V=0.84\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

5.2.2 高速の場合

5.1.1 において、計測した波変位の時系列から得られたスペクトルを比較したところ、方向分布関数については計測値と推定値が良く一致したが、周波数スペクトルについては、試験状態により分散値に大きな差が見られた。この理由として、各試験状態で出会い波の時系列を1ケースしか計測しておらず、水槽で発生させた波が必ずしも計測時間内に含まれていないためと考えられる。

また、曳引車の速度が低速のため、計測された周波数スペクトルの成分が $\omega_e \leq \omega_{ec}$ (Fig.2.4 参照) の領域のみに存在し、周波数スペクトルを波周波数へ変換する場合に1対1での変換が可能であった。しかし、 $\omega_e > \omega_{ec}$ の領域にもスペクトル成分が存在する場合は、波周波数との対応が1対1とはならず三価関数の問題が生じるため、スペクトルの周波数変換が困難となる。低速の場合では、この問題に対する推定法の検討を行うことができなかった。

そこで、ここでは水槽試験において、計測値から得られるスペクトル成分が $\omega_e > \omega_{ec}$ の領域に存在する場合も含めた試験状態について計測し、その検討を行っている。また、各試験状態において、不規則波の位相差を変えて数回の計測を行い、試験状態における分散値の差について検討している。

(1) 方向波スペクトルの推定法

方向波スペクトルを方向分布関数 $D(\chi_e)$ と周波数スペクトル $S_w(\omega)$ とに分け、非線形計画法を用いてその推定を行う。

ここで、5.1.1 で生じた計測状態毎における分散値の差異を改善するために、方向分布関数の推定値には位相差を変えて計測した時系列を用いて推定したそれぞれの方向分布関数を平均化したものとし、また、周波数スペクトルの推定値には、推定した方向分布関数を用いて、計測した時系列から推定したそれぞれの推定値を平均化したものとした。

1) 方向分布関数の推定

非線形計画法における設計変数は方向分布関数の値 $\tilde{D}(\chi_e)$ を用いる。ここで、方向分布関数は周波数に依存しないと仮定しているため、Fig.2.4 に示した領域 I のみを用いて周波数応答関数の波周波数から出会い周波数への周波数変換を行っている。

目的関数 F は、推定したクロススペクトル $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ と計測した時系列から得られるクロススペクトル $S_{mn}(\omega_e)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega_e=0.0}^{\omega_{ec}} \{S_{mn}(\omega_e) - \tilde{S}_{mn}(\omega_e)\}^2 \quad (5.12)$$

を用い、クロススペクトルの推定には (2.8) 式を出会い周波数におけるものを書き換えた (5.13) 式を用いている。

$$\tilde{S}_{mn}(\omega_e) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H(\omega_e, \chi_c) \cdot \tilde{D}(\chi_c) \cdot S_w(\omega_e) d\chi_c \quad (5.13)$$

ここで、 $H(\omega_e, \chi_c)$ は (5.7), (5.8) 式で与えられる周波数応答関数を波周波数から出会い周波数へ変換したものであり、 $S_w(\omega_e)$ は計測した時系列から得られる周波数スペクトルである。また、等号・不等号制約条件には、(5.14) 式を用いている。

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tilde{D}(\chi_c) d\chi_c = 1.0 \quad (5.14)$$

$$\tilde{D}(\chi_c) \geq 0.0$$

2) 周波数スペクトルの推定

推定した方向分布関数 $\tilde{D}(\chi_c)$ を用いて周波数スペクトルの推定を行う。設計変数は任意の波周波数における周波数スペクトルの値 $\tilde{S}_w(\omega)$ である。この $\tilde{S}_w(\omega)$ を 4.2.2 で示したエネルギー集中を補正する係数 α を導入した (4.6) 式を用いて波周波数から出会い周波数における $\tilde{S}_w(\omega_e)$ へ変換し、クロススペクトル $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ を

$$\tilde{S}_{mn}(\omega_e) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H(\omega_e, \chi_c) \cdot \tilde{D}(\chi_c) \cdot \tilde{S}_w(\omega_e) d\chi \quad (5.15)$$

を用いて推定する。

また、目的関数 F には $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ と計測した時系列から得られる $S_{mn}(\omega_e)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega_e=0.0}^{\omega_{ec}} \{S_{mn}(\omega_e) - \tilde{S}_{mn}(\omega_e)\}^2 \quad (5.16)$$

とし、等号・不等号制約条件には、(5.17) 式を用いる。

$$\int S_w(\omega_e) d\omega_e = \int \tilde{S}_w(\omega) d\omega$$
$$\tilde{S}_w(\omega) \geq 0.0$$
(5.17)

(2) 水槽試験

解析に用いる計測値は、水産庁水産工学研究所海洋工学総合実験棟角水槽において計測したものである。計測に用いた波は、JONSWAP型の波スペクトルを持つ短波頂不規則波で有義波高 5.0cm、平均波周期 1.2 秒であり、方向分布関数は \cos^4 型である。計測項目は出会い周波数での波変位で、波高計の位置は Fig.5.1 と同様である。

試験は追波状態で行い、曳引車の速度（以下、速度と省略する）と出会い角の主方向の組み合わせが $V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$ の停止状態（以下、状態 [D] ）、 $V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$ の低速の追波状態（以下、状態 [E] ）及び $V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$ の高速の追波状態（以下、状態 [F] ）の 3 状態を用いている。

ここで、5.1.1 では、計測した波変位の時系列から得られたスペクトルを比較したところ、試験状態によって、その分散値に大きな差が見られた。この理由として、出会い波の時系列の値を 1 ケースしか計測しておらず、試験状態によっては水槽で発生させた波が必ずしも計測時間内に含まれていないためと考えられる。そこで、ここではそれぞれの試験状態につき、不規則波の位相差を変化させて数回の計測を行い、それらを用いて解析を行っている。計測された時系列と、出会い周波数での波スペクトルの一例を Fig.5.8 に示す。

また、5.1.1 では速度が低速であったため、計測した時系列から得られるスペクトルのほぼ全ての成分が $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域に存在していた。そのため、周波数変換を行う際に Fig.2.4 で示した領域 I のみを用いた変換が可能であった。しかし、速度が高速の場合には、Fig.5.8 の状態 [F] に示すように、領域 I のみを用いて変換を行うと変換領域以外の成分が大きく、無視できないために推定値と計測値との間に差が生じるものと考えられる。

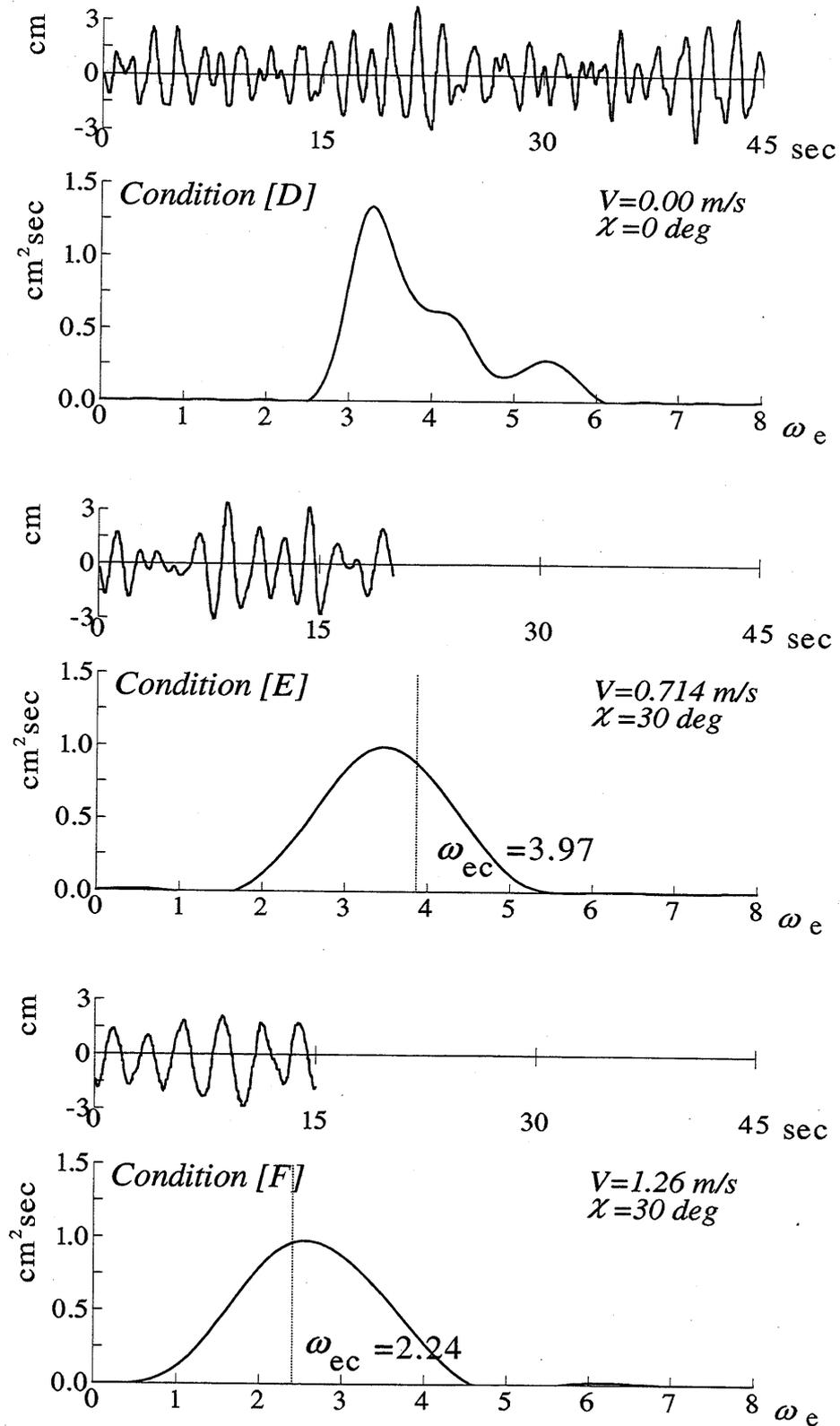


Fig.5.8 Example of measured time series and wave spectra with respect to encounter frequency

(3) 推定結果

方向分布関数及び方向波スペクトルの推定結果を Fig.5.9 及び Fig.5.10~Fig.5.12 に示す。これらは各試験状態で位相差を変えて計測したそれぞれの計測値から推定した値を平均化したものである。

推定結果より、方向分布関数においては状態毎の差がやや見られるものの比較的良く一致しており、方向波スペクトルについても停止状態 [D] と航走状態 [E],[F] とを比較すると 5.1.1 で見られた差異を改善することができた。

ただし、Fig.5.11, Fig.5.12 の推定結果には周波数変換にエネルギー集中を補正するための係数 α を用いているが、状態 [F](Fig.5.11) において補正係数を用いずに推定した場合の結果を Fig.5.13 に示す。Fig.5.13 より、推定した方向波スペクトルは他の推定結果と比較し小さいことがわかる。これは、周波数スペクトルの推定において、設計変数である波周波数での周波数スペクトル $\tilde{S}_w(\omega)$ を出会い周波数に変換した際にエネルギー集中により、出会い周波数での周波数スペクトル $\tilde{S}_w(\omega_e)$ が大きくなるため、(5.15) 式で得られるクロススペクトル $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ も大きくなる。従って、(5.12) 式で定義した目的関数を小さくするには、設計変数である波周波数における周波数スペクトル $\tilde{S}_w(\omega)$ を小さくする必要がある。そのため、補正係数を用いていない場合では他と比較し、推定した方向波スペクトルが小さくなる結果となる。

Directional spreading functions

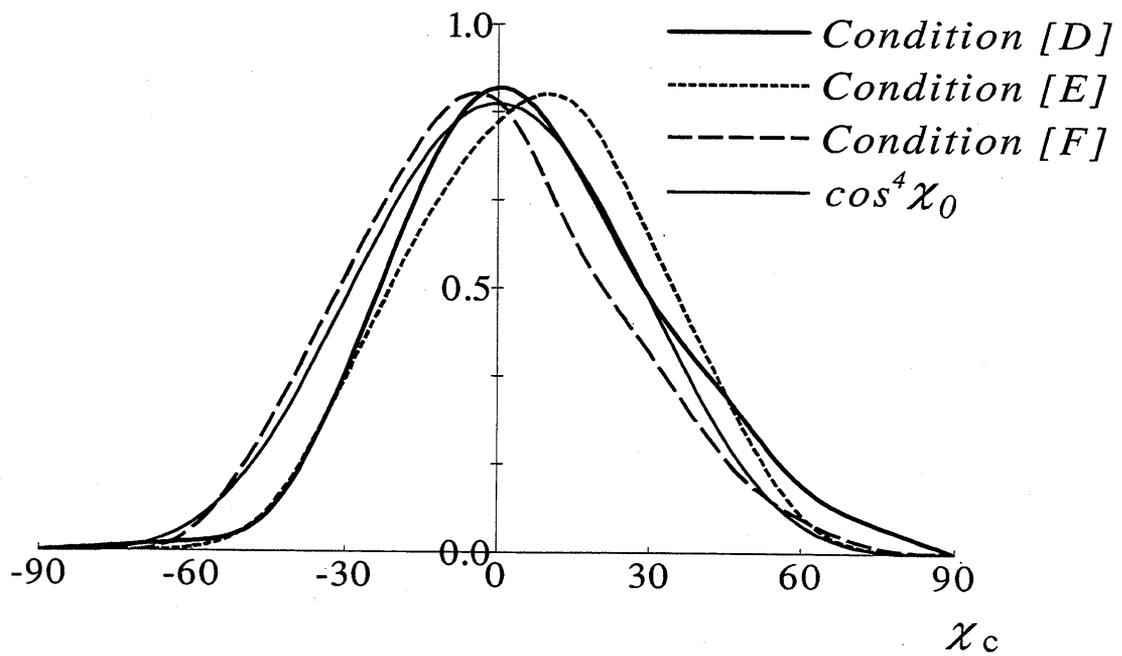


Fig.5.9 Estimated directional spreading functions in condition [D],[E] and [F]

Condition [D]

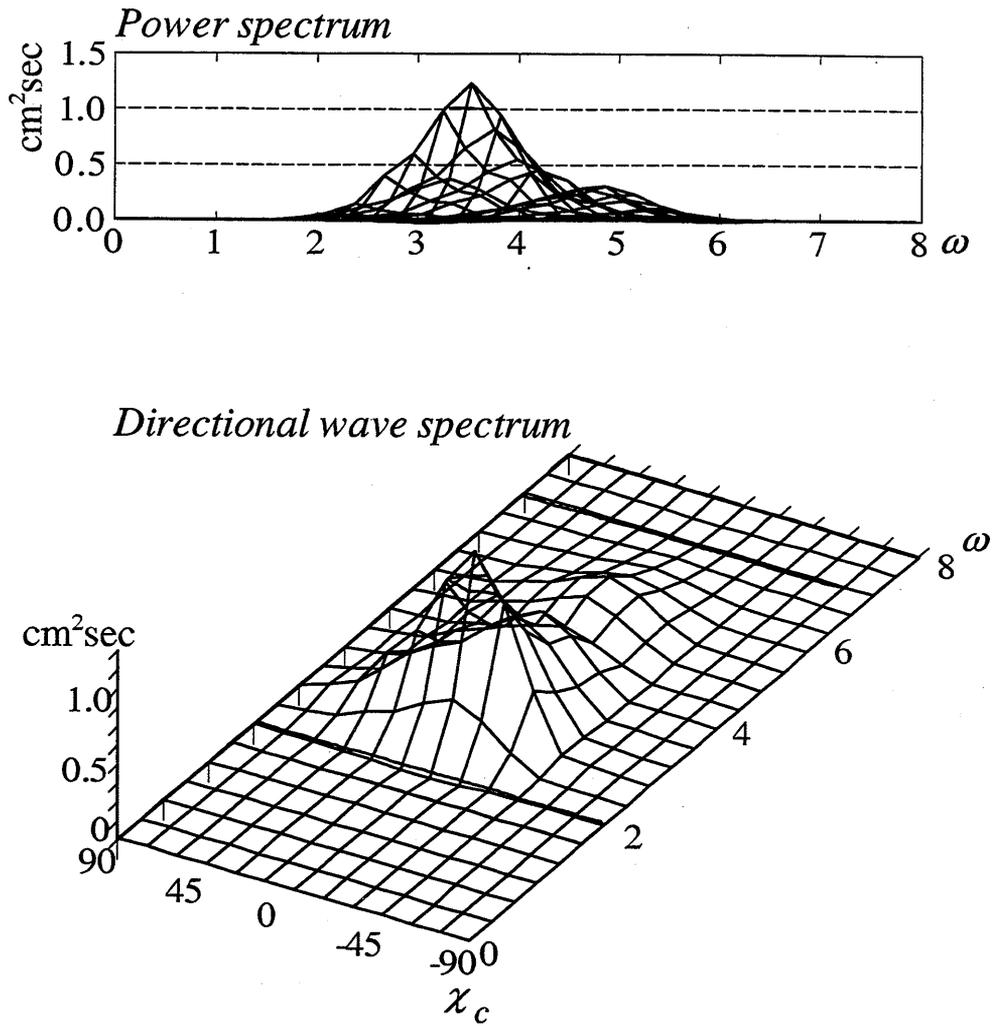


Fig.5.10 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [D]
($V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)

Condition [E]

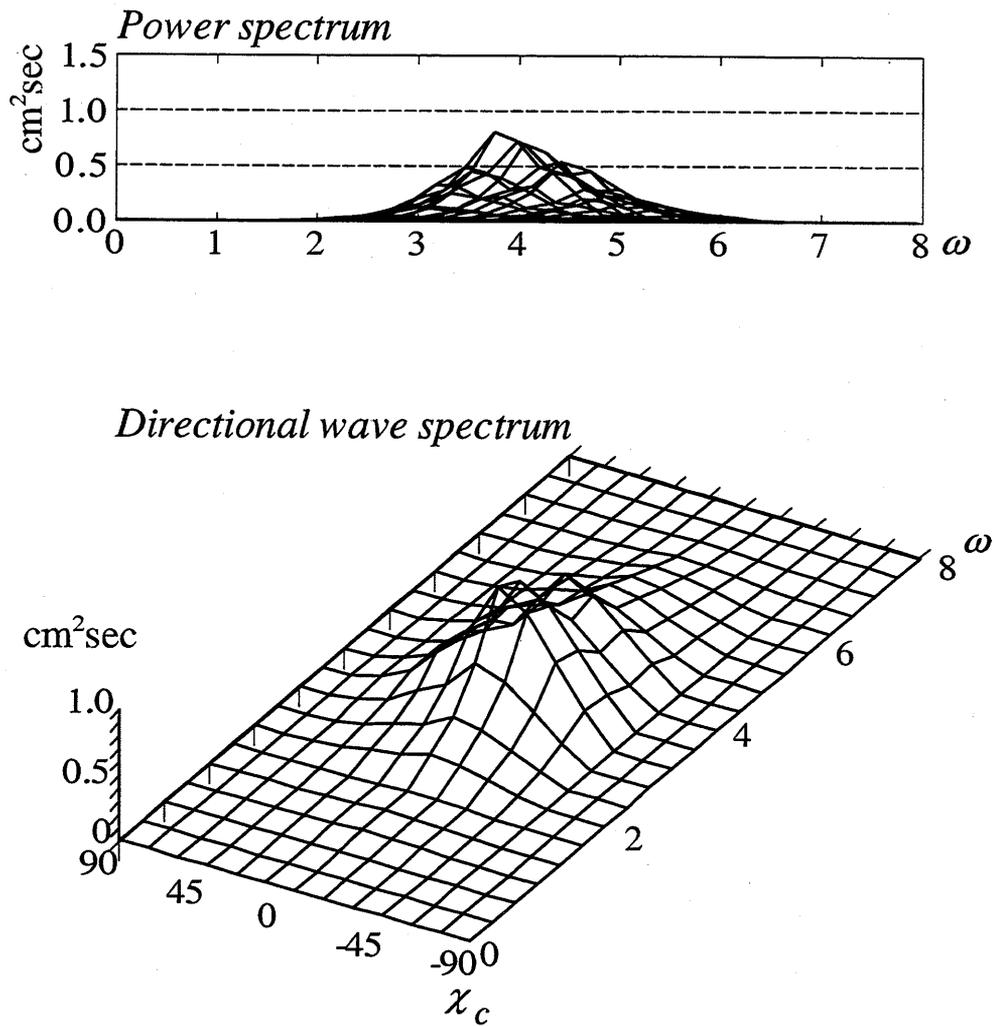


Fig.5.11 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [E]
($V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

Condition [F]

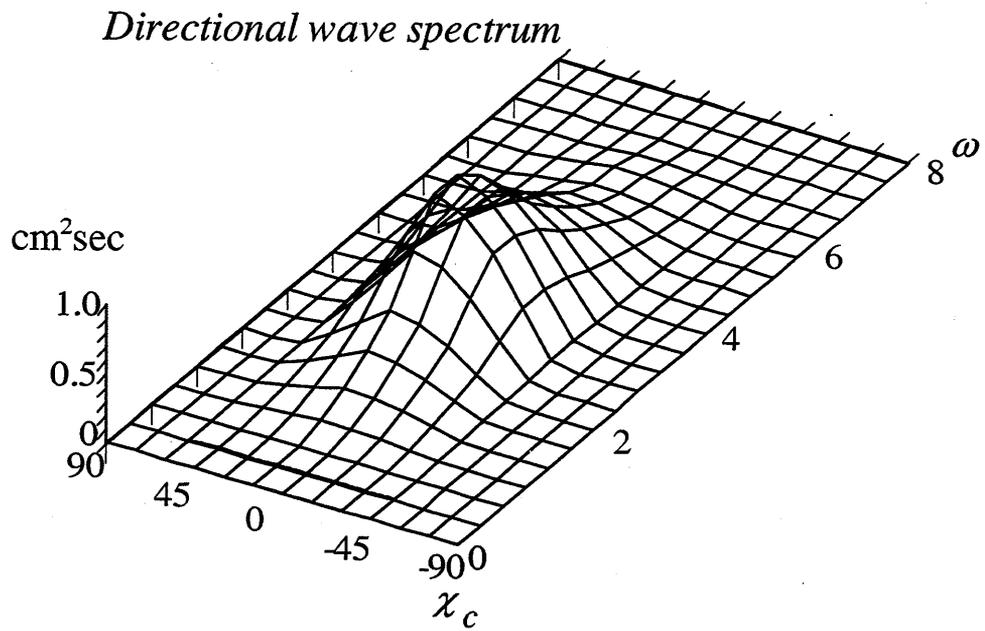
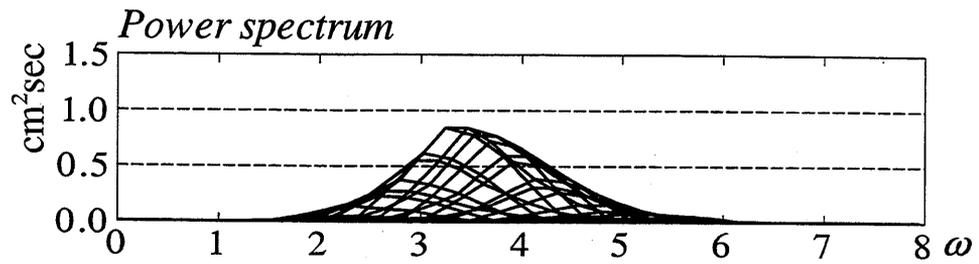


Fig.5.12 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [F]
($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

Condition [F] (without coeff. α)

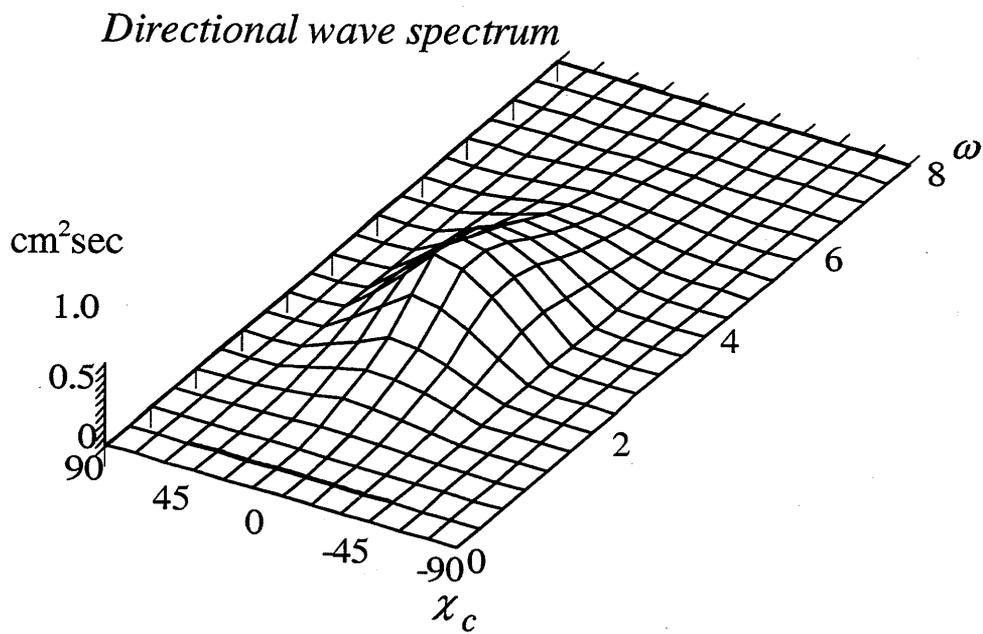
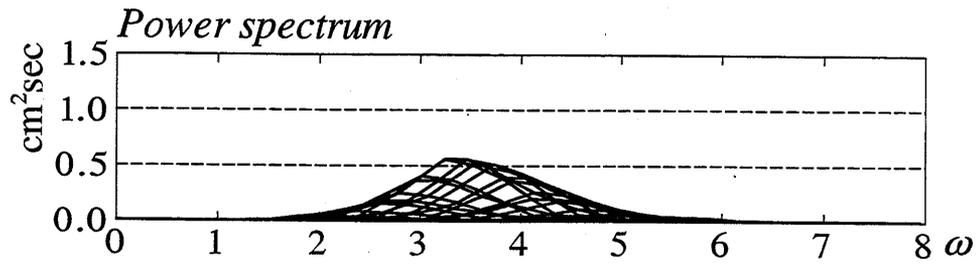


