

クラスプの曲げ剛性と形態に関する有限要素解析

——鉤腕の曲率角度と曲率半径の影響について——

湯浅 良孝, 朝原 早苗, 佐藤 裕二
大川 周治, 長澤 亨*, 津留 宏道

Finite Element Analysis of the Relationship between Clasp Dimension and Flexibility

——The Effect of the Angle Subtended by the Clasp Arm and the Radius of Curvature——

Yoshitaka Yuasa, Sanae Asahara, Yuuji Sato, Shuji Ohkawa,
Tooru Nagasawa and Hiromichi Tsuru

(平成4年11月13日受付)

緒 言

クラスプの曲げ剛性は、クラスプの維持力とほぼ比例関係にある¹⁾。また、クラスプの維持力は、クラスプの最適な形態を決定するうえで重要な力学的因子の1つである。したがって、クラスプの曲げ剛性と形態との関係を明確にすることは、維持力の点からクラスプの最適な形態を検討するうえで、極めて重要である。

クラスプの曲げ剛性と形態との関係を定量的に検討した研究は少ない。Bates²⁾は、理論解析からクラスプの曲げ剛性を示す式を導いたが、この式は、真直はりのみを対象としており、クラスプの曲率が考慮されていない。山賀³⁾およびNokubiら⁴⁾は、実際のクラスプに近い曲げはりの曲げ剛性を示す式を導いたが、これらの式は一定の断面形態のみを対象としている。また、著者らは有限要素法を用いて、クラスプの曲げ剛性とクラスプの形態を表す基本的なパラメータ(鉤腕の taper, 断面の寸法および金属のヤング率)との関係を定量化した⁵⁾。しかし、この近似式は鉤腕の

曲率角度(鉤腕が鉤歯を取り囲む角度)が 120° 、曲率半径が 4 mm の小白歯のクラスプに対してしか適用できない。現在のところ、クラスプの形態を表すすべての因子、すなわちクラスプの曲率半径、曲率角度、taper、金属のヤング率、および断面形態をパラメータとして、クラスプの曲げ剛性と形態との関係を定量化した研究は見られない。

そこで、我々は先に報告した近似式の適用範囲をすべてのパラメータに拡張することにより、クラスプの曲げ剛性と形態との関係を定量化することを目的として、以下の有限要素解析を行った。

材料ならびに方法

クラスプの鉤腕を曲げはりに近似させ、平面応力問題として、有限要素解析を行った。解析は弾性解析とし、材料に塑性変形が起こらないものとして計算を行った。有限要素モデルを図1に示す。本モデルは、鉤腕の基部の厚さ t_1 、先端の厚さ t_2 、基部の幅 w_1 、先端の幅 w_2 、鉤腕の曲率半径 R 、鉤腕が鉤歯を取り囲む角度(以下、曲率角度と略す) C 、荷重 F をパラメータとして変更可能である。モデルの要素数は440、節点数は270である。また、荷重はモデル内側の先端の節点に垂直に負荷し、クラスプの基部の節点を完全に拘束することによりモデルを固定した。今回の解析では、荷重を 5 N とし、材料定数はCo-Cr合金Vitalium (Austen Products Laboratories, USA)を

広島大学歯学部歯科補綴学第一講座(主任:津留宏道教授)

* 朝日大学歯学部歯科補綴学第一講座(主任:長澤亨教授)

本論文の要旨の一部は、第85回日本補綴歯科学会学術大会(平成3年5月、福岡)において発表した。

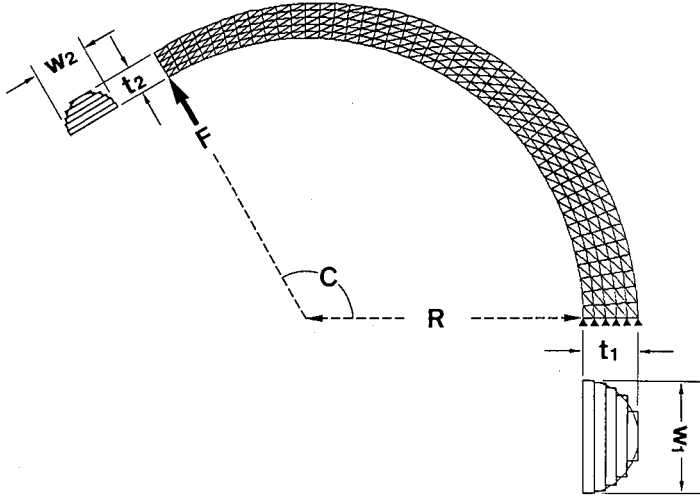


図1 有限要素モデル

- t_1 : クラスプの基部の厚さ
 w_1 : クラスプの基部の幅
 C : クラスプの曲率角度
 F : クラスプに負荷する荷重
 t_2 : クラスプの先端の厚さ
 w_2 : クラスプの先端の幅
 R : クラスプの曲率半径