Fig.5.13 Estimated power spectrum and directional wave spectrum without considering of coefficient α in condition [F] ($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

5.2.3 考察

曳引車の速度が低速の場合と高速の場合について、計測された出会い周波数における波変位の値から方向波スペクトルの推定を行い、以下の結論を得た。

1) 低速の場合では、計測した波スペクトルの成分が Fig.2.4 に示す領域 I のみに存在していたため、これを Fig.4.1 で示した変換領域を用いて出会い周波数から波周波数へ変換したものを周波数スペクトルの推定値とし、方向分布関数の値のみを設計変数として、非線形計画法を用いた方向波スペクトルの推定法について検討を行った。

また、高速の場合では、方向分布関数及び周波数スペクトルの値を設計変数として推定する方法について検討を行った。

2) 水産庁水産工学研究所海洋工学総合実験棟角水槽で計測した波変位を用いて本推定法による解析を行ったところ、出会い波の時系列から推定された方向分布関数は停止状態のものと比較的よい対応が見られた。

また、5.1.1 では試験状態により周波数スペクトルの分散値に差が生じたため、方向波スペクトルの推定値に差が見られた。そこで、5.1.2 において、各試験状態につき不規則波の位相を変えて数回計測を行い、その平均値を用いて解析を行ったところ、周波数スペクトルの分散値の差を改善することができ、5.1.1 で見られた方向波スペクトルの差を改善することができた。

3) 高速の場合においては、(4.8) 式で定義したエネルギー集中を補正する係数 α を用いた方向波スペクトルの推定法が有用であることを確認した。

5.3 数値シミュレーションによる方向波スペクトルの推定

水槽試験においては、水槽の大きさが有限であること、また追波状態で計測を行うため、速度によっては解析を行うための十分な波数を一回の計測で得ることが困難となる。そのため、Fig.5.2 及び Fig.5.3 に示したように、水槽試験において得られた計測値の分散値にばらつきが生じ、方向波スペクトル、特に周波数波スペクトルの推定精度に問題が生じる。

そこで、数値シミュレーションを用いて無限の大きさを持つ水槽における波変位の値を求め、方向波スペクトルの推定を行い、その推定精度を検討する。

5.3.1 Double-Summation 法

数値シミュレーションによる任意点における波変位の値は *Double-Summation* 法を用いて計算を行っている。

多方向不規則波はあらゆる周波数、方向角を持ち、ランダム位相の成分波の重ね合わせで表現できるとの仮定から、Fig.5.14 に示す座標系において、無限水面の任意位置 (x, y) の時間 t における水面昇降量 $\eta(x, y, t)$ は

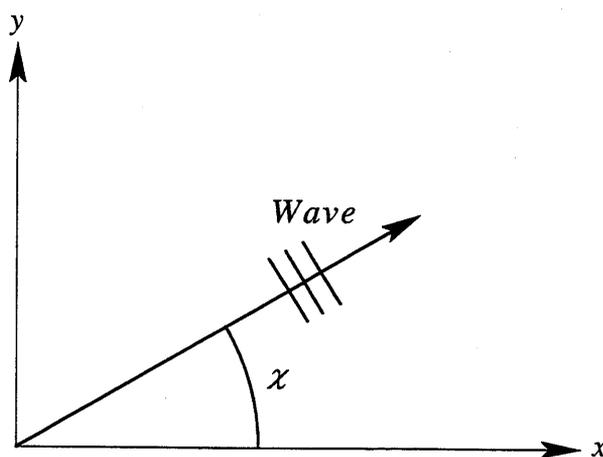


Fig.5.14 Coordinate system for Double-Summation method

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} \cos(k_j \cos \chi_i \cdot x + k_j \sin \chi_i \cdot y - \omega_j \cdot t + \varepsilon_{ij}) \quad (5.18)$$

χ_i : 成分波の方向角 ($i = 1, 2, \dots, I$)

ω_j : 成分波の周波数 ($j = 1, 2, \dots, J$)

k_j : 成分波の波数 ($= \omega_j^2/g$) (5.19)

a_{ij} : (χ_i, ω_j) 成分波の振幅

ε_{ij} : (χ_i, ω_j) 成分波のランダム位相

となる。ここで、成分波の振幅 a_{ij} は方向波のスペクトル密度関数の定義から、対応する方向角 χ_i 、周波数 ω_j での方向波スペクトル $S(\chi_i, \omega_j)$ を用いて、

$$a_{ij} = \sqrt{2S(\chi_i, \omega_j)\Delta\chi_i\Delta\omega_j} \quad (5.20)$$

で与えられる。

また、成分波のランダム位相 ε_{ij} は $-\pi \sim \pi$ の一様乱数をとる。

(1) 規則波の数値シミュレーション

まず、多方向規則波の数値シミュレーションを行う。規則波の重ね合わせる条件を Table 5.1 に示す。

Case[1] は 0° と 90° 方向に進む同一周波数の規則波を重ね合わせた 2 方向規則波である。Case[2] は Case[1] にさらに 45° 方向に進む成分を加えた 3 方向規則波で、Case[3] は Case[2] に 22.5° と 67.5° 方向に進む成分を加えた 5 方向規則波である。また、Case[4] は

Table 5.1 Two-dimensional regular waves corresponding to head angles for each case

Case number	number of components	head angles [deg]
[1]	2	0, 90
[2]	3	0, 45, 90
[3]	5	0, 22.5, 45, 67.5, 90
[4]	37	0, 2.5, ..., 90

2.5° 毎に 37 方向に進む同一周波数の規則波を重ね合わせた多方向規則波で、方向分布関数には \cos^2 型を用いている。

ここでは 100.0 m×100.0 m の水槽を仮定し、各々の点の間隔は 1.0 m であり、 Δt は 1.0 sec である。また、規則波の波高は 1.0m、波周期は 3.0sec のものとした。

これらの数値シミュレーション結果を Fig.5.15~Fig.5.18 に示す。

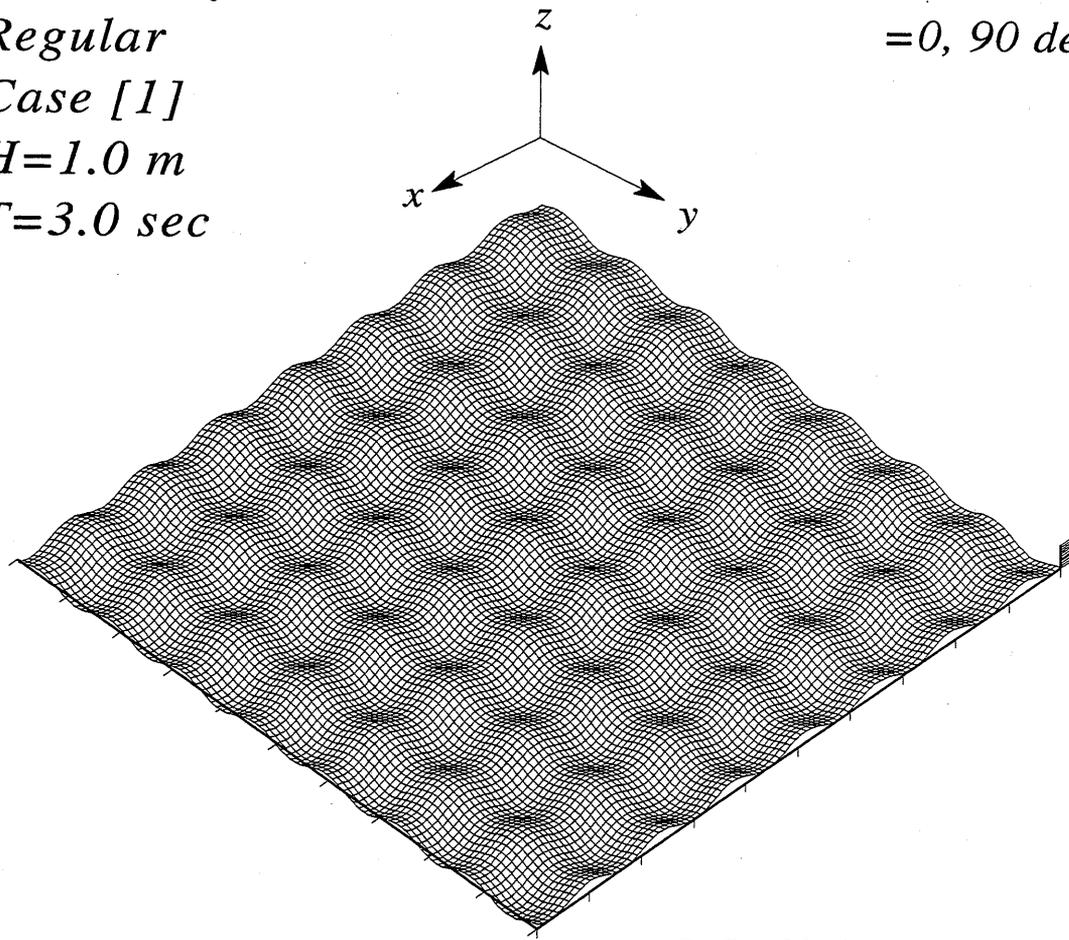
また、Fig.5.19 に Case[3] (Fig.5.17) 中の Table 5.2 に示す点における時系列を示す。Fig.5.19 より、各点での時系列の振幅は異なるが規則波であることが確認できた。

Table 5.2 Calculation point

1	50 , 50 m
2	10 , 10 m
3	20 , 50 m
4	50 , 20 m
5	25 , 55 m

*Water Surface
Regular
Case [1]
H=1.0 m
T=3.0 sec*

*Angle of wave components
=0, 90 deg*

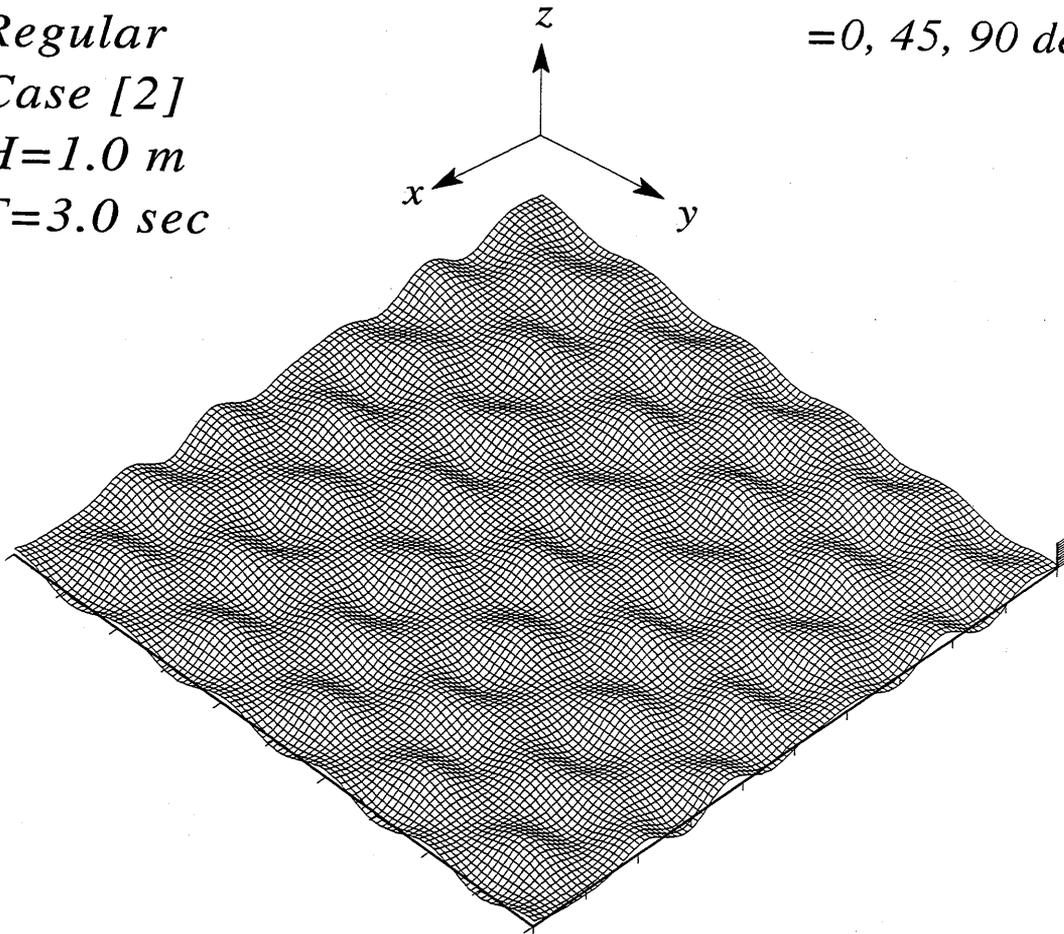


By Double Summation method

Fig.5.15 Two-dimensional regular waves (angle of wave components = 0, 90 deg)

Water Surface
Regular
Case [2]
H=1.0 m
T=3.0 sec

Angle of wave components
=0, 45, 90 deg

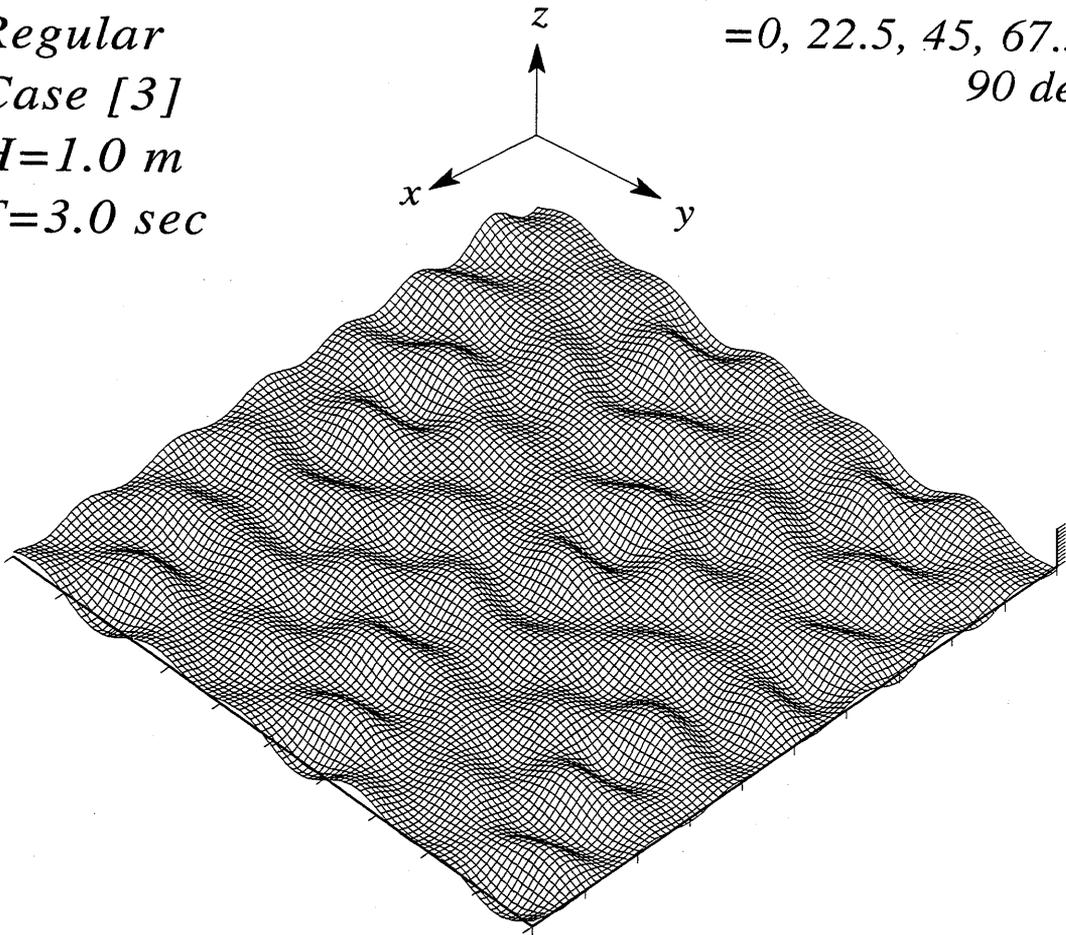


By Double Summation method

Fig.5.16 Two-dimensional regular waves (angle of wave components = 0, 45, 90 deg)

*Water Surface
Regular
Case [3]
H=1.0 m
T=3.0 sec*

*Angle of wave components
=0, 22.5, 45, 67.5,
90 deg*



By Double Summation method

Fig.5.17 Two-dimensional regular waves (angle of wave components = 0, 22.5, 45, 67.5, 90deg)

Water Surface
Regular
Case [4]
H=1.0 m
T=3.0 sec

Angle of wave components
=0, 2.5, ..., 90 deg

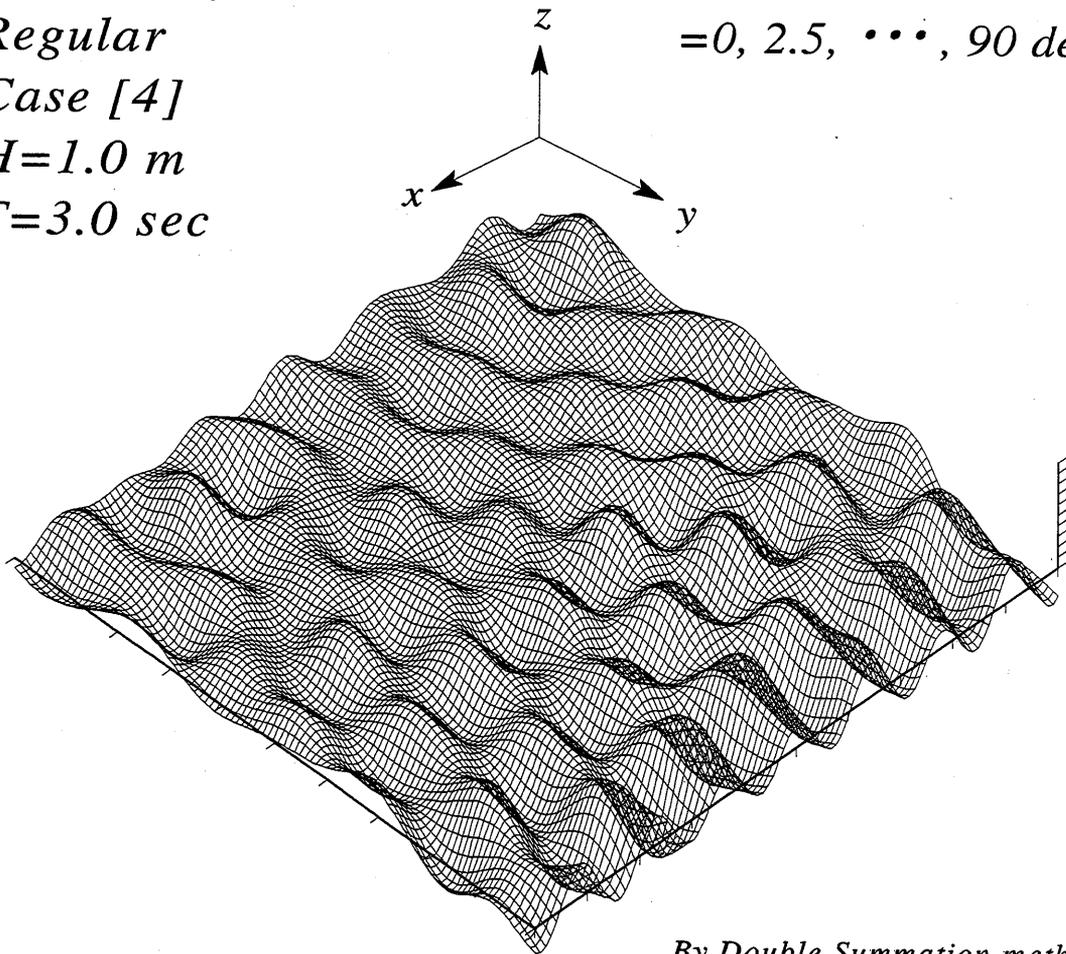


Fig.5.18 Two-dimensional regular waves (angle of wave components =0, 2.5, ..., 90 deg)

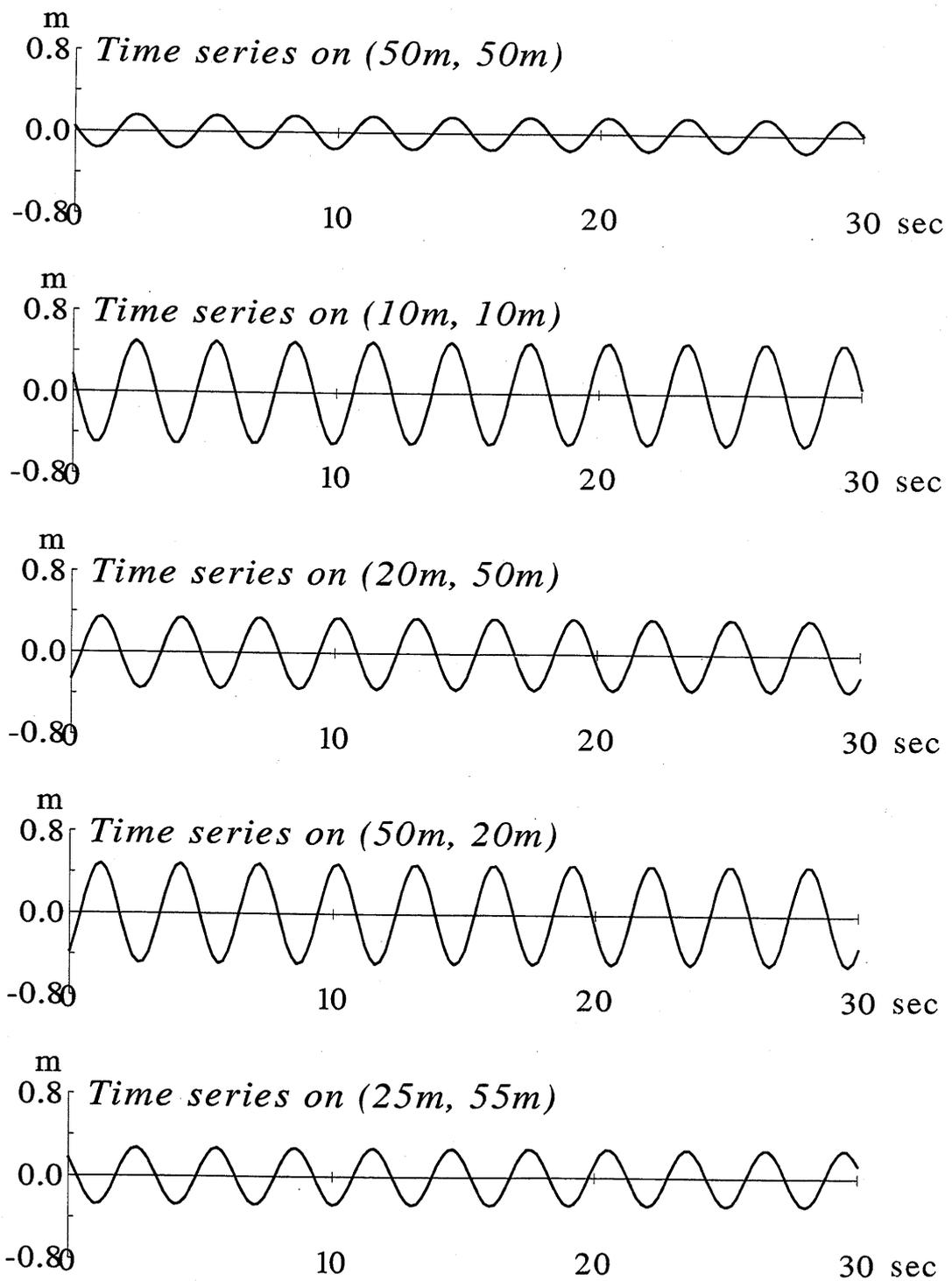


Fig.5.19 Time series of two-dimensional regular waves on each points

(2) 不規則波の数値シミュレーション

次に、多方向不規則波の数値シミュレーションを行った結果を Fig.5.20 に示す。数値シミュレーションには、5.1.1 で示した水槽試験での結果を考慮して、周波数スペクトルには JONSWAP 型で、有義波高 15.0cm, 平均波周期 1.5 秒とし、方向分布関数は \cos^4 型を用いた。

この多方向不規則波を用いて、5.2 と同様の水槽試験のシミュレートを行う。

Water Surface
JONSWAP
H=0.15 m
T=1.5 sec

Directional spreading function
: \cos^4 -type

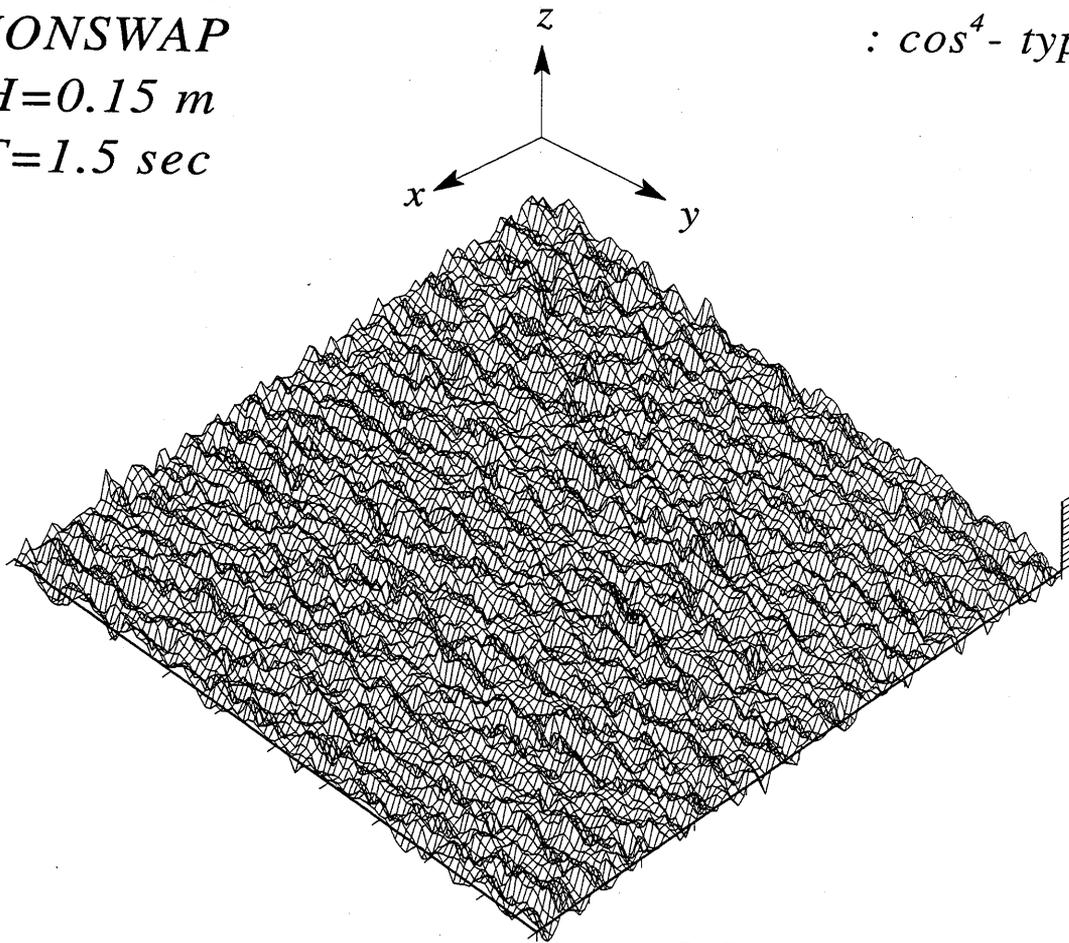


Fig.5.20 Two-dimensional irregular waves

5.3.2 解析に十分な波数が計測される場合

ここでは、方向波スペクトルの推定を行う際に、解析に十分な波数が得られている時系列を用いて推定を行い、推定精度の検討を行っている。

(1) シミュレーション結果

計算状態は速度と出会い角の組み合わせが $V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$ の停止状態（以下、状態 [G]）、 $V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$ の低速の追波状態（以下、状態 [H]）及び $V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$ の高速の追波状態（以下、状態 [I]）の3状態である。計算位置は Fig.5.1 に示したものをを用いている。

また、水槽試験では Fig.5.3 に示したように、計測時間が短い場合には分散値に差が生じたため、ここでは計測時間を 100 秒間、サンプリングタイムを 0.2 秒として時系列の計算を行っている。

得られた時系列とそのスペクトルを Fig.5.21~Fig.5.23 に、また、それぞれの時系列から得られる分散値を Table 5.3 に示す。Table 5.3 に示すように、停止状態 [G] において得られた分散値とシミュレーションに用いた周波数スペクトルの分散値を比較すると、これらの間にはやや差が見られるが、状態 [G] と状態 [H], [I] の分散値を比較すると、これらはほぼ一致しており、方向波スペクトルの推定精度の検討には問題がないと考え、これらの計算値を用いて方向波スペクトルの推定を行う。

Table 5.3 Variance of wave elevations in condition [G],[H] and [I]

Condition	Varians
Specified	11.6715
[G]($V=0.00\text{ m/s}, \chi=0^\circ$)	7.2728
[H]($V=0.714\text{m/s}, \chi=30^\circ$)	7.5632
[I]($V=1.26\text{m/s}, \chi=30^\circ$)	8.0254

Time series of condition [G] $V=0.000$ m/s Angle= 0 deg

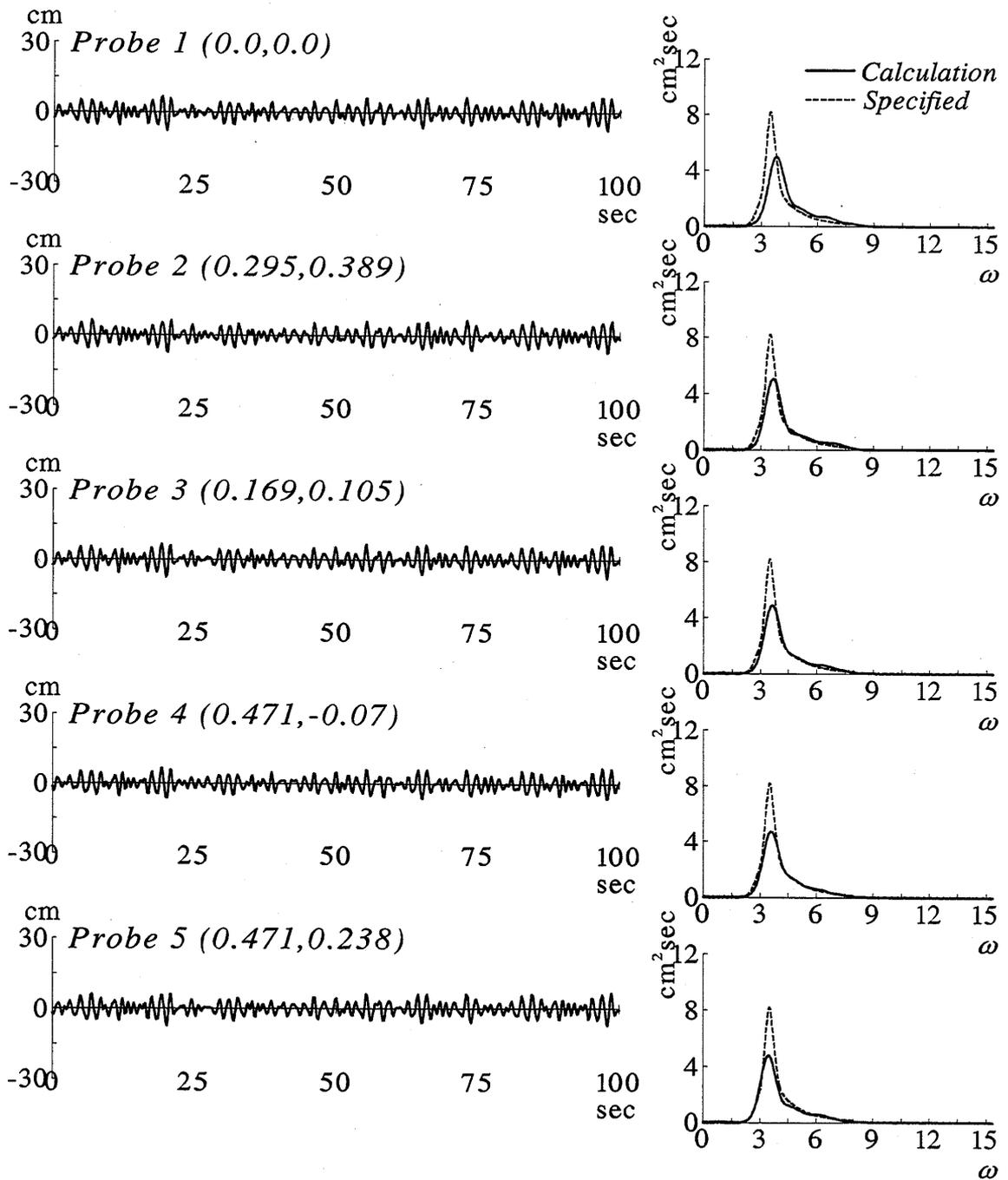


Fig.5.21 Time series of two-dimensional irregular waves in condition [G] ($V=0.0$ m/s, $\chi_0 = 0^\circ$)

Time series of condition [H] $V=0.714$ m/s Angle=30 deg

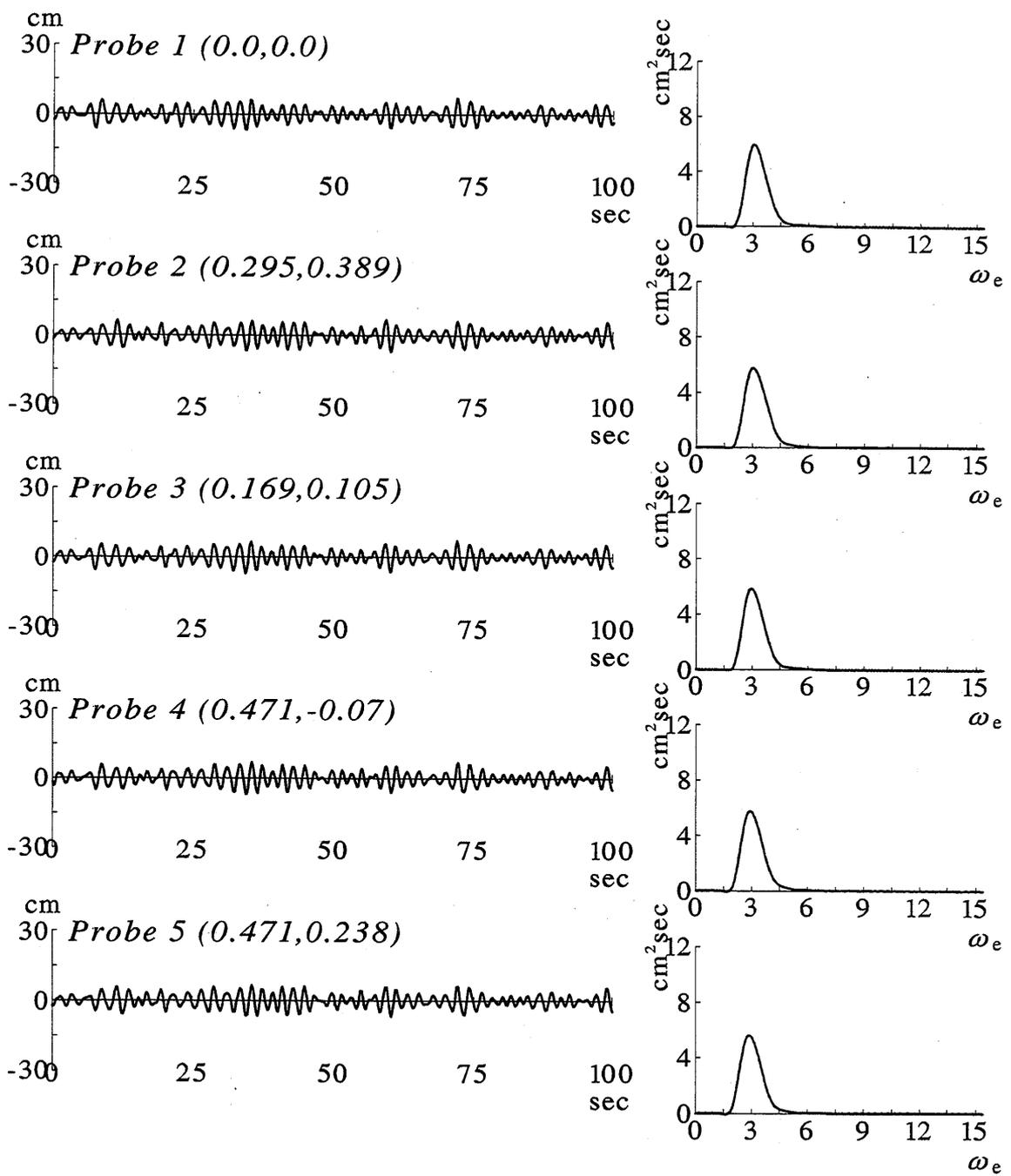


Fig.5.22 Time series of two-dimensional irregular waves in condition [H] ($V=0.714$ m/s, $\chi_0 = 30^\circ$)

Time series of condition [I] $V=1.260$ m/s Angle=30 deg

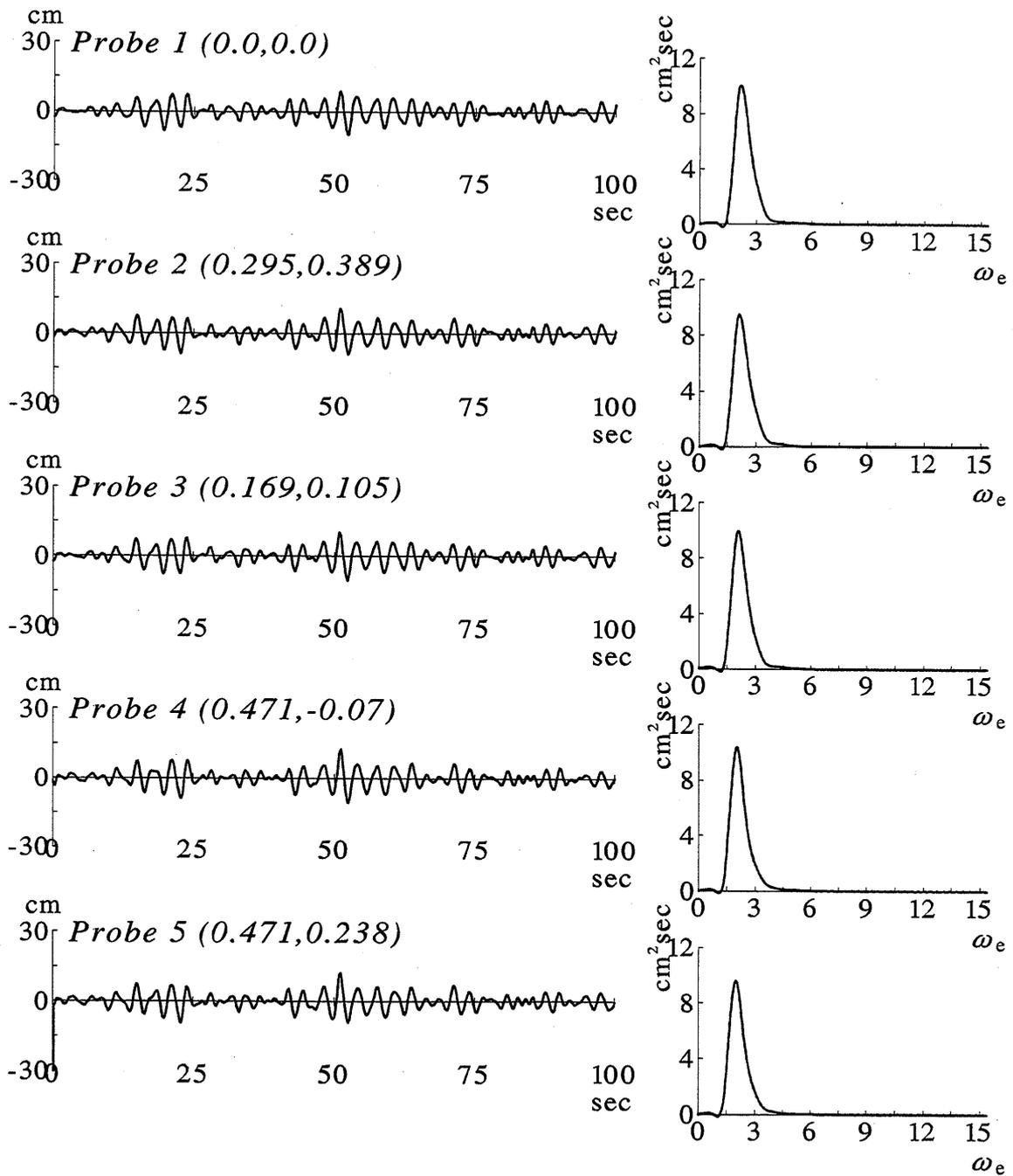


Fig.5.23 Time series of two-dimensional irregular waves in condition [I] ($V=1.26$ m/s, $\chi_0 = 30^\circ$)

(2) 推定結果と考察

数値シミュレーションにより得られた波変位を用いて、方向分布関数を推定した結果を Fig.5.24 に、また推定した方向波スペクトルを Fig.5.25~Fig.5.27 に示す。

推定結果より、方向分布関数、周波数スペクトル及び方向波スペクトルの推定値と計測値は良く一致しており、Fig.5.5~Fig.5.7 で見られた差は生じていない。これは、Table 5.3 で示した分散値のばらつきが小さかったことにある。すなわち、状態毎の分散値の差が大きい場合には、推定値と計測値との間に差が生じるものと考えられる。

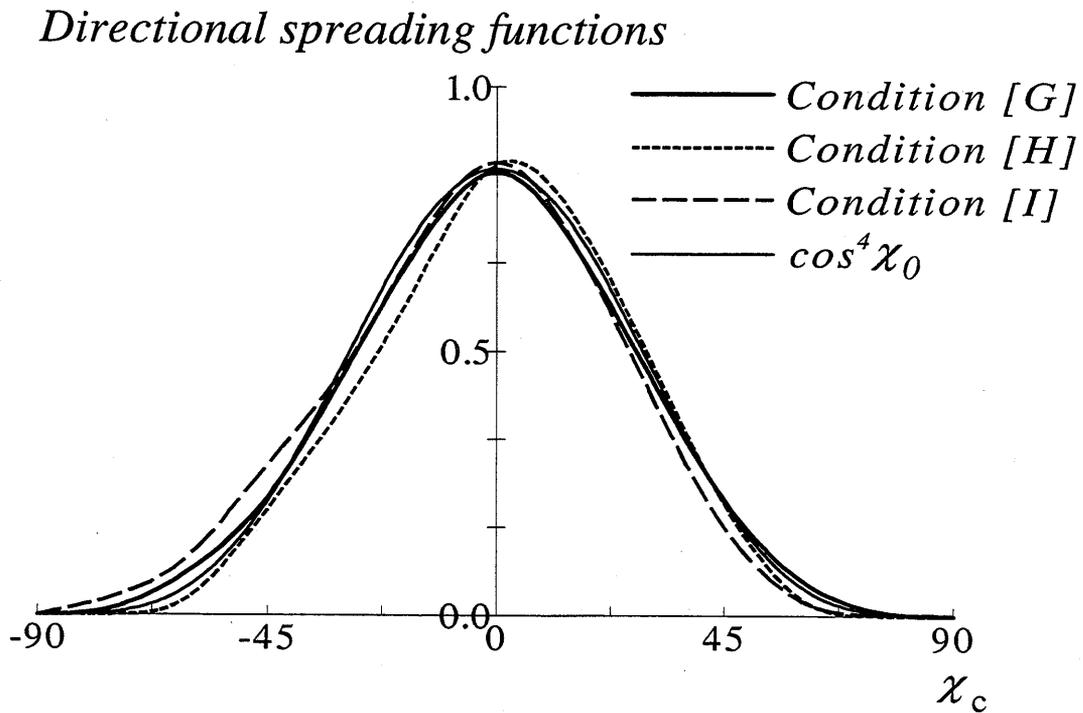


Fig.5.24 Estimated directional spreading functions in condition [G],[H] and [I]

Condition [G]

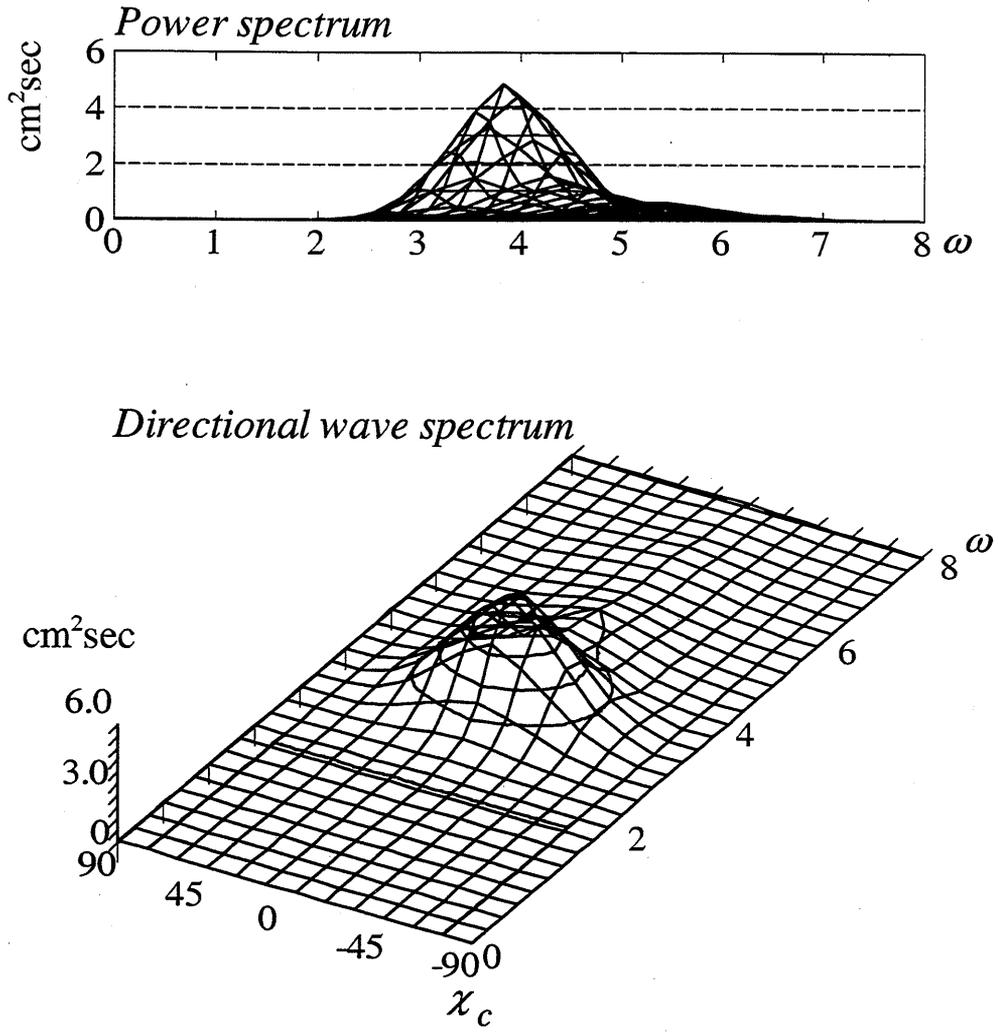


Fig.5.25 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [G]
($V=0.0\text{m/s}$, $\chi_0=0^\circ$)

Condition [H]