想定して、ヤング率 218 GPa⁶⁾、ポアソン比 0.33 に設定した。また、応力には von Mises の相当応力⁷⁾ を用いた。なお、有限要素プログラムは、戸川⁸⁾ のプログラム⁸⁾ を参考にして作成し、計算はパーソナルコンピュータ PC-9801 RA2 (日本電気社製) で行った。

クラスプの曲率角度と曲率半径が先端の変位および応力に及ぼす影響を明らかにするために以下の 2 通りの解析を行った。

I. クラスプの曲率角度の影響

クラスプの曲率角度が、先端の変位および応力に及ぼす影響について検討した。表 1 は、その解析条件を示す。本解析では、クラスプの曲率角度を 10° から 180° まで 10° ずつ 18 通りに変化させ、計 144 通りのモデルを作成し解析を行った。

表 1 解析条件 (クラスプの曲率角度の影響)

t_1 (mm)	$0.4\sqrt{2}$	
t_2 (mm)	$0.2\sqrt{2}$	$0.4\sqrt{2}$
w_1 (mm)	$0.8\sqrt{2}$	
w_2 (mm)	$0.4\sqrt{2}$	$0.8\sqrt{2}$
R (mm)	4	6
C ($^\circ$)	10~180	

II. クラスプの曲率半径の影響

クラスプの曲率半径が、先端の変位および応力に及

ぼす影響について検討した。解析条件を表 2 に示す。本解析では、クラスプの曲率半径を 3 mm から 6 mm まで 1 mm おきに 4 通りに変化させ、計 320 通りのモデルを作成し解析を行った。

表 2 解析条件 (クラスプの曲率半径の影響)

t_1 (mm)	$0.4\sqrt{2}$	$0.8\sqrt{2}$		
t_2 (mm)	$0.2\sqrt{2}$	$0.4\sqrt{2}$		
w_1 (mm)	$0.8\sqrt{2}$	$1.6\sqrt{2}$		
w_2 (mm)	$0.4\sqrt{2}$	$0.8\sqrt{2}$		
R (mm)	3	4	5	6
C ($^\circ$)	100	110	120	130 140

結 果

I. クラスプの曲率角度の影響

クラスプ先端の変位と曲率角度との関係を図 2 に示す。図 2 では、144 通りの解析結果のうち、代表的な 4 通りの結果のみを表示した。図 2 は、シグモイド曲線に近い複雑な関係を示した。クラスプの曲率角度が小さい場合には、クラスプ先端の変位は曲率角度の約 3 乗に比例していた。曲率角度が約 60° を越えるとクラスプ先端の変位と曲率角度との関係は線形関係に近くなり、曲率角度が 150° を越えると曲率角度の影響がほとんど見られなくなった。