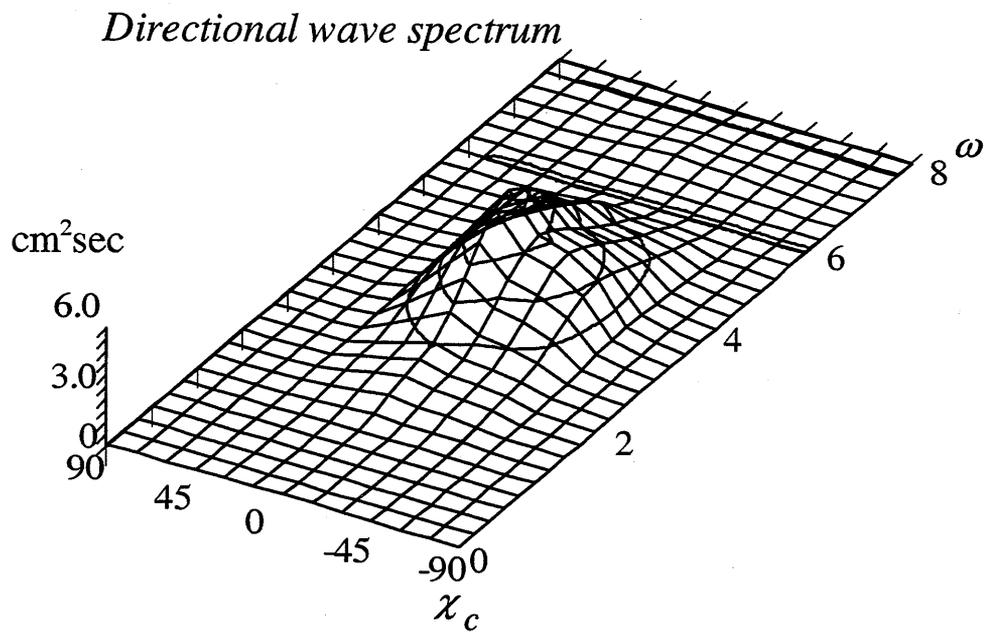
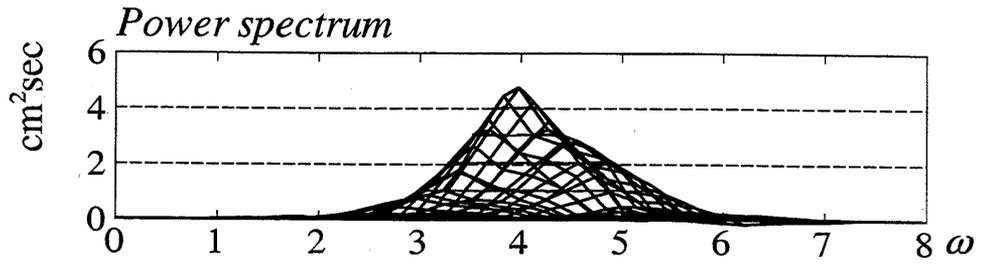


Fig.5.26 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [H]
($V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

Condition [I]

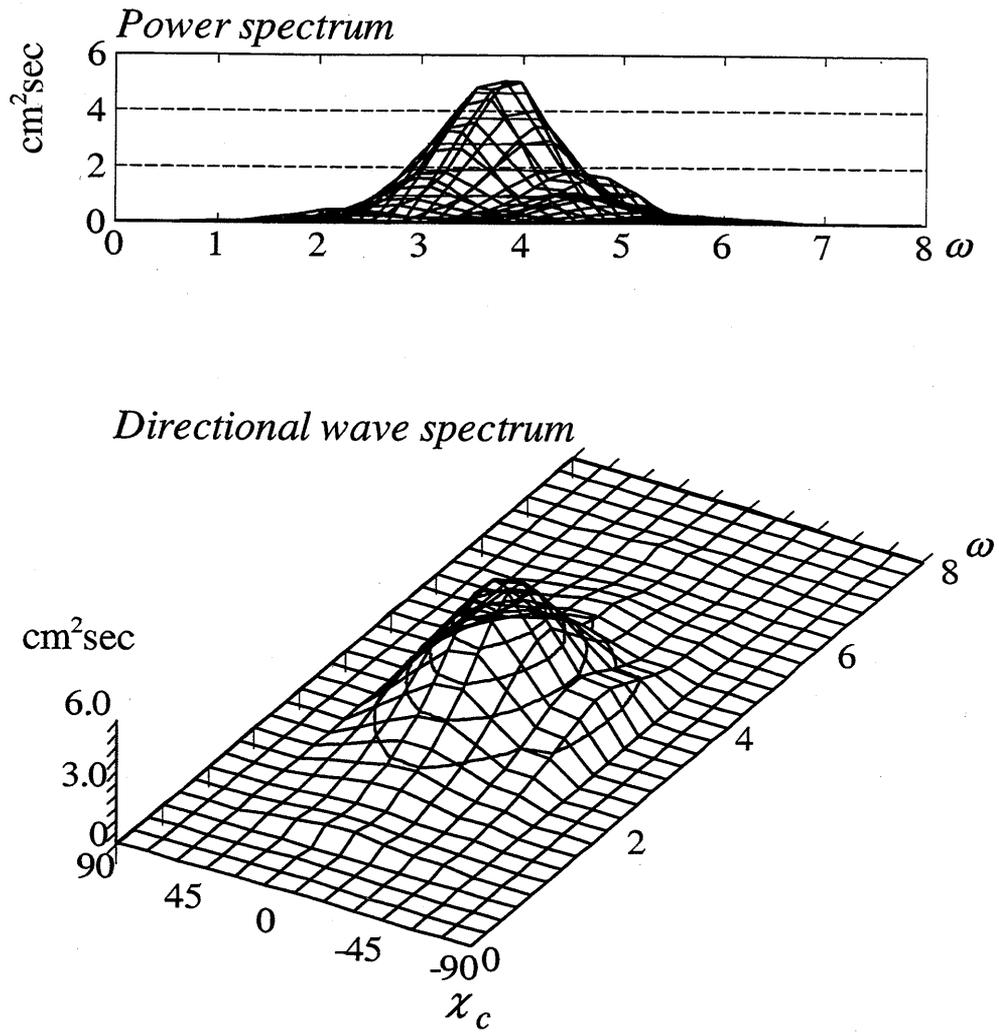


Fig.5.27 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [I]
($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

5.3.3 解析に十分な波数が得られていない場合

解析に十分な波数が得られている場合には、推定した方向分布関数、周波数スペクトル及び方向波スペクトルは停止状態とその他の状態とを比較し、良く一致する結果が得られた。

そこで、ここでは、水槽試験において追波中で高速の試験状態などに見られるような、計測時間が短く、解析に十分な波数が得られていない場合について検討を行う。

(1) シミュレーション結果

解析に用いる時系列の計測時間は、5.3.2 では 100 秒間としたが、ここでは 5.2 で示した水槽試験での計測時間を考慮し 20 秒間とした。また、計測状態は、状態 [J] は $V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$ で状態 [H] と同条件であり、また状態 [K] $V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$ で状態 [I] と同条件である。これらの波変位の値を用いて方向分布関数、周波数スペクトル及び方向波スペクトルの推定を行った。

(2) 推定結果と考察

方向分布関数の推定結果を Fig.5.28 に、また周波数スペクトルと方向波スペクトルの推定結果を Fig.5.29, Fig.5.30 に示す。図中、状態 [G] は先に推定を行ったものである。

推定結果より、方向分布関数については、良く一致しているが、周波数スペクトル及び方向波スペクトルについては状態毎に差が見られた。この理由として、Table 5.4 に示す状態 [G],[J],[K] での波変位の分散値の差が考えられる。すなわち、状態 [J] の分散値は [G] よりも小さく、また状態 [K] は [G] よりも大きいことから、この差が方向波スペクトルの推定値の差となったものと考えられる。

Table 5.4 Variance of wave elevations in condition [G],[J] and [K]

Condition	Variance
[G](V=0.00 m/s, $\chi=0^\circ$)	7.273
[J](V=0.714m/s, $\chi=30^\circ$)	5.534
[K](V=1.26m/s, $\chi=30^\circ$)	8.276

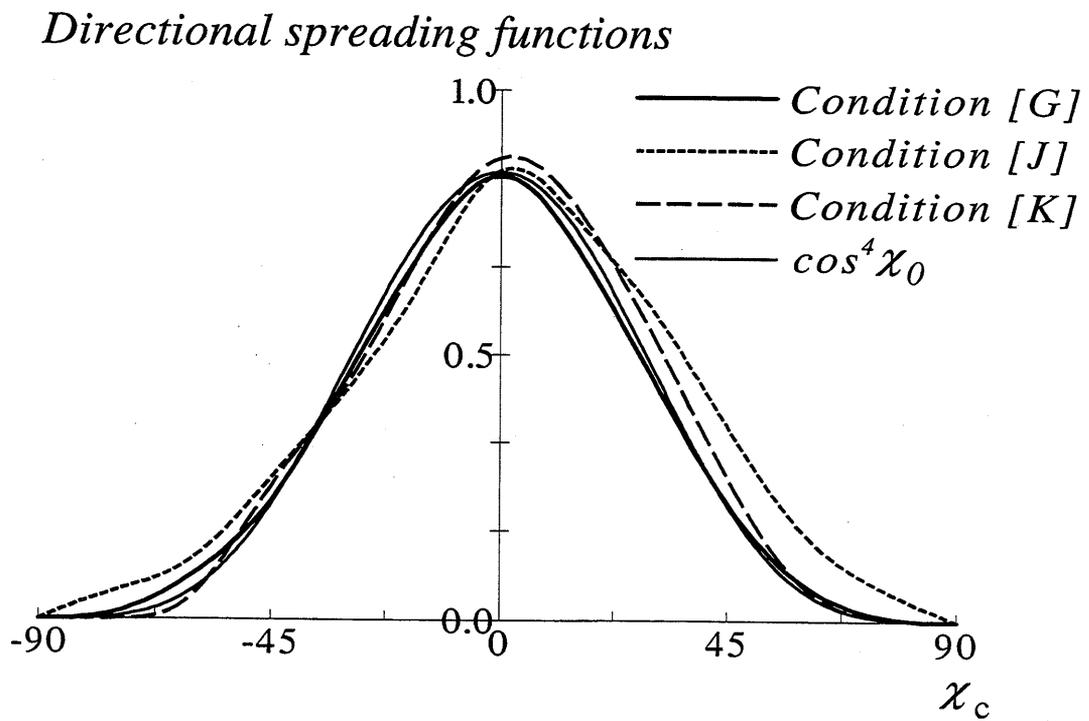


Fig.5.28 Estimated directional spreading functions in condition [G],[J] and [K]

Condition [J]

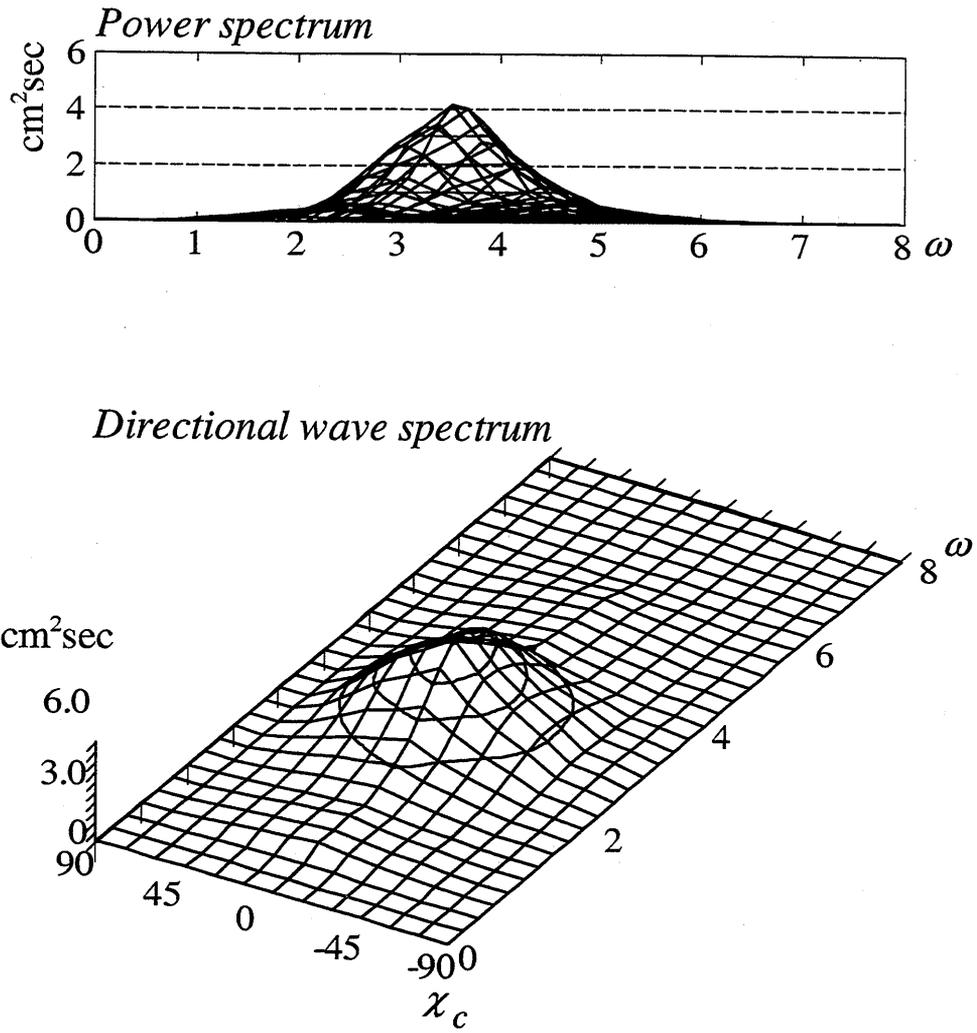


Fig.5.29 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [J]
($V=0.714\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

Condition [K]

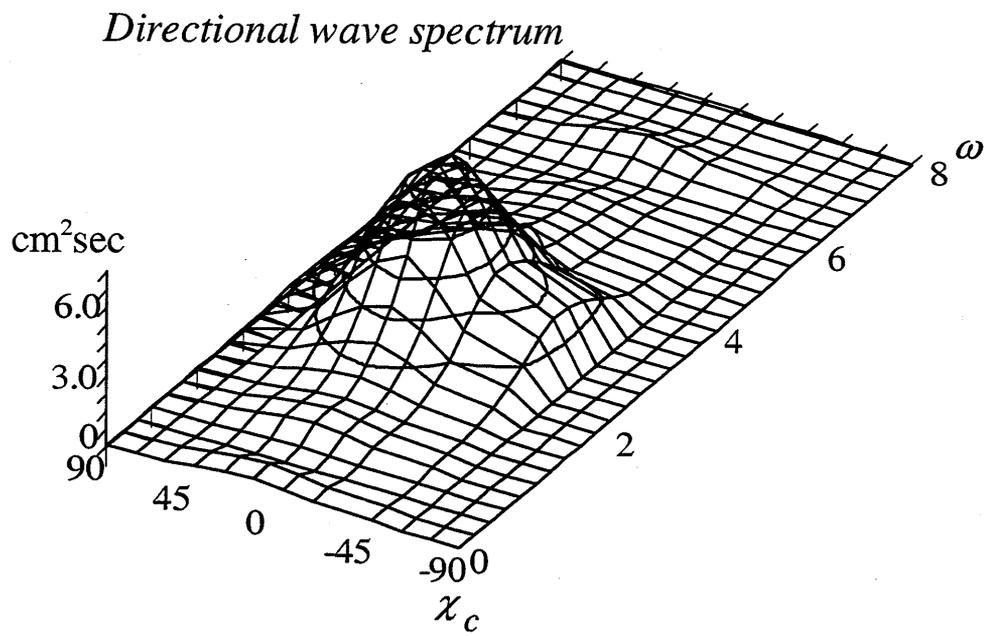
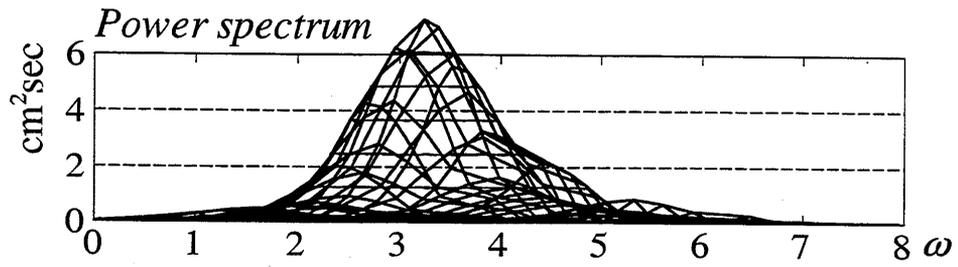


Fig.5.30 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [K]
($V=1.26\text{m/s}$, $\chi_0=30^\circ$)

5.4 船体運動の計測値からの方向波スペクトルの推定

出合い周波数で計測された波変位から方向波スペクトルの推定を行い、その推定値と計測値とを比較したところ、両者は良く一致する結果が得られた。また、数値シミュレーションによる推定結果から、本推定法の推定精度の確認ができた。そこで、ここでは船体運動の計測値から方向波スペクトルの推定を行う。

5.4.1 方向波スペクトルの推定法

方向波スペクトルの推定法には、5.2.2 で示した方向波スペクトルを方向分布関数 $D(\chi_c)$ と周波数スペクトル $S_w(\omega)$ とに分け、非線形計画法を用いてその推定を行う方法を用いている。

また、5.1.1 で生じた計測状態毎における分散値の差異を改善するために、方向分布関数の推定値には位相差を変えて計測した時系列それぞれを用いて推定した方向分布関数を平均化したものとし、一次元波スペクトルの推定値には、方向分布関数の推定値を用いて、計測した時系列それぞれから推定した値を平均化したものとした。

1) 方向分布関数の推定

非線形計画法における設計変数は方向分布関数の値 $\tilde{D}(\chi_c)$ を用いる。ここで、方向分布関数は周波数に依存しないと仮定しているため、Fig.2.4 に示した領域 I のみを用いて周波数応答関数の波周波数から出合い周波数への周波数変換を行っている。

目的関数 F は、推定したクロススペクトル $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ と計測した時系列から得られるクロススペクトル $S_{mn}(\omega_e)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega_e=0.0}^{\omega_{ec}} \{S_{mn}(\omega_e) - \tilde{S}_{mn}(\omega_e)\}^2 \quad (5.21)$$

を用い、クロススペクトルの推定には (2.8) 式を出合い周波数におけるものを書き換えた (5.22) 式を用いている。

$$\tilde{S}_{mn}(\omega_e) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H(\omega_e, \chi_c) \cdot \tilde{D}(\chi_c) \cdot S_w(\omega_e) d\chi_c \quad (5.22)$$

また、等号・不等号制約条件には、(5.23) 式を用いている。

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tilde{D}(\chi_c) d\chi_c = 1.0$$

$$0.0 \leq \tilde{D}(\chi_c)$$
(5.23)

2) 周波数スペクトルの推定

推定した方向分布関数 $\tilde{D}(\chi_c)$ を用いて周波数スペクトルの推定を行う。設計変数は任意の波周波数における周波数スペクトルの値 $\tilde{S}_w(\omega)$ である。この $\tilde{S}_w(\omega)$ を 4.2.2 で示したエネルギー集中を補正する係数 α を導入した (4.6) 式を用いて波周波数から出会い周波数における $\tilde{S}_w(\omega_e)$ へ変換し、クロススペクトル $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ を

$$\tilde{S}_{mn}(\omega_e) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H(\omega_e, \chi_c) \cdot \tilde{D}(\chi_c) \cdot \tilde{S}_w(\omega_e) d\chi$$
(5.24)

を用いて推定する。

また、目的関数 F には $\tilde{S}_{mn}(\omega_e)$ と計測した時系列から得られる $S_{mn}(\omega_e)$ との差の自乗和、

$$F = \sum_{\omega_e=0.0}^{\omega_{ec}} \{S_{mn}(\omega_e) - \tilde{S}_{mn}(\omega_e)\}^2$$
(5.25)

とし、等号・不等号制約条件には、(5.26) 式を用いる。

$$\int S_w(\omega_e) d\omega_e = \int \tilde{S}_w(\omega) d\omega$$

$$0.0 \leq \tilde{S}_w(\omega)$$
(5.26)

5.4.2 水槽試験

水槽試験は水産庁水産工学研究所海洋工学総合実験棟角水槽において行い、模型船には巻き網漁船を用いた。模型船の船体主要目を Table 5.5 に示す。船速は $Fn=0.15$ ($V=0.714\text{m/s}$) 及び $Fn=0.26$ ($V=1.26\text{m/s}$) であり、出会い角は 30° の追波状態である。また、計測項目は、船の上下揺、縦揺と、Fig.5.31 に示す船首、船尾、及び船体中央部での上下方向加速

度である。水槽試験に用いた波は、*JONSWAP* 型の波スペクトルを持つ短波頂不規則波であり、有義波高 5.0cm, 平均波周期 1.2 秒, 方向分布関数は \cos^4 型である。

ここでも 5.1.2 での水槽試験と同様に、不規則波の位相差を変化させて数回計測を行い、それらを用いて解析を行っている。 $F_n=0.26$ の状態において計測された船体運動の時系列と、出会い周波数でのスペクトルの一例を Fig.5.32 に示す。

また、 $F_n=0.26$ での上下揺、縦揺及び上下方向加速度の規則波中での振幅を Fig.5.33, Fig.5.34, 及び Fig.5.35 に示す。縦軸はそれぞれの振幅の無次元量を、横軸は波周波数を表している。図中、実線はストリップ法による計算結果であり、●印は規則波中における実験結果である。

Table 5.5 Principal dimensions of fishing model

L_{pp} [m]	2.300
B_m [m]	0.540
d_m [m]	0.203
Disp. [N]	13.86
κ [% L_{pp}]	0.280

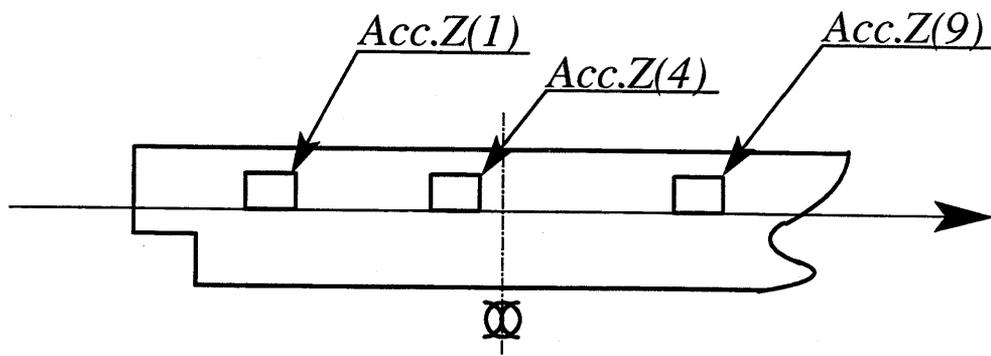


Fig.5.31 Locations of accelerometers

Measured Time Series and Spectra

$F_n=0.26$ Heading angle = 30deg

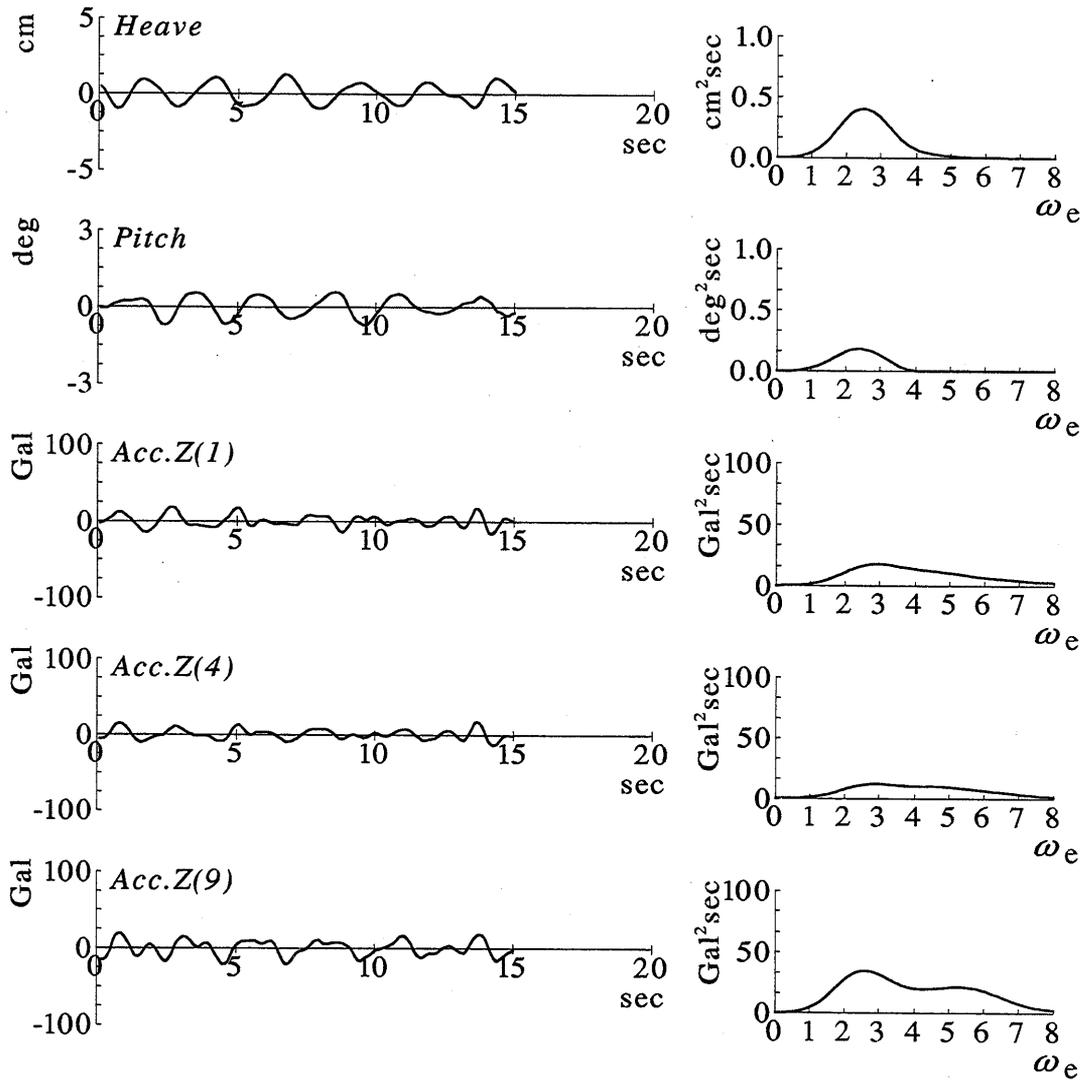


Fig.5.32 Examples of measured time series and spectra of ship responses in encounter frequency

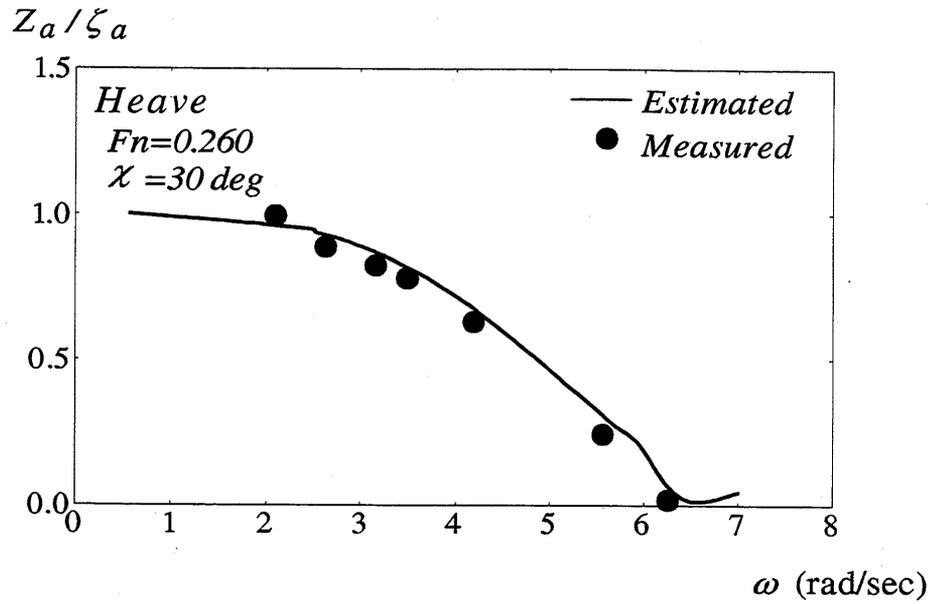


Fig.5.33 Heave motions in regular waves

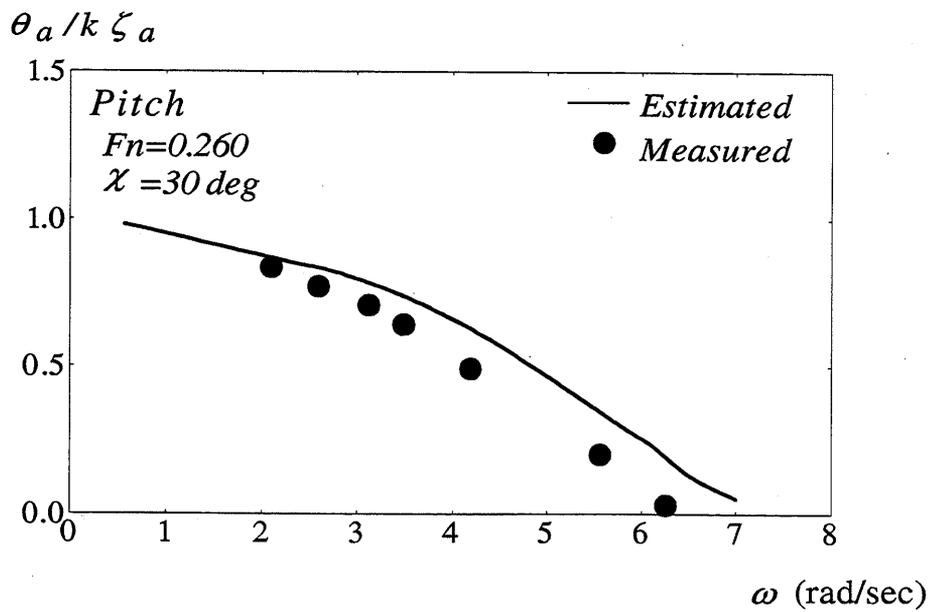


Fig.5.34 Pitch motions in regular waves

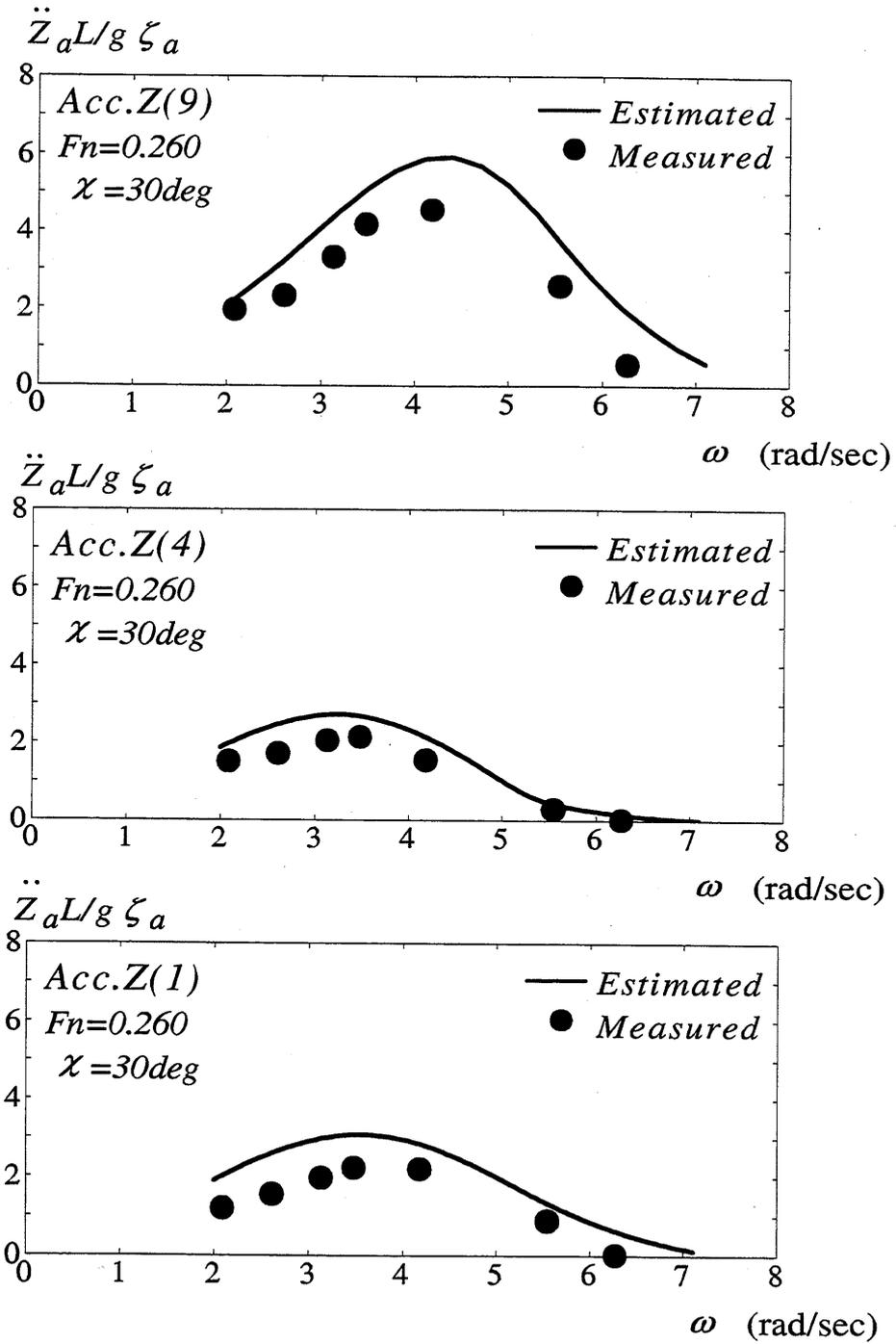


Fig.5.35 Vertical accelerations in regular waves

5.4.3 推定結果と考察

船体運動の計測値を用いて推定した方向分布関数を Fig.5.36 に、周波数スペクトルと方向波スペクトルを Fig.5.38 及び Fig.5.39 に示す。ここで、推定は補正係数 α を用いて行っている。また、推定に用いた船体運動は縦揺と 3 点で計測した上下方向加速度である。Fig.5.36 中の $Fn=0.0$ 及び Fig.5.37 の推定結果は波周波数（停止状態）で計測した波変位を用いて推定した方向分布関数、周波数スペクトル及び方向波スペクトルである。

推定結果より、方向分布関数は停止状態と比較的良く一致する結果が得られた。しかしながら、方向波スペクトルを比較すると、これらの間にはやや差が見られる結果となっている。この差は、ストリップ法における船体運動の計算結果と計測結果との差を反映したものであると考えられる。

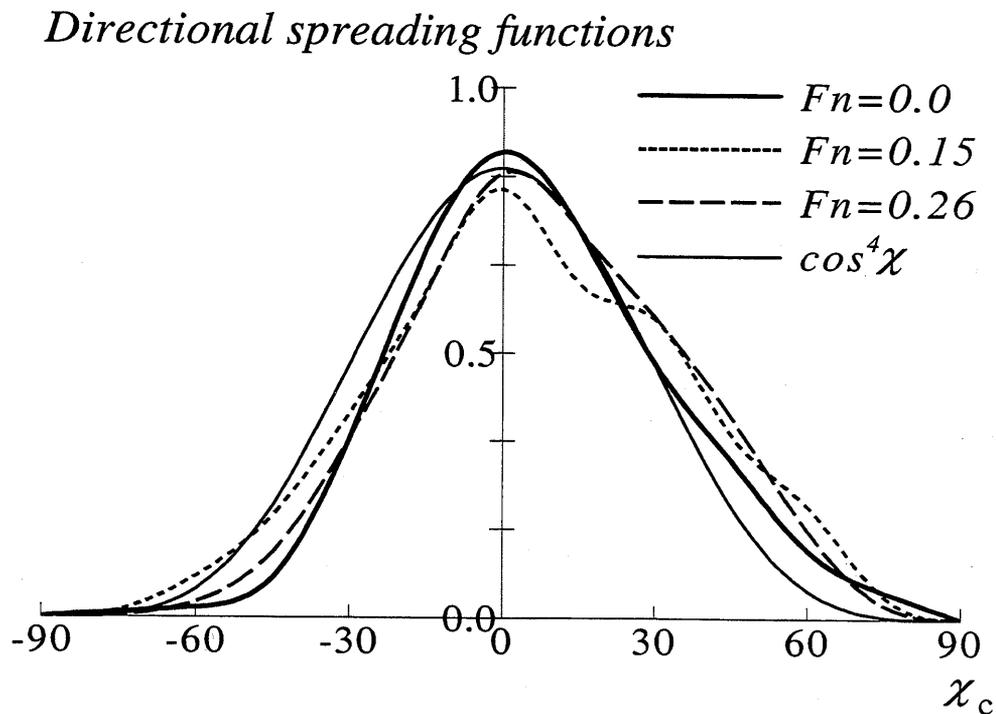


Fig.5.36 Estimated directional spreading functions from measured ship responses in model test

$Fn=0.0$

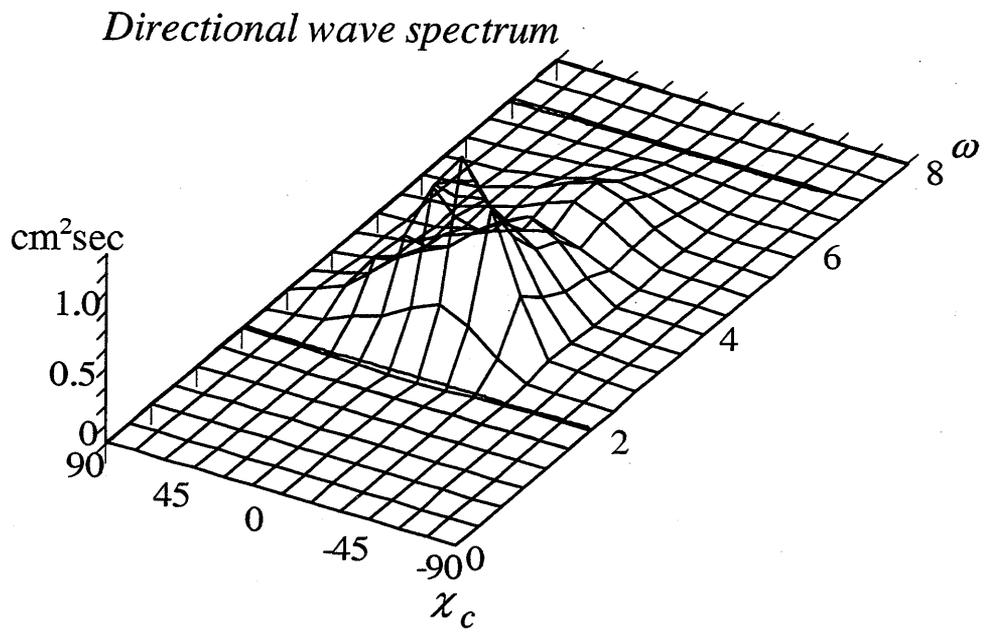
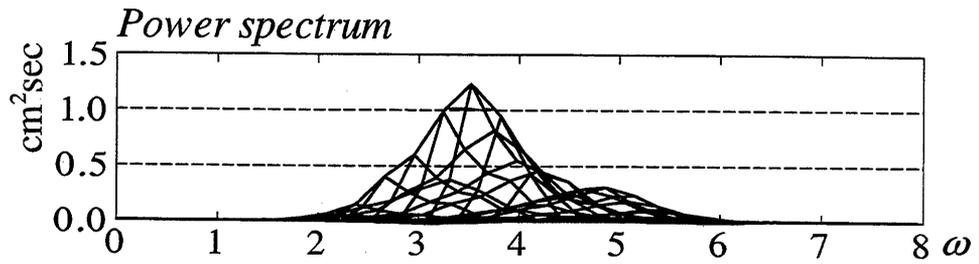


Fig.5.37 Estimated power spectrum and directional wave spectrum in condition [D]
($Fn=0.0, \chi_0=0^\circ$)

$F_n=0.15$

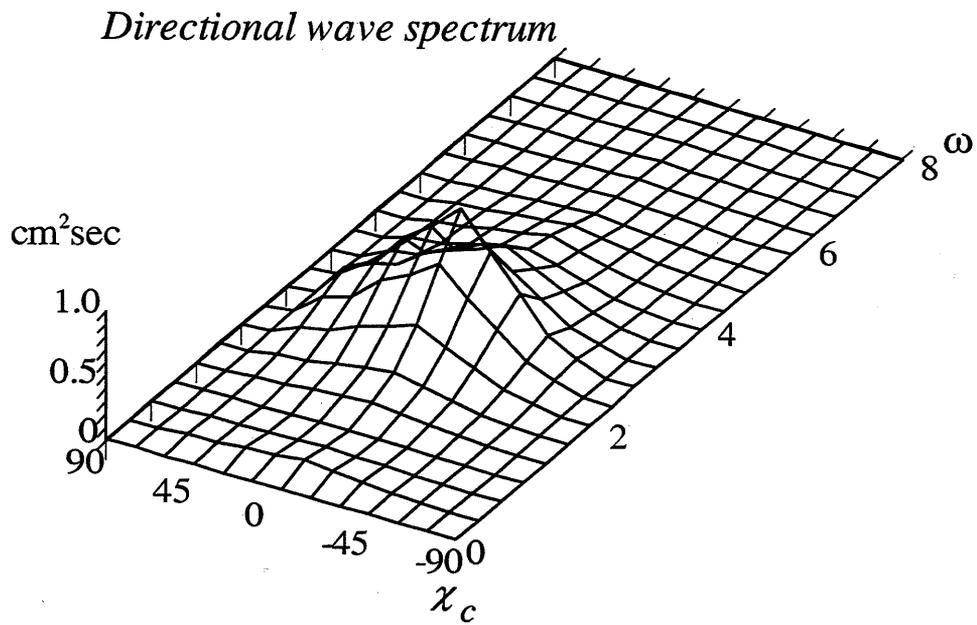
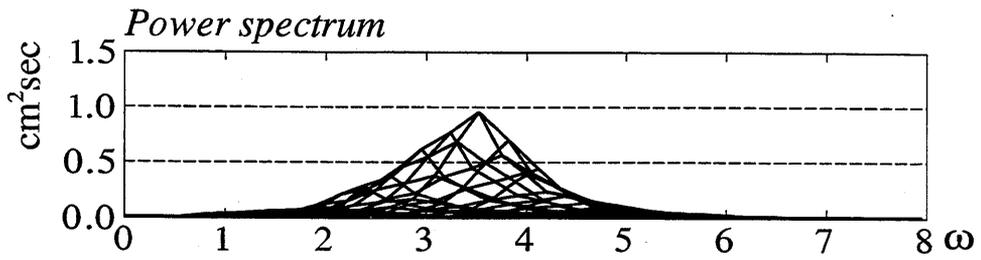


Fig.5.38 Estimated power spectrum and directional wave spectrum ($F_n=0.15, \chi_0=30^\circ$)

$Fn=0.26$

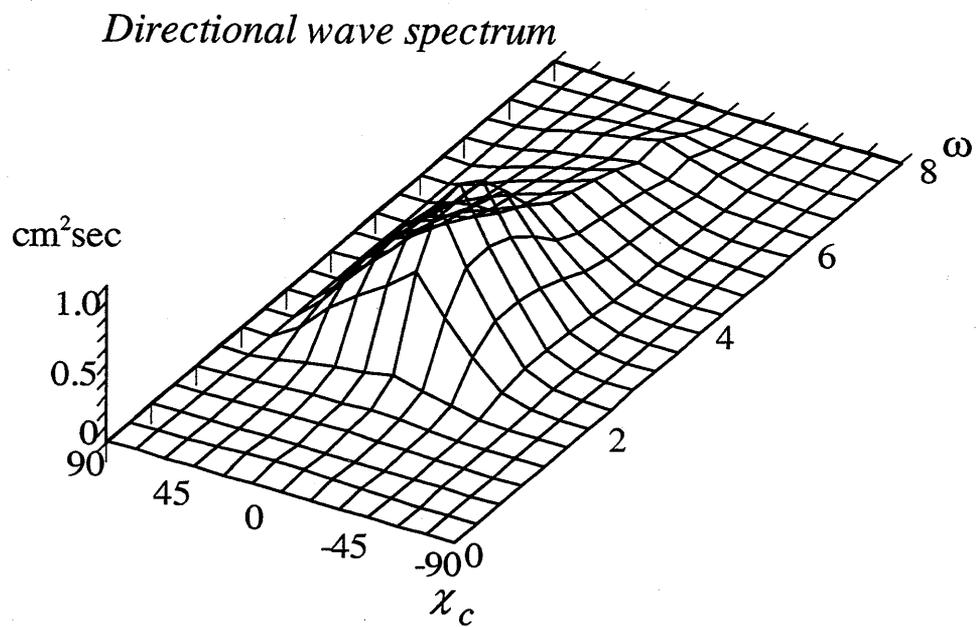
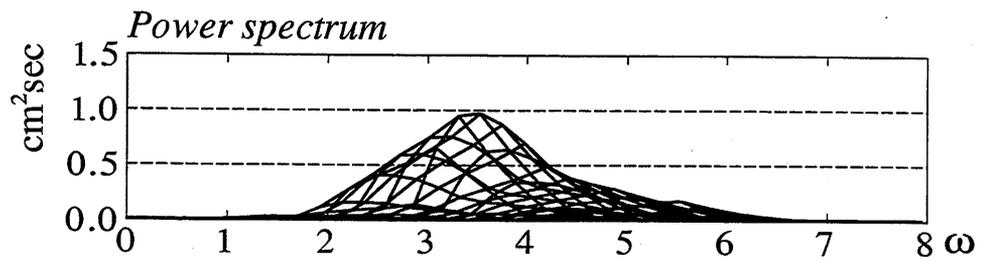


Fig.5.39 Estimated power spectrum and directional wave spectrum ($Fn=0.26, \chi_0=30^\circ$)

5.5 考察

方向波スペクトルを方向分布関数 $D(\chi_0)$ と周波数スペクトル $S_w(\omega)$ とに分け、非線形計画法による推定法を提案し、

- 1) 波変位の計測値を用いた場合
- 2) 数値シミュレーションにより求めた波変位を用いた場合
- 3) 船体運動の計測値を用いた場合

により、その有用性及び推定精度の検討を行った。

その結果、

- 1) 水槽試験で計測した出会い周波数での波変位の値を用いた推定において、低速の場合では、方向分布関数については停止状態[A]と状態[B], [C]とは良く一致する結果が得られた。しかし、周波数スペクトル及び方向波スペクトルについては計測状態毎の差が大きい結果となった。この原因として、計測した波変位の分散値が状態毎に大きく異なっていることが考えられる。

そこで、各計測状態につき数回、造波の位相差を変えて計測を行ったところ、先に見られた分散値の差を改善することができ、周波数スペクトル及び方向波スペクトルについても停止状態と良く一致する結果が得られた。

- 2) 高速の場合では、方向分布関数については良く一致したが、周波数スペクトルについては、その推定の際に用いる周波数変換時にエネルギー集中が起きるために、停止状態で推定したものとの間に差が見られた。

しかしながら、エネルギー集中を補正するための係数 α を用いて推定を行ったところ、その差を改善することができ、補正係数の有用性を確認することができた。

- 3) また、数値シミュレーションにより得られた出会い周波数での波変位の値を用いた場合では、推定に用いる計測値の波数が十分に得られている場合では、方向分布関数、周波数スペクトル及び方向波スペクトルは各状態で良く一致する結果が得られた。し

かし、波数が十分に得られていない場合では、分散値が異なることから、周波数スペクトル及び方向波スペクトルで状態毎に差が見られた。従って、水槽試験においては十分に考慮する必要があると考える。

- 4) 船体運動を用いた場合では、方向分布関数については、各状態で良く一致したが、周波数スペクトル及び方向波スペクトルについては、船体運動の計算結果と計測結果との間にやや差が見られたため、停止状態との間に差が見られた。

しかしながら、本推定法により、船体運動から方向波スペクトルを推定することが可能であり、また、その推定精度も実用上は問題がないものと考えられる。

そこで、次章では実船計測値を用いて推定を行う。

第 6 章

実船計測値を用いた波スペクトル と波浪情報の推定

ここでは、前章までに示した一次元波スペクトル及び方向波スペクトルの推定法を、実船試験により得られた計測値に適用し、それらの推定を行っている。また、波浪情報として有義波高及び平均波周期を考え、推定した波スペクトルから得られる値を、目視観測値や波浪推算値と比較することにより、波スペクトルの推定法の有用性を検討している。

6.1 実船試験

ここで用いている実船計測値は、(社)日本造船研究会第 217 研究部会 (SR217) のプロジェクトとして行われた実船試験のうち、1994 年に実施された第 7 次航海の計測値で、航路は日本～米国の往復航路である。供試船はコンテナ船で、その主要目を Table 6.1 に、また船体形状及び各計測点を Fig.6.1 に示す。計測された上下方向加速度の時系列から得られるスペクトルの一例を Fig.6.2 に示す。