クラスプに生じる応力の最大値と曲率角度との関係を図 3 に示す。図 3 でも、図 2 と同じ 4 通りの結果の

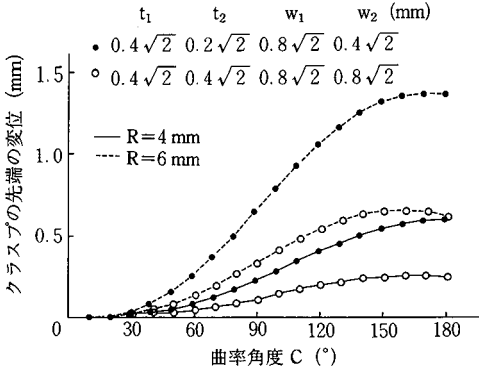


図2 クラスプの曲率角度が先端の変位に及ぼす影響

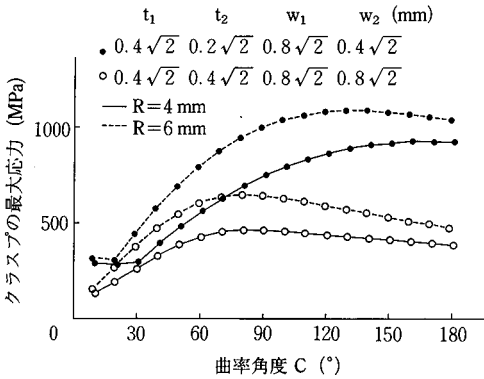


図3 クラスプの曲率角度が応力に及ぼす影響

みを表示した。なお、応力を表す図3および図5では、Co-Cr合金の弾性限を越える応力も弾性解析であることを仮定して表示している。最大応力では、taperのあるクラスプとtaperのないクラスプとで大きな相違が見られた。taperのあるクラスプでは曲率角度の増加とともに応力も大きくなる傾向を示したが、taperのないクラスプでは曲率角度の増加とともに最初は応力も大きくなったが、曲率角度80°で極大値となり応力が小さくなった。クラスプの厚さにtaperがあり、幅にtaperがないクラスプあるいはその逆の場合のクラスプでは、図3に示した両者の中間的な傾向を示した。

II. クラスプの曲率半径の影響

クラスプ先端の変位と曲率半径との関係を図4に示す。図4では、320通りの解析結果のうち、代表的な4通りの結果のみを表示した。クラスプ先端の変位は、曲率半径の約2.50乗に比例していた。

クラスプに生ずる応力の最大値と曲率半径との関係を図5に示す。図5でも図4と同じ4通りの結果のみを表示した。曲率半径の増加とともに応力も大きく

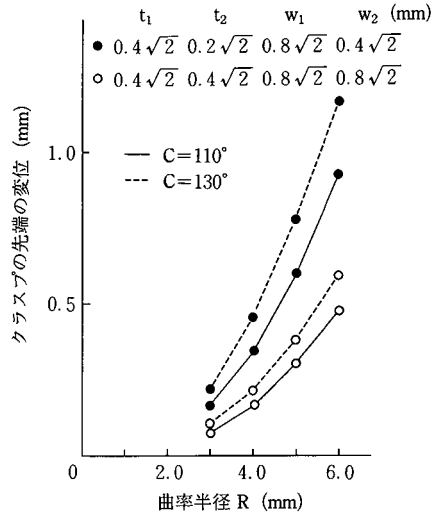


図4 クラスプの曲率半径が先端の変位に及ぼす影響

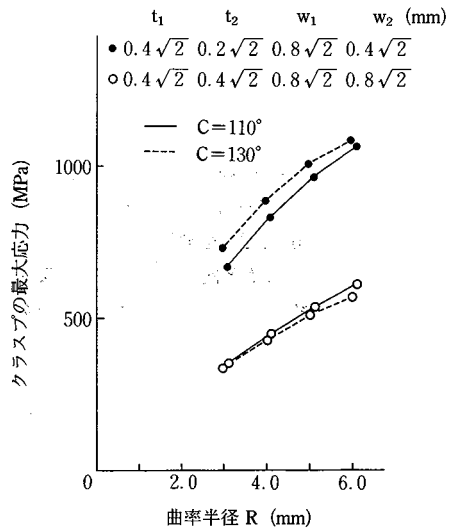


図5 クラスプの曲率半径が応力に及ぼす影響

なった。

III. クラスプの曲げ剛性を形態で表す近似式の拡張
以前報告したクラスプの曲げ剛性を5つの基本的パラメータで表す近似式⁵⁾を次に示す。

$$Fd = \frac{E \cdot (t_1^{1.87} \cdot t_2^{0.72} \cdot w_1^{0.70} \cdot w_2^{0.30})}{K} \quad (1)$$

$$K = 2116 \text{ (mm}^{2.59}\text{)}$$

ここに、Fdはクラスプの曲げ剛性(クラスプ先端を単位量(1mm)変位させるのに必要な荷重)、t₁は鉤腕の基部の厚さ、t₂は先端の厚さ、w₁は基部の幅、

w_2 は先端の幅, E はヤング率である。

この近似式に, 曲率角度 C および曲率半径 R の影響を補正項として付け加えた。クラスプ先端の変位量は, 図2に示すように厳密には曲率角度の階乗に比例しないが, クラスプとしての実用範囲 (曲率角度 $100^\circ \sim 140^\circ$) では, 曲率半径の階乗に近似できるものと考えられる。そこで, クラスプ先端の変位は, $C^{x5} \cdot R^{x6}$ に比例するものと仮定し, 近似式(1)をこれらのパラメータで補正することにより, 表2のすべての組合せに対して, この拡張近似式の結果と有限要素法の結果との誤差が最小となるような乗数 $x5, x6$ を求めた。その結果, 以下に示す近似式(2)が得られた。