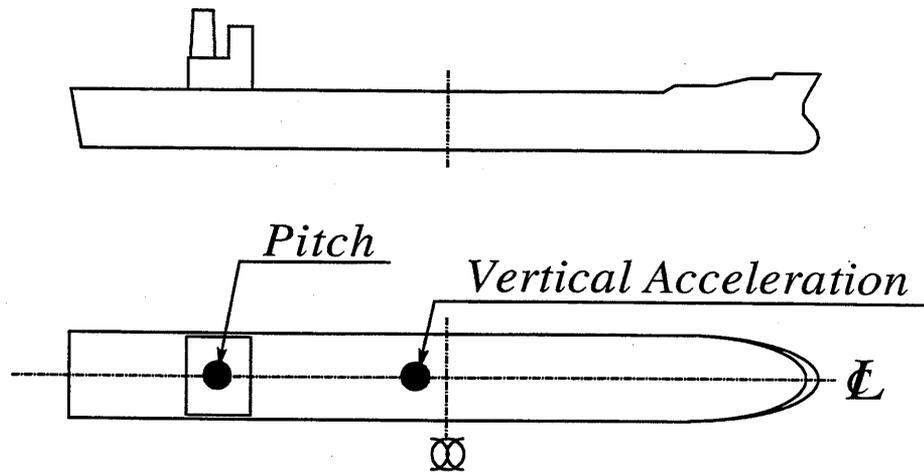


Fig.6.1 Ship form and locations of instruments

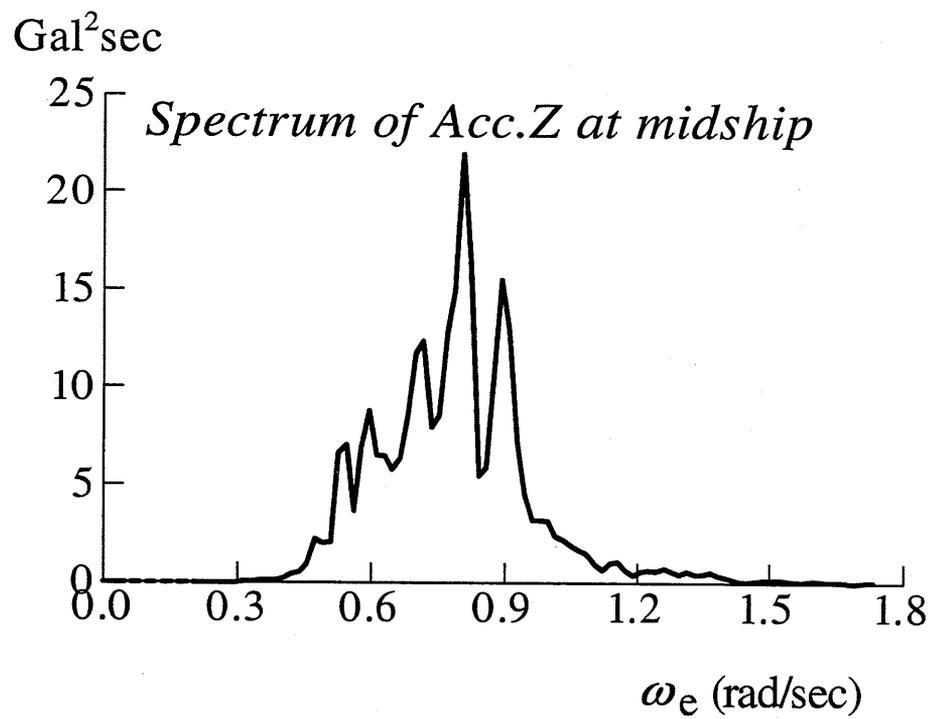


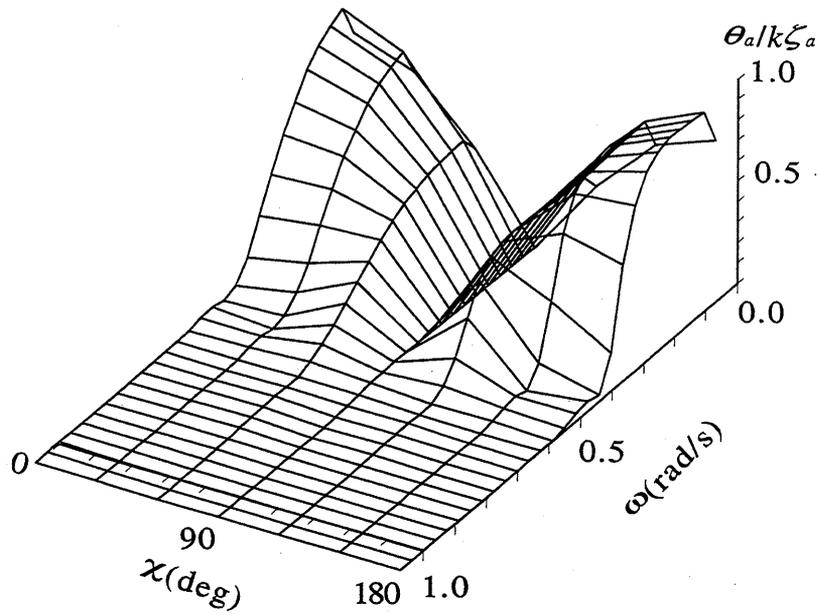
Fig.6.2 Example of spectrum of vertical acceleration at midship obtained from measured time series

Table 6.1 Principal dimensions of container ship

L_{OA}	275.5	m
L_{PP}	261.0	m
B_{MLD}	32.2	m
D_{MLD}	21.2	m
$d_{MLD}(\text{designed})$	11.2	m
displacement	59,000	DWT

また, Fig.6.3 に縦揺, 上下方向加速度 (船体中央部) の規則波中での振幅を示す。縦軸はそれぞれの無次元量を表し, 横軸は波周波数を表している。縦揺に関しては, 横波状態 ($\chi = 90^\circ$) でほぼ 0 となり指向性が強く, 横波状態において (2.14) 式の計算に問題が生じる。一方, 上下方向加速度では, 指向性があまり見られず, 出合い角によらずに均一な波スペクトルを推定できると予想される。従って, 一次元波スペクトル及び周波数スペクトルの推定には上下方向加速度のみを用いた。

Amplitude for Pitch



Amplitude for Acc.Z

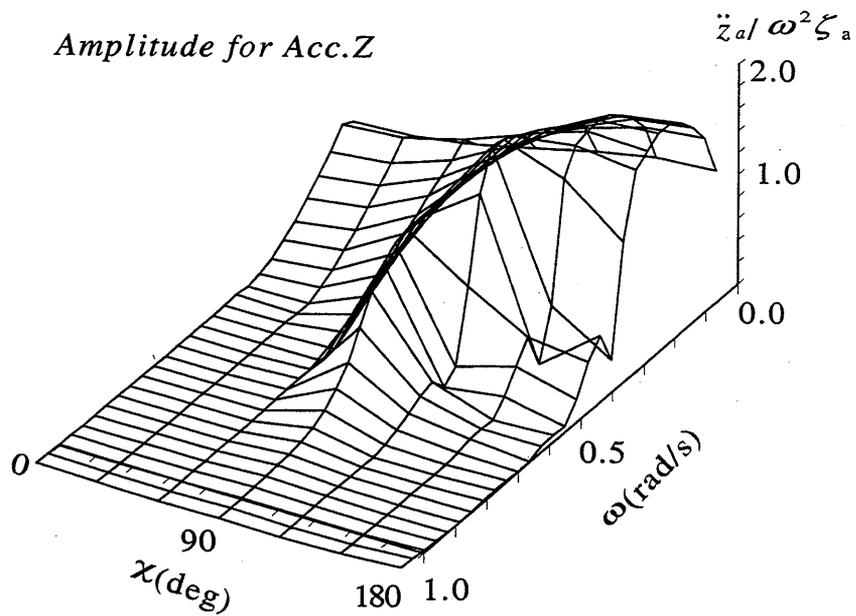


Fig.6.3 Pitch motions and vertical accelerations at midship in regular waves

6.2 一次元波スペクトルと波浪情報の推定

ここでは、実船計測値を用いて一次元波スペクトルを推定し、それから得られる平均波周期及び有義波高を目視観測値及び波浪推算値と比較し、推定法の有用性を検討している。

6.2.1 一次元波スペクトルの推定法

一次元波スペクトルの推定法として、

- 1) 線形重ね合わせ法のみを用いた推定法
- 2) 非線形計画法を用いた推定法

の2つの方法を用いている。ここで、波の主方向については目視観測による観測値を用いている。

(1) 線形重ね合わせ法のみを用いた推定法

線形重ね合わせ法のみを用いた推定法では、(2.7)式を用い、波の方向分布を \cos^4 型とし、(6.1)式を用いて推定を行っている。

$$S_w(\omega) = S_x(\omega) / \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A_x(\omega, \chi_0 + \chi_c)]^2 \frac{8}{3\pi} \cos^4 \chi_c d\chi_c \quad (6.1)$$

また、出会い周波数における船体運動スペクトルから波周波数への周波数変換は、Fig.4.1に示した変換領域を用いて変換を行っている。

(2) 非線形計画法を用いた推定法

非線形計画法を用いた推定法は、4.3で示した任意の一次元波スペクトル形状を用いた推定法により、波浪情報の推定を行っている。

6.2.2 推定結果及び考察

Fig.6.4 に線形重ね合わせ法のみによる推定法、及び任意の一次元波スペクトルを用いた非線形計画法による推定法により推定した波スペクトルの一例を示す。線形重ね合わせ法のみによる推定法では出会い角が斜め追波中 ($|\chi| \leq 45^\circ$) において、波スペクトルの推定が困難となっていることがわかる。しかしながら、非線形計画法を用いることにより斜め追波中における波スペクトルの推定がほぼ可能となっていることが分かる。

また、推定した一次元波スペクトルから得られた平均波周期、有義波高の結果を Fig.6.5 に示す。

ここで、比較対象として、目視観測値 (図中 Logbook) 及び SR217 で検討された波浪推算値 (図中 SMB method) を用いている (以下これらを観測値とする)。それぞれの波周期と波高には (6.2), (6.3) 式で求められる合成周期 T_c と波高 H_t を用いている。

$$T_c = \frac{T_{sea} \cdot T_{swell} \cdot (H_{sea}^2 + H_{swell}^2)}{T_{sea} \cdot H_{swell}^2 + T_{swell} \cdot H_{sea}^2} \quad (6.2)$$

$$H_t = \sqrt{H_{sea}^2 + H_{swell}^2} \quad (6.3)$$

ただし、 T_{sea} 及び H_{sea} は風浪の周期及び波高であり、 T_{swell} 及び H_{swell} はうねりの周期及び波高である。

Fig.6.5 から線形重ね合わせ法を用いて推定した一次元波スペクトルにおける平均波周期と有義波高の値と観測値との間に差が見られるが、非線形計画法を用いて推定した一次元波スペクトルから得られる平均波周期及び有義波高と観測値との差は線形重ね合わせ法に比べ、両者とも小さくなっており、本推定法の有用性が確認できた。

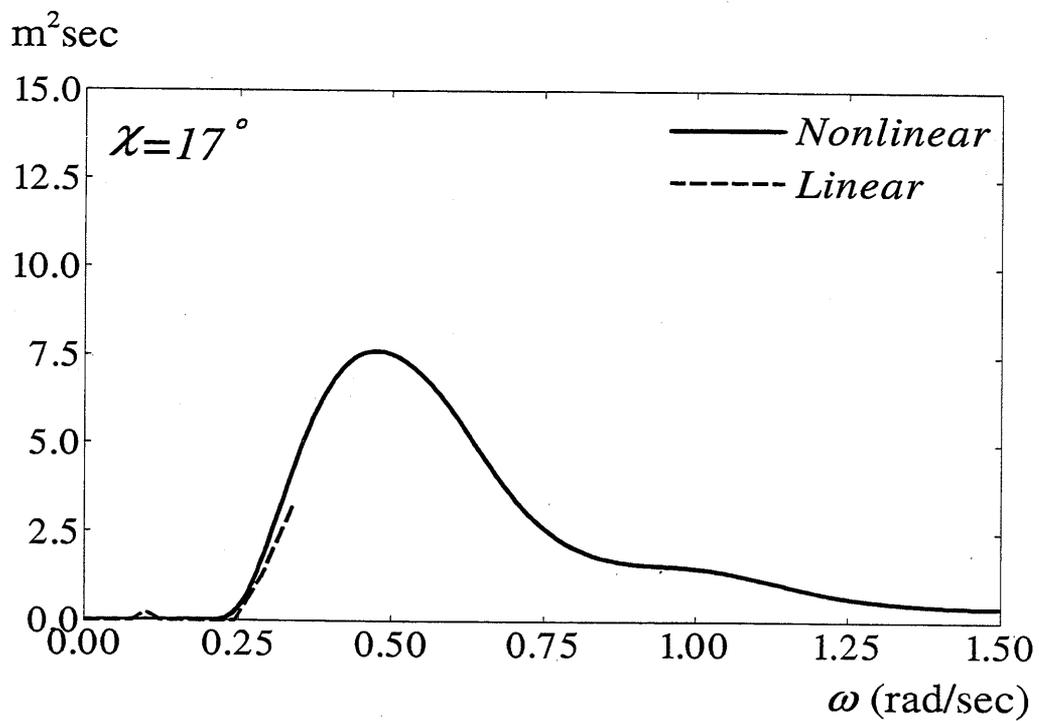
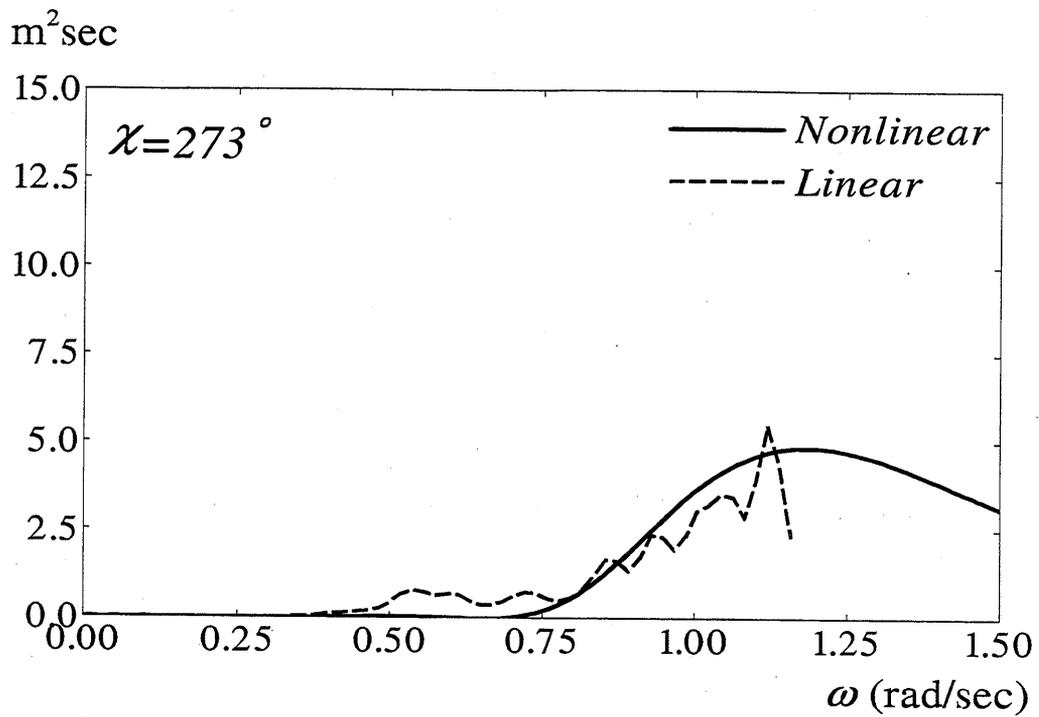


Fig.6.4 Example of wave spectra estimated by two different methods

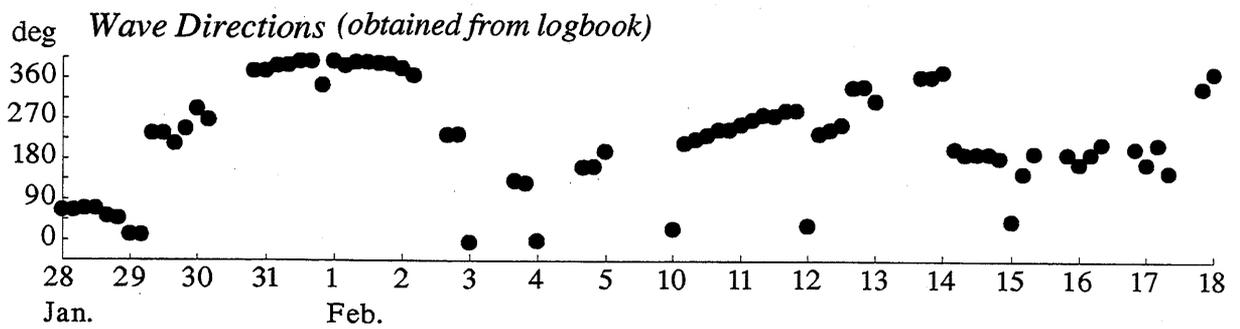
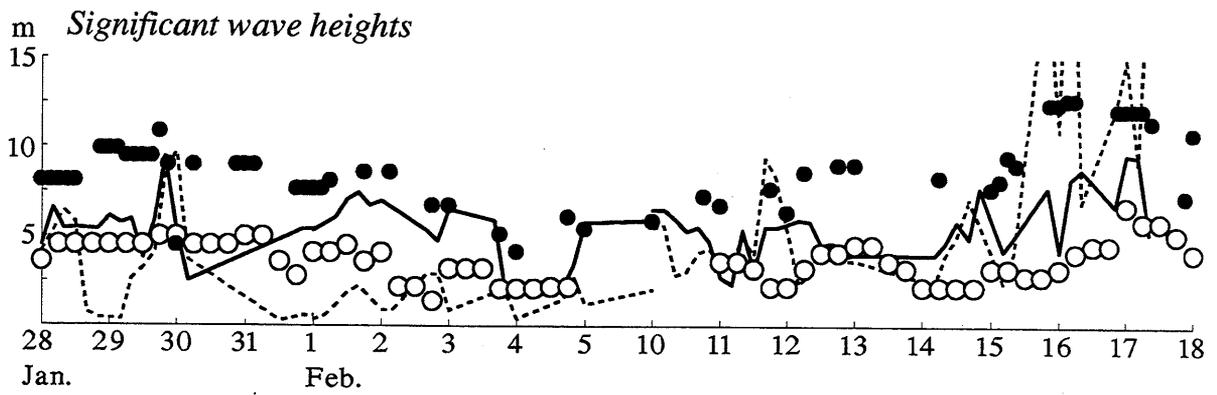
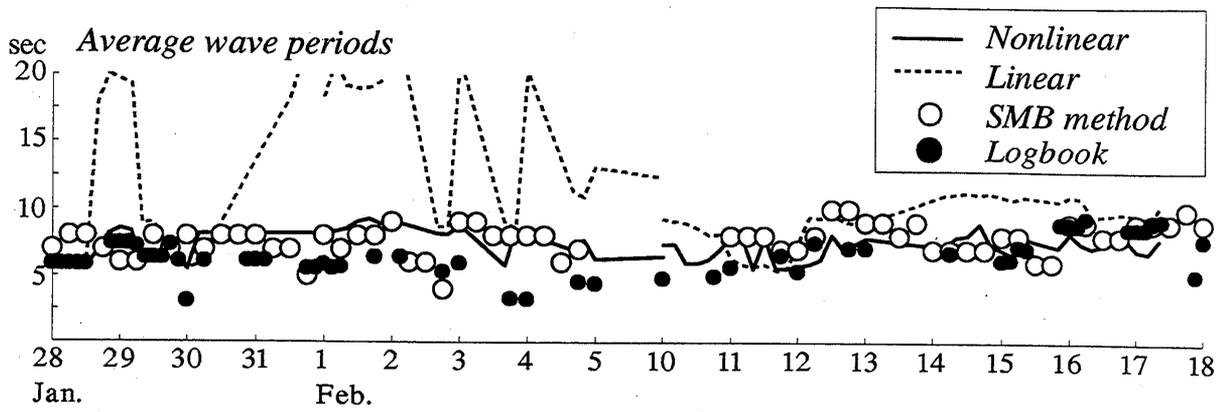


Fig.6.5 Average wave periods and significant wave heights obtained from wave spectra which are estimated by two different methods

6.3 方向波スペクトルの推定

次に、前章において検討した非線形計画法を用いた方向波スペクトルの推定法を実船計測値に適用し、その有用性を検討する。

6.3.1 方向波スペクトルの推定法及び船体運動の計測値

推定法は 5.3 で示したものと同様である。また、推定に用いる船体運動の計測値は、縦揺、船体中央部及び船首部の上下方向加速度である。

推定に用いた船体運動の計測値の時系列及びスペクトルを Fig.6.6 及び Fig.6.7 に示す。

Jan. 29, 1994 20:00-20:30

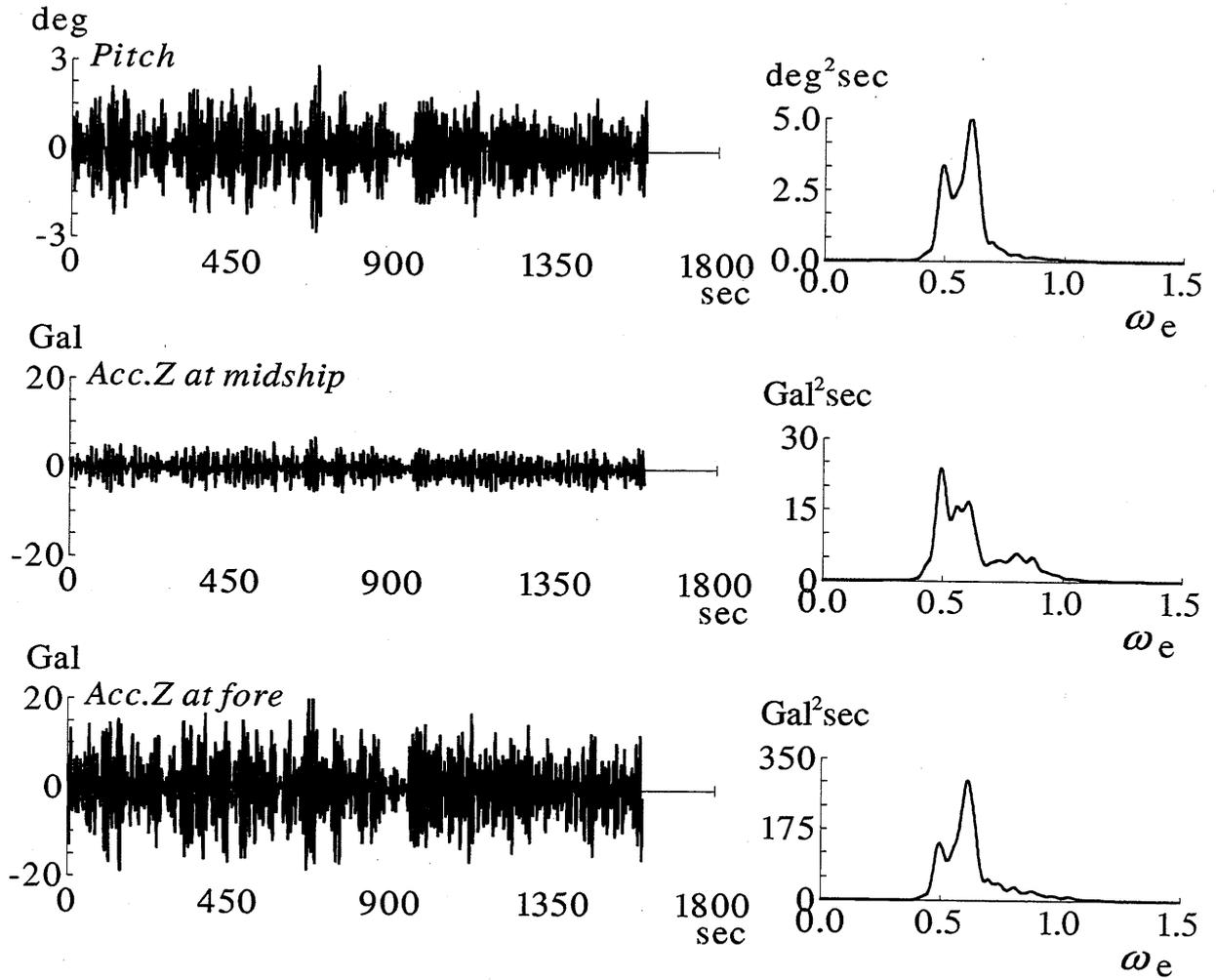


Fig.6.6 Measured time series and spectra of ship responses obtained from full scale measurements for estimate directional wave spectrum (Jan.29,1994 20:00-20:30)

Feb. 12, 1994 16:00-16:30

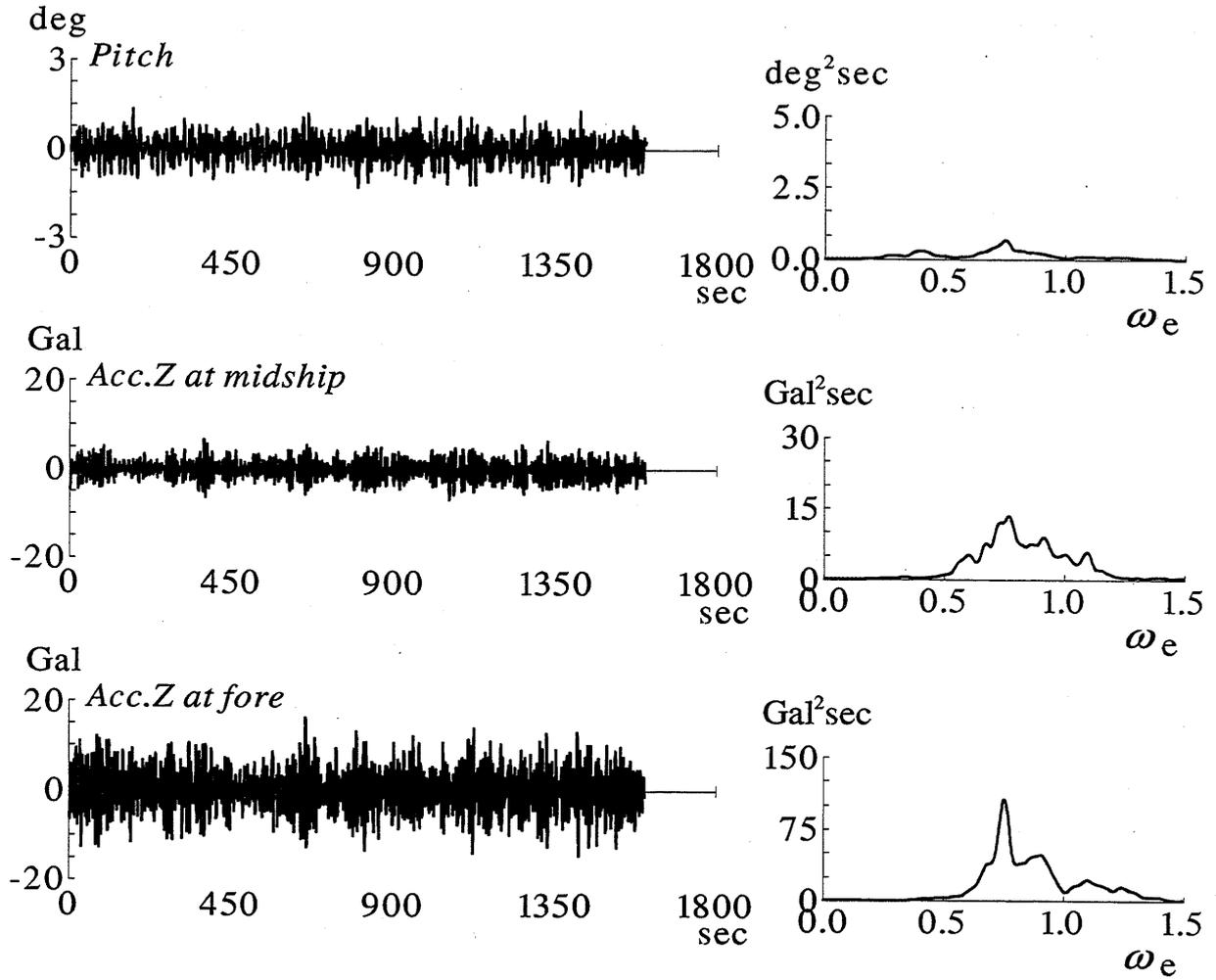


Fig.6.7 Measured time series and spectra of ship responses obtained from full scale measurements for estimate directional wave spectrum (Feb.12,1994 16:00-16:30)

6.3.2 推定結果及び考察

本計測値を用いて推定した方向分布関数を Fig.6.8 に、また周波数スペクトル及び方向波スペクトルの推定値を Fig.6.9, Fig.6.10 にそれぞれ示す。

Table 6.2 に推定した方向波スペクトルから得られる波の主方向、有義波高及び平均波周期を目視観測及び波浪推算による値との比較を示す。波の主方向に関しては、推定に縦揺、上下方向加速度を用いていることから、右舷側の波か、左舷側の波かを判別することができない。従って、Table 6.2 の Jan.29,1994 20:00-20:30 における船体運動の計測値を用いた推定結果では、160deg もしくは 200deg（向波状態）が推定値となり、Feb.12,1994 16:00-16:30 では 30deg もしくは 330deg（追波状態）が推定値となる。

推定結果より、波の主方向については推定値と目視観測値及び波浪推算値と良く一致していることが分かる。また、有義波高及び平均波周期の推定値と目視観測値の間に差が見られるが、波浪推算値とは良く一致している。

Table 6.2 Comparison wave direction, significant wave height and mean wave period between estimated, Logbook and SMB method

Date	Item	Estimated	Logbook	SMB method
Jan.29,1994 20:00-20:30	Wave direction [deg]	160 or 200	210	200
	Head sea condition			
	Significant wave height [m]	5.17	10.0	5.6
	Mean wave period [sec]	9.13	6.0	8.0
Feb.12,1994 16:00-16:30	Wave direction [deg]	30 or 330	330	320
	Following sea condition			
	Significant wave height [m]	4.88	9.0	4.1
	Mean wave period [sec]	8.57	7.0	10.0

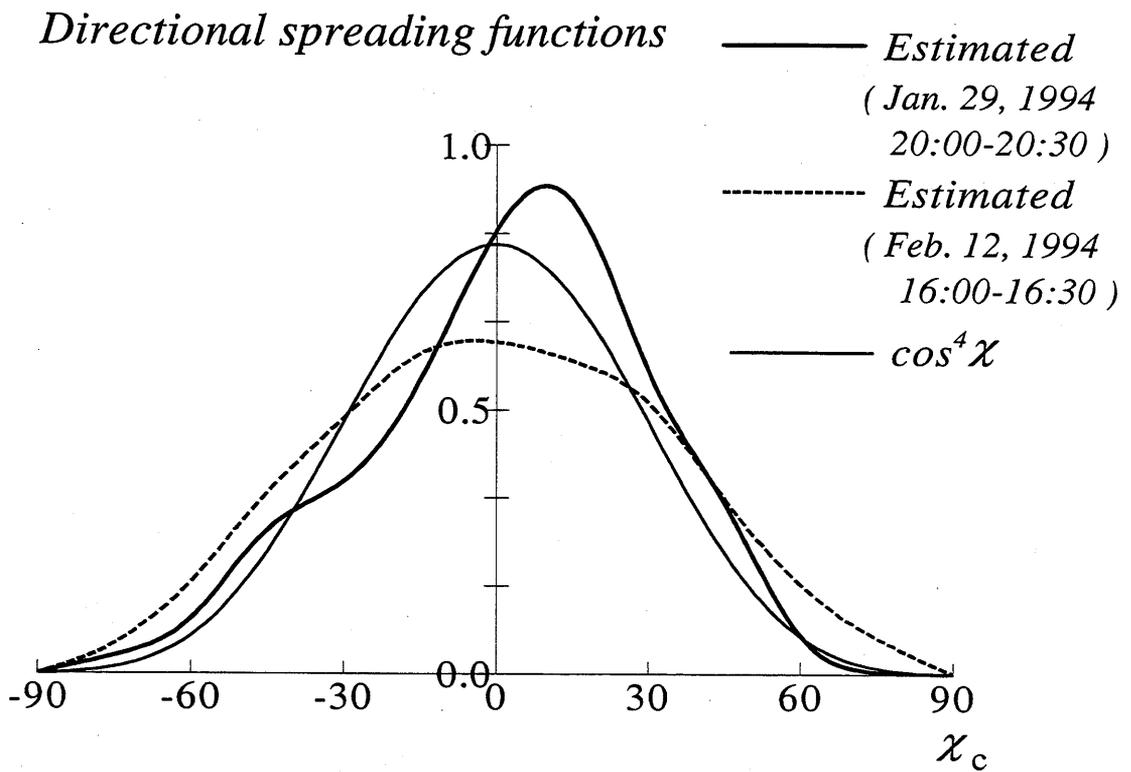


Fig.6.8 Estimated directional spreading functions from full scale measurement

Jan. 29, 1994 20:00 - 20:30

$\chi=160$ or 200 deg $H_{1/3}=5.17$ m $T_{mean}=9.13$ sec
(Head sea condition)

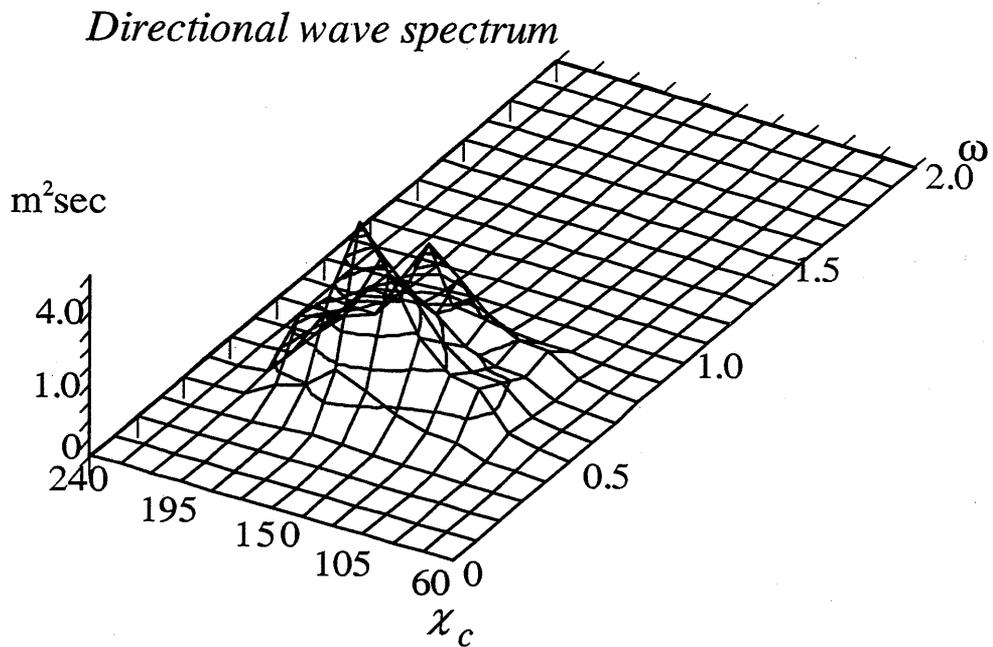
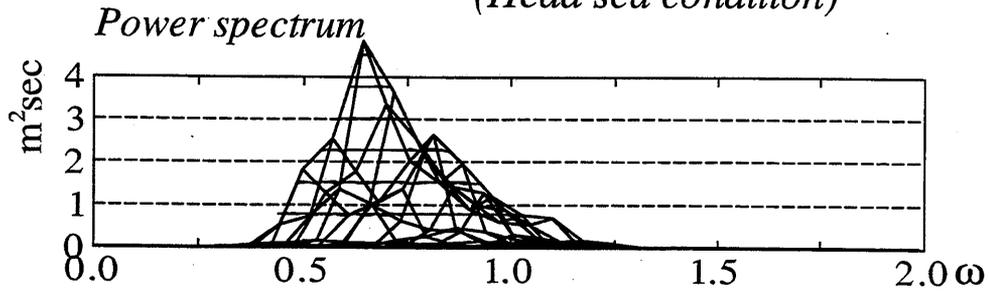
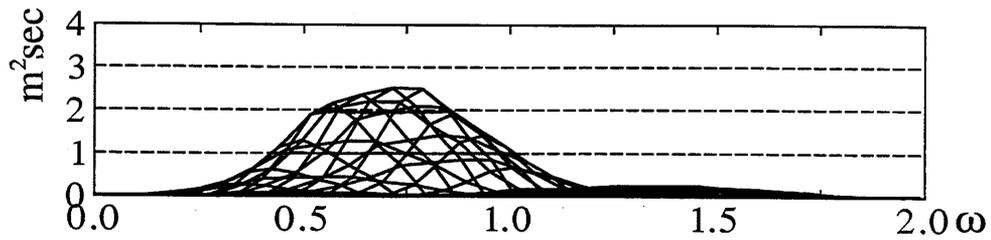


Fig.6.9 Estimated power spectrum and directional wave spectrum from full scale measurement (Jan.29,1994 20:00-20:30)

Feb. 12, 1994 16:00 - 16:30

$\chi=30$ or 330 deg $H_{1/3}=4.88m$ $T_{mean}=8.57sec$
(Following sea condition)

Power spectrum



Directional wave spectrum

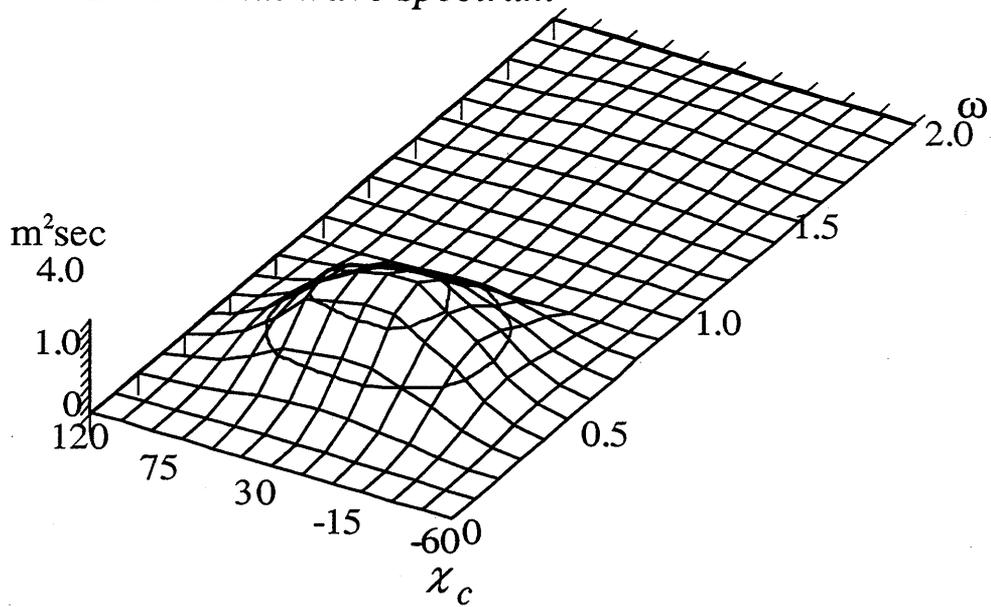


Fig.6.10 Estimated power spectrum and directional wave spectrum from full scale measurement (Feb.12,1994 16:00-16:30)

第 7 章

結 言

本研究では、波浪中を航走する船体運動を用いた一次元波スペクトル及び方向波スペクトルの推定法を提案し、その有用性を検討することが目的である。

そこで、まず一次元波スペクトルの推定法について検討を行った。特に、追波中で計測された船体運動を用いて一次元波スペクトルを推定する場合には、計測した出会い周波数における船体運動スペクトルを波周波数へ変換する際に、その対応が一对一とはならず、三価関数の問題が生じる。この問題の解決策として、周波数の変換領域を制限する方法があるが、この方法を高速船に適用した場合に、一部の出会い周波数におけるスペクトルしか波周波数へ変換されない場合があり、推定した一次元波スペクトルが一部の波周波数領域にしか存在しない問題が生じる。そこで、この問題を解決するために、波周波数での一次元波スペクトルを設計変数とし、出会い周波数における推定した船体運動スペクトルと計測値との差を目的関数とし、その差が最小となるような波周波数での波スペクトルを非線形計画法を用いて推定する方法を提案し、その有用性を検討した。さらに、波周波数から出会い周波数へスペクトルを変換した際に、ある出会い周波数領域に変換したスペクトルのエネルギーが集中する問題について、このエネルギー集中を補正する係数を導入し、その有用性についても検討を行った。

次に、方向波スペクトルの推定法について検討を行った。この場合においても、周波数変換が問題となるため、一次元波スペクトルで検討した解決方法を適用し、その有用性をも検討している。また、水槽試験においては、その大きさが有限であることや追波中で試験を行うことから解析に十分な計測値を得ることが困難となる。そこで、数値シミュレーションによって無限の大きさを持つ水槽を仮定し、解析に十分な追波中での波変位を計算により求め、それを用いて方向波スペクトルの推定精度についても考察を行った。

さらに、一次元波スペクトル及び方向波スペクトルの推定法を実船計測値に適用し、推定した波スペクトルから得られる推定値を目視観測値や波浪推算値と比較することにより、本推定法の有用性の検討を行った。

本研究の結果、以下の知見を得ることができた。

1) 一次元波スペクトルの推定法として、1) 線形重ね合わせ法のみによる推定法、2) PM型スペクトルを用いた推定法、3) 任意の一次元波スペクトル形状を用いた推定法、について、それぞれ水槽試験により得られた計測値と推定値とを比較し、その有用性の検討を行った。その結果、

- (1) 船速が低速の場合、すなわち、計測したスペクトルが $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域に存在している場合では、上述のどの方法を用いても波スペクトルの推定値と計測値とはよく一致する結果が得られた。
- (2) 船速が高速の場合、すなわち、計測したスペクトルが $\omega_e > \omega_{ec}$ の領域にも存在している場合では、周波数変換時にエネルギー集中が起きるために、上述のどの方法を用いても波スペクトルの推定値と計測値との間に差が見られる結果が得られた。
- (3) エネルギー集中を補正する係数を導入した場合、波スペクトルの推定値と計測値との差を改善することができた。

従って、エネルギー集中を考慮することのできる出会い周波数における推定法は有用であることが確認できた。

2) 方向波スペクトルの推定法について、水槽試験において、曳引車の速度が低速の場合と高速の場合について、得られた波変位の計測値から方向波スペクトルの推定を行い、以下の結論が得られた。

- (1) 低速の場合では、計測した波スペクトルの成分が $\omega_e \leq \omega_{ec}$ の領域 I のみに存在していたため、これを変換領域を用いて出会い周波数から波周波数へ変換したものを周波数スペクトルの推定値とし、方向分布関数の値のみを設計変数として、非線形計画法を用いた方向波スペクトルの推定法について検討を行った。

また、高速の場合では、方向分布関数及び周波数スペクトルの値を設計変数として推定する方法について検討を行った。

- (2) 水産庁水産工学研究所海洋工学総合実験棟角水槽で計測した波変位を用いて本推定法による解析を行ったところ、出会い波の時系列から推定された方向分布関数は停止状態のものと比較的よい対応が見られた。

しかしながら、計測した波変位の時系列から得られたスペクトルを比較したところ、試験状態によって、その分散値に大きな差が見られた。これは、水槽内における位置的特性が原因であると考えられる。そこで、各試験状態につき、不規則波の位相差を変化させて数回の計測を行い、それらを平均化したものを用いて解析を行ったところ、上述の差を改善することができた。

- (3) 高速の場合においては、周波数スペクトルの推定法で定義したエネルギー集中を補正する係数を用いた方向波スペクトルの推定法が有用であることが確認できた。
- (4) 方向波スペクトルの推定精度を確認するために、数値シミュレーションにより得られた出会い周波数での波変位を用いて推定を行った。その結果、方向分布関数、周波数スペクトル及び方向波スペクトルについて、停止状態と航走状態を比較したところ、非常に良く一致する結果が得られ、本推定法は十分な推定精度を有していることが確認できた。
- (5) 水槽試験において模型船の船体運動を計測し、その値を用いて方向波スペクトルの推定を行ったところ、停止状態と $F_n=0.15, 0.26$ とでは周波数スペクトルはやや差が見られたが、方向分布関数は良く一致する結果が得られた。

従って、本推定法により船体運動から方向波スペクトルを推定することが可能であることを確認した。

- 3) 実船計測により得られた船体運動を用いて次元波スペクトル及び方向波スペクトルの推定を行い、推定値から得られる平均波周期や有義波高などの波浪情報を、目視観測値や波浪推算値と比較し、推定法の有用性の検討を行い、以下の結論を得た。

- (1) 向波中において計測された船体運動を用いた場合、線形重ね合わせ法のみによる推定法及び非線形計画法を用いた推定法により得られた推定値は、目視観測値や波浪推算値と良く一致する結果が得られた。

- (2) 追波中においては、線形重ね合わせ法のみを用いた場合では、一次元波スペクトルが一部分しか得られず、その推定値と目視観測値や波浪推算値との間に差が見られた。
- (3) 非線形計画法を用いることにより、一次元波スペクトルを全周波数領域において推定することが可能となり、推定値と目視観測値や波浪推算値との間の差を改善することができた。
- (4) 実船計測値を用いて推定した方向波スペクトルから得られる波浪情報を、目視観測値や波浪推算値と比較したところ、波の主方向については推定値と目視観測値及び波浪推算値と良く一致した。また、有義波高及び平均波周期の推定値と目視観測値の間に差が見られたが、波浪推算値とは良く一致した。

従って、本推定法を用いて、実船試験により計測された船体運動から一次元波スペクトル及び方向波スペクトルが推定できると、実海域における有意な波浪情報が得られることを確認した。

第 8 章

謝 辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々から多大なる御指導と御助言を頂きましたことに心から感謝致します。

広島大学工学部での卒業論文から6年間の長きに亘り、広島大学大学院国際協力研究科教授 齊藤公男先生には、終始一貫した御指導と御鞭撻を賜ったことに対し、深甚の謝意を表します。時に厳しく御指導して頂き、時に穏やかに議論を重ねて頂いたことに心より感謝致します。

国際協力研究科教授 岩田光正先生、富永晃司先生、工学部教授 信川 寿先生、高木幹雄先生には、研究の面におきまして多くの御助言を賜り、心より謝意を表します。

さらに、水産工学研究所 山越康行部長をはじめ、松田秋彦様、鈴木四郎様には水産工学研究所における実験を御快諾下さり、また実験の際の御指導と御親切に、謝意を表します。また、日本大学総合科学研究所教授 高石敬史先生には有益な御助言を賜り、感謝致します。

研究室におきましては、工学部助教授 黄一先生、国際協力研究科助手 今井康隆先生には研究はもとより、色々な局面においてお世話になり感謝致します。さらに、本研究の一部を卒業論文として模型試験や数値計算をともに取り組んだ 新来島ドック 村木信博氏、修士二年 大倉康志氏にはいろいろとサポートをして頂いたことに感謝致します。また、私の唯一の研究室の先輩である(株)深田サルベージ 本田義和氏には、四年生及び修士一年時のみならずその後もいろいろとお世話になり、感謝致します。

最後に、学生生活を終えるに当たり、快く送り出して頂いた両親に感謝致します。

参考文献

- 1) Takekuma, K. and Takahashi, T. : On the Evaluation of Sea Spectra based on the Measured Ship Motions., 西部造船会々報, 第45号(1973), pp.51-57
- 2) 平山次清 : 航走中の船体運動による海洋波スペクトルのリアルタイム推定—実船試験—, 関西造船協会誌, 第198号(1985), pp.17-29
- 3) 平山次清 : 航走中の船体運動による海洋波スペクトルのリアルタイム推定(その2) —方向スペクトルの推定—, 関西造船協会誌, 第204号(1987), pp.21-27
- 4) 平山次清 他 : 方向波スペクトルのハイブリッド型船上計測法開発, 日本造船学会論文集, 第180号(1996), pp.295-309
- 5) 井関俊夫, 大津皓平, 藤野正隆 : 船体運動データからの方向波スペクトルの推定について, 日本航海学会論文集, 第86号(1992), pp.179-188
- 6) 井関俊夫 他 : 船体運動データを用いた方向波スペクトルの Bayes 推定(第2報), 日本造船学会論文集, 第176号(1994), pp.99 - 105
- 7) 吉元博文, 渡辺 巖 : 航走する船舶が遭遇する方向波スペクトルの推定法について, 日本造船学会論文集, 第176号(1994), pp.107 - 116
- 8) 小林正典他 : 船舶の耐航性に関する理論計算プログラム, 三井造船技報, 第82号, (1977)
- 9) 高石敬史, 黒井昌明 : 波浪中船体運動の実用計算, 耐航性に関するシンポジウム(第二回) 第III篇, 第二章, 日本造船学会, (1977)

- 10) 浅野誠一他：1000m³ LNG 実験船による波浪中走行実験(第1報)－波浪に関する計測と解析－，日本航海学会論文集，第138号(1975)，pp.222 - 232
- 11) 桑島 進：航走出会い波浪による波浪方向スペクトルの推定，日本航海学会論文集，第65号(1981)，pp.115-124
- 12) 川島利兵衛他：船体運動計測記録からの波予測の試み，日本航海学会論文集，第69号(1983)，pp49-57
- 13) 橋爪 豊 他：荒天下における船体運動からの波浪推定と非線形応答解析，西部造船会々報，第77号(1988)，pp.81-91
- 14) 斎藤公男，前田克弥：船体運動からの波浪情報の推定について－波スペクトル推定における非線形計画法の応用－，日本造船学会論文集，第182号(1997)，pp231-237
- 15) 斎藤公男，前田克弥：船体運動からの波浪情報の推定について(第2報)－波スペクトル推定における周波数変換の取り扱い－，日本造船学会論文集，第184号(1998)，pp163-169
- 16) 前田克弥：非線形計画法を用いた波スペクトルの推定法に関する研究，広島大学大学院国際協力研究科修士論文，(1997)
- 17) 高石敬史，渡辺健二，梅田直哉，増田光一：追波中の水槽実験における波浪条件について，関西造船協会誌，第225号(1996)，pp107-114
- 18) 梅田直哉，山越康行：側壁反射を用いて角水槽内に発生させた方向スペクトル波の位置特性，関西造船協会誌，第229号(1997)，pp205-210
- 19) 日本造船研究協会第7基準研究部会：IMO 復元性基準の改良に関する検討－国際規則と船舶設計との関連に関する調査研究の別冊報告書－，研究資料 No.229R (1997)
- 20) 前田克弥，斎藤公男，高石敬史，渡辺健二：非線形計画法を用いた方向波スペクトルの推定，西部造船会会報，第98号(1999)，pp.97-104

- 21) 前田克弥, 斎藤公男, 松田秋彦, 鈴木四郎: 非線形計画法を用いた方向波スペクトルの推定(続報), 西部造船会会報, 第99号(1999), pp.163-170
- 22) Akihiko MATSUDA, Katsuya MAEDA, Kimio SAITO, Shiro SUZUKI: Analysis of Directional Spectrum by Nonlinear Programming Method, International Workshop on Natural Disaster by Storm Waves and Their Reproduction in Experimental Basin (Wave Generation '99) (印刷中)
- 23) 笠原昭夫, 前田久明, 増田光一, 吉野博之: 2次元人工不規則波の発生法と解析法(第三報), 関西造船協会紙, 第216号(1991), pp.93-99
- 24) 前田克弥, 斎藤公男: 方向波スペクトルの推定精度に関する一考察 -数値シミュレーションによる多方向不規則波を用いた検証-, 第15回海洋工学シンポジウム, pp.301-306
- 25) 日本造船研究協会第217研究部会: 実船計測による横部材の荷重・応力計算法の検証, 平成7年度報告書(1996)
- 26) 関西造船協会編: 造船設計便覧(1983)
- 27) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店(1977)
- 28) ASNOP 研究会 編. パソコン FORTRAN 版 非線形最適化プログラミング, 日刊工業新聞社(1991)

Appendix A

スペクトル解析 25,26)

実測値のような不規則変動の瞬間値の予測は本来不可能であるが、不規則変動の中に内在している統計的性質を見いだせば、その変動から種々の情報を得ることが可能となる。

今、確率的法則に一般性がある場合、この確率的法則を定常確率過程と呼び、その性質は二乗平均値・確率密度関数・相関関数・スペクトルなどで表現でき、その重要性はエルゴート性にある。また、定常確率過程における不規則変動 $x(t)$ の確率密度関数 $p(x)$ は一般に正規分布で与えられ、

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2} \right] \quad (\text{A.1})$$

となる。ここで σ_x (標準偏差) は

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2 dt \quad (\text{A.2})$$

で表され、 μ_x (平均値) は通常、座標原点をとるので $\mu_x = 0$ となり、最終的に $p(x)$ は (A.3) 式のように表される。

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} \right] \quad (\text{A.3})$$

また、不規則変動が船体運動のような狭帯域である場合、振幅の最大値 ζ の確率密度関数は以下のような *Rayleigh* 分布により近似できることが *Longuet-Higgins* により示されている。

$$p(\zeta) = \frac{\zeta}{\sigma_x^2} \exp \left[-\frac{\zeta^2}{2\sigma_x^2} \right] \quad (\text{A.4})$$

A.1 自己相関関数

ある時間の定常不規則変動 $x(t)$ に対し、時間 τ だけずらした波形と元の波形がどれだけ類似しているかを調べ、変動中の周期で成分を判断するには $x(t)$ と $x(t+\tau)$ の相関を調べれば良い。この時、下記の式で定義される 2 つの変動の積の平均値である関数を自己相関関数と呼ぶ。

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t+\tau) \cdot x(t) dt \quad (\text{A.5})$$

A.2 スペクトルと二乗平均値

定常不規則変動 $x(t)$ ($-\infty < t < \infty$) から T 時間だけ取り出した変動を考える。すなわち、

$$x_r(t) = \begin{cases} x(t) & \left(|t| \leq \frac{T}{2} \right) \\ 0 & \left(|t| > \frac{T}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

を考える。この時、 $x_r(t)$ を $x_r(t+T) = x_r(t)$ の周期関数で

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) dt < \infty \quad (\text{A.7})$$

とおくと、 $x_r(t)$ は Fourier 級数により

$$x_r(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + k_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{cases} c_n = \frac{2}{T} \int x(t) \cos \frac{2\pi n t}{T} dt \\ k_n = \frac{2}{T} \int x(t) \sin \frac{2\pi n t}{T} dt \end{cases}$$

ここに

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2} \{ \exp(i\theta) + \exp(-i\theta) \} \\ \sin \theta = \frac{1}{2} \{ \exp(i\theta) - \exp(-i\theta) \} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

を代入すると

$$x_r(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_n \cos \frac{2\pi int}{T} + k_n \sin \frac{-2\pi int}{T} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{cases} c_n = \frac{2}{T} \int x(t) \cos \frac{2\pi int}{T} dt \\ k_n = \frac{2}{T} \int x(t) \sin \frac{-2\pi int}{T} dt \end{cases}$$

となり, これに $\omega_0 = 2\pi/T$ を代入して

$$x_r(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \exp(in\omega_0 t) + k_n \exp(-in\omega_0 t)) \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{cases} c_n = \frac{2}{T} \int x(t) \exp(in\omega_0 t) dt \\ k_n = \frac{2}{T} \int x(t) \exp(-in\omega_0 t) dt \end{cases}$$

$k_n = c_{-n}$ と書き直すと

$$x_r(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \exp(in\omega_0 t) + c_{-n} \exp(-in\omega_0 t)) \quad (\text{A.12})$$

$$c_{\pm n} = \frac{1}{T} \int x(t) \exp(\pm in\omega_0 t) dt$$

となる。また, $x_r(t)$ の二乗平均値は

$$\begin{aligned} \bar{x}_r^2(t) &= \frac{1}{T} x_r^2(t) dt \\ &= |c_0|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} |c_{-n}|^2 \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

となり, 周波数の異なる無数の正弦波の和からなる $x_r(t)$ の二乗平均値は成分波の二乗平均値に等しい。

また, スペクトル $S(\omega)$ は単位周波数間隔のパワーと定義し, 全パワーが各周波数に対してどのような割合で分布しているかを示すものである。

そこで, 基本周波数 ω_0 を微少量 $\Delta\omega$ で表すと

$$|c_n|^2 = S(\omega_0) \cdot \Delta\omega \quad (\text{A.14})$$

よって $\omega = \omega_n$ におけるスペクトル $S(\omega_n)$ が与えられ, $T \rightarrow \infty$ にすることにより不連続なスペクトラム $S(\omega_n)$ に近づく。

よって

$$\overline{x_n^2(t)} = \sum_{-\infty}^{\infty} S(\omega_n) \cdot \Delta\omega \quad (\text{A.15})$$

$T \rightarrow \infty$ にすると

$$\overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (\text{A.16})$$

となる。

A.3 二乗平均値と Fourier 変換

$x_r(t)$ の Fourier 変換 $X_r(t)$ は

$$\left. \begin{aligned} x_r(t) &= \frac{1}{2\pi} \int X_r(\omega) \cdot \exp(i\omega t) d\omega \\ X_r(\omega) &= \int x_r(t) \exp(i\omega t) dt \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.17})$$

よって $x_r(t)$ の二乗平均値は

$$\begin{aligned} \overline{x_r^2(t)} &= \frac{1}{T} \int X_r^2(\omega) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{T} \int |X_r(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

となる。

このとき $T \rightarrow \infty$ にすると

$$\overline{x_r^2(t)} = \frac{1}{2\pi} \int \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} |X_r(\omega)|^2 \right\} d\omega \quad (\text{A.19})$$

と表すことができる。

A.4 スペクトルと *Fourier* 変換

A.3 よりスペクトル $S(\omega)$ と $\frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} |X_r(\omega)|^2 \right\}$ とは対応していることが分かったが、後者は $X_r(\omega)$ が $x_r(t)$ の選び方により変化する不規則変数であるために必ずしも一定値に収束するとは限らない。

そこで、不規則変動 $x(t)$ が属する集合全体の性質を明らかにするために

$$\frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} |X_r(\omega)|^2 \right\} \quad (\text{A.20})$$

と期待値をとって考えなければならない。このとき、スペクトル $S(\omega)$ は

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} |X_r(\omega)|^2 \right\} \quad (\text{A.21})$$

となり、 $S(\omega)$ は変動 $x(t)$ の、時間的には一部の $x_r(t)$ に対する振幅成分 $|X_r(\omega)|$ から求めることができる。

A.5 スペクトルと自己相関関数

$X_r(t)$ に対する自己相関関数 $R_r(\tau)$ は

$$R_r(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (\text{A.22})$$

と表される。その *Fourier* 変換を $r_r(t)$ とすると、 $r_r(t)$ は

$$\begin{aligned} r_r(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_r(\tau) \cdot \exp[-i\omega\tau] d\tau \\ &= \frac{1}{T} |X_r(\omega)|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

ここで、

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_r(\tau) \cdot \exp[-i\omega\tau] d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_r(\tau) \cdot \exp[-i\omega\tau] d\tau \quad (\text{A.24})$$

$$\therefore (\text{右辺}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_r(\omega)|^2 = 2\pi S(\omega) \quad (\text{A.25})$$

よって

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_r(\tau) \cdot \exp[-i\omega\tau] d\tau \quad (\text{A.26})$$

となる。

すなわち、スペクトル $S(\omega)$ と自己相関関数 $R(\tau)$ の間には *Fourier* 変換・逆変換の関係がある。

一般にスペクトル $S(\omega)$ は $-\infty < \omega < \infty$ の範囲において定義される両側スペクトル (*two-side spectrum*) である。しかし、 $S(-\omega) = S(\omega)$ となるので、工学的には $0 < \omega < \infty$ の範囲に対して示される片側スペクトル (*one-side spectrum*) である。

A.6 確率過程の統計的性質

A.6.1 バンドパラメータ： ε

スペクトル $S(\omega)$ が求められると、もとの確率過程の様々な性質を推定することが可能となる。この時、スペクトルの帯域幅の広がりを示す1つのパラメータとして

$$\varepsilon^2 = \frac{(m_0 m_4 - m_2^2)}{m_0 m_4} \quad (\text{A.27})$$

が、求められる。ここで m_n は、スペクトルの原点周りのモーメントで、

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n \cdot S(\omega) d\omega \quad (\text{A.28})$$

$$m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = \sigma_x^2 \quad (\text{A.29})$$

で表される。このとき、 $\varepsilon = 1.0$ で正規分布、 $\varepsilon = 0.0$ の時は *Rayleigh* 分布に対応することが分かっているが、実験データの解析から得られる ε は

$$0.0 < \varepsilon < 1.0$$

の範囲に一般的に存在する。

A.6.2 極値の確率密度関数

定常不規則変動 $x(t)$ の極大値及び極小値をそれぞれ $\xi_n, \dot{\xi}_n$ とすると、一般に極値 ζ の示す確率密度関数 $p(\zeta)$ は

$$p(\zeta) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(\frac{-\zeta^2}{2m_0\varepsilon^2}\right) + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{m_0} \zeta \times \exp\left(\frac{-\zeta^2}{2m_0}\right) \left[0.5 + \operatorname{erf}\left(\frac{\zeta}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}}\right)\right] \quad (\text{A.30})$$

$$\text{ここで, } \operatorname{erf} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\zeta \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right) dz$$

と表され、 ε をパラメータとして求めることができる。

ここで、 $\varepsilon = 1.0$ の時、(A.30) 式は

$$p(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(\frac{-\zeta^2}{2m_0}\right) \quad (\text{A.31})$$

となり、また $\varepsilon = 0.0$ の時では

$$p(\zeta) = \frac{\zeta}{m_0} \exp\left(\frac{-\zeta^2}{2m_0}\right) \quad (\text{A.32})$$

となる。

A.6.3 極値の平均値及び最大期待値

極値の確率密度関数 $p(\zeta)$ の形から極値 ξ の平均値、最大期待値等が ε をパラメータとして求められる。

A.6.4 平均周期

平均周期は変動波形 $x(t)$ が平均線を横切る間隔 (*zero cross* の間隔) から定まる平均周期 T_0 と、極値の間隔から求まる平均周期 T_m がある。

これらは、スペクトルの原点周りにおける n 次のモーメントを用いて以下のように与えられる。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (\text{A.33})$$

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (\text{A.34})$$

A.7 スペクトル計算法

不規則変動 $x(t)$ をサンプリングした離散的なデータからスペクトルを計算する方法は、自己相関関数の *Fourier* 変換として求める方法（間接的方法）のほか、直接データを *Fourier* 変換することにより求める方法（実質的方法）が提唱されている。

A.7.1 サンプリング周期： Δt

不規則変動 $x(t)$ に含まれ $2\pi/2 \cdot \Delta t$ 以上の周期成分によるパワーが無視できるように定める（サンプリングの定理）。

ここで $\Delta t = (\text{データの最小周期})/3.0$

A.7.2 間接的方法

n 個のデータを用いて自己相関関数 R_i を計算する。

$$\begin{aligned} R_i &= R(k \cdot \Delta t) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^h \{x(n \cdot \Delta t) \cdot x(n \cdot \Delta t + k \cdot \Delta t)\} \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

h : ラグ数(総数の $1/5 \sim 1/10$)

R_i を Fourier 変換してスペクトル S_r を求める。

$$\begin{aligned} S_r &= S\left(\frac{r}{h} \cdot \frac{\pi}{\Delta t}\right) \\ &= \frac{\Delta t}{2\pi} \left[R_0 + 2 \sum_{i=0}^h \left(R_i \cdot \cos\left(\frac{r\pi i}{h}\right) + R_n \cdot \cos \pi r \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

スペクトルウィンドウを用いて S_r を平滑化し、最終的なスペクトル S'_r を得る。スペクトルウィンドウに Q ウィンドウを用いると以下となる。

$$S'_r = 0.64S_r + 0.24(S_{r-1} + S_{r+1}) - 0.06(S_{r-2} + S_{r+2}) \quad (\text{A.37})$$

Appendix B

クロススペクトル解析²⁶⁾

一次元スペクトルは自己相関関数の *Fourier* 変換であったが、クロススペクトルは相互相関関数の *Fourier* 変換である。相互相関関数やクロススペクトルの統計的な性質は自己相関関数や一次元スペクトルとほぼ同様であるため、ここではクロススペクトルの固有な箇所のみを示す。

B.1 相互相関関数とクロススペクトル

有限区間を有する連続な 2 つの時系列

$$x(t), y(t) ; \left(-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}\right)$$

に対して、

$$S_{xy}(\omega) = TX_T(\omega)Y_T^*(\omega) \tag{B.1}$$

を考える。ここで、 $X_T(\omega)$ 及び $Y_T(\omega)$ は $x(t)$ 及び $y(t)$ の *Fourier* 変換

$$X_T(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp(-i\omega t) dt \tag{B.2}$$

$$Y_T(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \exp(-i\omega t) dt \tag{B.3}$$

である。(B.1) 式の $S_{xy}(\omega)$ は標本スペクトルと呼ばれる。ここで、標本相互相関関数 $R_{xy}(u)$ を、

$$R_{xy}(u) = \begin{cases} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2-u} x(t)y(t+u) dt & (0 \leq u \leq T) \\ \frac{1}{T} \int_{-T/2+u}^{T/2} x(t)y(t+u) dt & (-T \leq u \leq 0) \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

とすると, $S_{xy}(\omega)$ は

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-T}^T R_{xy}(u) \exp(-i\omega u) du \quad (\text{B.5})$$

となる。

相互相関関数には, 自己相関関数のような原点周りの対称性はないが,

$$R_{xy}(u) = R_{yx}(-u) \quad (\text{B.6})$$

が成り立つ。この相互相関関数の非対称性から, クロススペクトルは一般に複素数となる。

B.2 *Co-spectrum と Quadrature spectrum*

クロススペクトル $S_{xy}(\omega)$ を実数部と虚数部に分けて,

$$S_{xy}(\omega) = Co(\omega) - iQu(\omega) \quad (\text{B.7})$$

とする。ここで, $Co(\omega)$ をコーススペクトル (*Co-spectrum*), $Qu(\omega)$ をコードラチュアースペクトル (*Quadrature spectrum*) と呼ぶ。このとき, $Co(\omega)$ 及び $Qu(\omega)$ には,

$$\begin{aligned} Co(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T C_{xy}(u) \cos \omega u du \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^T \{C_{xy}(u) + C_{xy}(-u)\} \cos \omega u du \\ &= \frac{1}{2} [S_{xy}(\omega) + S_{yx}(\omega)] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} Qu(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T C_{xy}(u) \sin \omega u du \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^T \{C_{xy}(u) - C_{xy}(-u)\} \sin \omega u du \\ &= \frac{1}{2} [S_{xy}(\omega) - S_{yx}(\omega)] \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

の関係がある。

また、クロススペクトルの振幅を $|S_{xy}(\omega)|$ 、位相差を ε_{xy} とすると、クロススペクトル $S_{xy}(\omega)$ は、

$$S_{xy}(\omega) = |S_{xy}(\omega)| \exp(i\varepsilon_{xy}) \quad (\text{B.10})$$

と表され、ここで、

$$|S_{xy}(\omega)| = \sqrt{Co_{xy}^2(\omega) + Qu_{xy}^2(\omega)} \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xy}(\omega) &= \text{Arg}[S_{xy}(\omega)] \\ &= \tan^{-1} \left[\frac{Qu_{xy}(\omega)}{Co_{xy}(\omega)} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

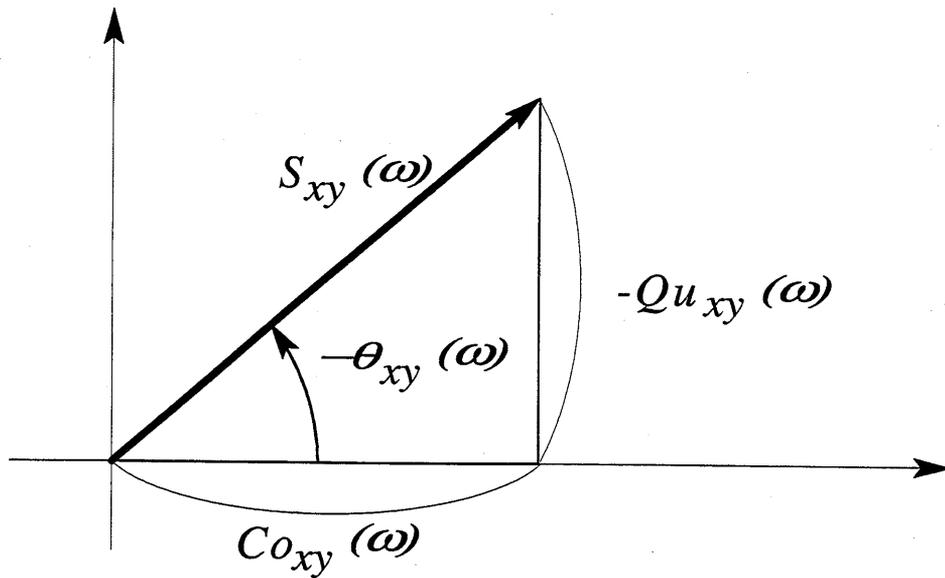


Fig.B.1 Coordinate for cross spectrum

Appendix C

非線形計画法²⁷⁾

一次元波スペクトルや方向波スペクトルの推定を行う際に用いる非線形計画法として、制約条件を目的関数に組み込むことが可能な拡張 Lagrange 乗数法を用いている。ただし、拡張 Lagrange 乗数法は計算の収束が非常に遅い欠点があり、計算が収束しない場合がある。しかし、計算が収束しない場合においても、その近似解を得ることができる。

C.1 拡張 Lagrange 乗数法

設計変数を \mathbf{x} としたときの目的関数が $f(\mathbf{x})$ と関数形で表されるとき、制約条件が等号制約条件のみである Lagrange 関数は、

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^l \mu_j h_j(\mathbf{x}) \quad (\text{C.1})$$

ここで、

$$h_j(\mathbf{x}) = 0.0 \quad (j = 1, 2, \dots, l) \quad (\text{C.2})$$

である。また、不等号制約条件は

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (\text{C.3})$$

で表され、(C.3) 式にスラック変数 ξ を導入することにより、等号制約条件と同等に扱うことが可能となる。すなわち、(C.3) 式は

$$g_i(\mathbf{x}) + \xi_i^2 = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (\text{C.4})$$

となる。よって、不等号制約条件を含む *Lagrange* 関数は、(C.1), (C.2), 及び (C.4) を用いて

$$L(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \{g_i(\mathbf{x}) + \xi_i^2\} + \sum_{j=1}^l \mu_j h_j(\mathbf{x}) \quad (\text{C.5})$$

となる。ここで、 λ, μ は *Lagrange* 乗数である。

(C.5) 式にペナルティ関数 r_1, r_2 を導入した、

$$\begin{aligned} L_a(\mathbf{x}, \lambda, \mu, r) = & f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \{g_i(\mathbf{x}) + \xi_i^2\} + \sum_{j=1}^l \mu_j h_j(\mathbf{x}) \\ & + r_1 \sum_{i=1}^m \{g_i(\mathbf{x}) + \xi_i^2\} + r_2 \sum_{j=1}^l h_j(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

が拡張 *Lagrange* 関数である。

また、この拡張 *Lagrange* 関数の極値を探索するのが拡張 *Lagrange* 乗数法である。次に拡張 *Lagrange* 乗数法について簡単に示す。

まず拡張 *Lagrange* 関数 L_a は $f(\mathbf{x})$ に関する最適解を \mathbf{x}^0 とすれば、 λ^l, μ^l が与えられたとき

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} \quad L_a(\mathbf{x}, \lambda, \mu, r) \quad (\text{C.7})$$

の局所最適解 $\mathbf{x}^{l+1} = \mathbf{x}^0(\lambda^l, \mu^l, r)$ について、次の停留条件が成立している。

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} L_a(\mathbf{x}, \lambda^l, \mu^l, r) = & \nabla f(\mathbf{x}^{l+1}) + \sum_{i=1}^m \{\lambda_i^l + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^{l+1})\} \nabla g_i(\mathbf{x}^{l+1}) \\ & + \sum_{j=1}^l \{\mu_j^l + 2r_2 h_j(\mathbf{x}^{l+1})\} \nabla h_j(\mathbf{x}^{l+1}) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

ここで *Lagrange* 乗数 λ, μ を不等式制約条件に対しては

$$\lambda_i^{l+1} = \begin{cases} 0 & \lambda_i^l + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^{l+1}) \leq 0 \\ \lambda_i^l + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^{l+1}) & \lambda_i^l + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^{l+1}) > 0 \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

すなわち

$$\lambda_i^{l+1} = \max [0, \lambda_i^l + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^{l+1})] \quad (\text{C.10})$$

等号制約条件に関しては

$$\mu_j^{l+1} = \mu_j^l + 2r_2 h_j(\mathbf{x}^{l+1}) \quad (\text{C.11})$$

によって更新すれば

$$\nabla f(\mathbf{x}^{l+1}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^{l+1} \nabla g_i(\mathbf{x}^{l+1}) + \sum_{j=1}^l \mu_j^{l+1} \nabla h_j(\mathbf{x}^{l+1}) = \mathbf{0} \quad (\text{C.12})$$

が成立するので、 $\lambda_i^{l+1}, \mu_j^{l+1}$ は Lagrange 乗数 λ_i^0, μ_j^0 の良い近似になり、 $\lambda_i^{l+1} \rightarrow \lambda_i^0$, $\mu_j^{l+1} \rightarrow \mu_j^0$, $\mathbf{x}^{l+1} \rightarrow \mathbf{x}^0$ となることが期待できる。このことがもし成立すれば (C.10) 式より

$$\begin{cases} \lambda_i^0 = 0 & \lambda_i^0 + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^0) \leq 0 \\ g_i(\mathbf{x}^0) & \lambda_i^0 + 2r_1 g_i(\mathbf{x}^0) > 0 \end{cases} \quad (\text{C.13})$$

となり

$$g_i(\mathbf{x}^0) \leq 0 \quad (\text{C.14})$$

$$\lambda_i^0 g_i(\mathbf{x}^0) = 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (\text{C.15})$$

$$\lambda_i^0 \geq 0 \quad (\text{C.16})$$

が得られる。また (C.11) 式より

$$h_j(\mathbf{x}^0) = 0 \quad (\text{C.17})$$

となる。さらに (C.12) 式より

$$\nabla f(\mathbf{x}^0) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^0 \nabla g_i(\mathbf{x}^0) + \sum_{j=1}^l \mu_j^0 \nabla h_j(\mathbf{x}^0) = \mathbf{0} \quad (\text{C.18})$$

となるので、 $(\mathbf{x}^0, \lambda^0, \mu^0)$ がクーン・タッカーの条件を満たす。

よって拡張 Lagrange 乗数法のアルゴリズムは

1) 十分大きな有限の $r > 0$ に対して初期点 \mathbf{x}^1 と初期値 λ^1, μ^1 を選び、 $l = 1$ とする。

2) $L_a(\mathbf{x}, \lambda^l, \mu^l, r)$ の最小点 \mathbf{x}^{l+1} を求める。

3) 現在の点 \mathbf{x}^{l+1} において停止基準を満たせば終了する。そうでなければ λ^{l+1}, μ^{l+1} を (C.10), (C.11) 式によってそれぞれ更新し, $l = l+1$ として 2) に戻る。

である。

ここで 2) $L_a(\mathbf{x}, \lambda^l, \mu^l, r)$ の最小化は \mathbf{x}^l を初期点として無制約最適化手法を用いればよい。