$$Fd = \frac{E \cdot (t_1^{1.87} \cdot t_2^{0.72} \cdot w_1^{0.70} \cdot w_2^{0.30})}{K' \cdot R^{2.50} \cdot C^{1.70}} \quad (2)$$

$$K' = 18.82 \text{ (mm}^{0.09}\text{)}$$

ここに, R は鉤腕の曲率半径, C は曲率角度である。なお, 本式における曲率角度 C の単位は radian である。近似式(2)は, クラスプとしての実用範囲 ($t_2 \leq t_1 < 4 \cdot t_2$ かつ $w_2 \leq w_1 < 4 \cdot w_2$ かつ $100^\circ \leq C \leq 140^\circ$) において最大誤差11%, 平均誤差4%で有限要素法の計算結果と一致した。

考 察

I. 研究方法について

金属材料に生じる応力が弾性限を越えると, 塑性変形 (永久変形) が起こる⁷⁾。Co-Cr 合金 Vitalium では, 弾性限は 644 MPa⁶⁾ である。したがって, 応力が弾性限を越える条件を有するクラスプは不適当であり²⁾, 使用を避けるべきである。本研究は弾性解析なので応力と荷重が比例する。すなわち, 解析条件として 5N の荷重を負荷したが, 弾性解析であることから, 他の大きさの荷重を負荷した場合の変位量や応力に換算することも容易であり, 曲げ剛性を計算する場合は問題はない。本解析では 5N の荷重を負荷した場合に応力が弾性限を越えるクラスプもあるが, 上記の理由から全ての計算を弾性解析として取り扱った。

II. 研究結果について

1. クラスプの曲率角度の影響

クラスプの曲率角度が変位に及ぼす影響では, やや複雑な関係が得られた。クラスプの曲率角度が小さい場合には, クラスプ先端の変位は曲率角度の約3乗に比例していた。一般に真直はりにおいて, はりの先端の変位は長さの3乗に比例する⁹⁾。本解析のモデルでは, クラスプの長さは曲率角度に比例しているのので, 曲率角度が小さいときは曲率の影響が少なく, 曲率角

度は真直はりにおける長さと同様の働きをするものと思われる。曲率角度が大きくなると, クラスプ先端の変位と曲率角度との関係は線形関係に近くなり, 曲率角度がさらに大きくなり 150° を越えると, 曲率角度がクラスプ先端の変位に及ぼす影響はほとんどなくなった。したがって, クラスプの曲率角度の実用範囲 ($100^\circ \sim 140^\circ$) では, 曲率角度と維持力との関係は線形関係といえる。一般にクラスプのレストおよび両腕は, 鉤歯を 180° 以上取り囲むべきである^{10,11)} あるいは3面4隅角を取り囲む¹²⁾ 必要があるとされている。レスト部分の占める角度を除いて計算すると, クラスプが鉤歯の3面4隅角を取り囲む場合, クラスプの1本の鉤腕の曲率角度は下顎小白歯で約 100° 以上, 上顎小白歯で約 130° 以上になり, 曲率角度の実用範囲は 100° から 140° 程度といえる。上顎小白歯の場合, クラスプの鉤腕の長さによって, 曲率角度を 150° 以上の場合も考えられるが, 曲率角度が 150° を越えても維持力にはほとんど影響がないものといえる。

関根ら¹³⁾ は, クラスプの鉤尖部に働く力の方向と鉤腕の走行状態との関係がアンダーカット量に及ぼす影響について検討した。この実験では各条件で鉤歯の形態や大きさがまったく異なるため他の研究との比較は困難であるが, 長さが同一の鉤腕でも曲率角度によりクラスプ先端に及ぼす影響がかなり大きいことを報告している。

山賀³⁾ は, 鉤尖間距離の異なる大白歯のクラスプに対して, 引き抜き試験を行い, 維持力を測定した。その結果, 鉤尖間距離を変化させても維持力への影響は, ほとんど認められなかったと報告している。この実験では, 鉤尖間距離を 2 mm, 4 mm, 6 mm と変化させているが, この時のレスト部分を除いた曲率角度を算出してみると約 $140^\circ, 130^\circ, 120^\circ$ となる。本研究は, 山賀の報告と異なりこれらの角度では曲げ剛性 (すなわち維持力) に違いが生じる。この相違は, 本研究のクラスプの中心線が正円の円周上にあるのに対し, 山賀の研究では楕円の円周上にあること, 鉤尖の位置の違いによる鉤歯とクラスプの力のつりあいの相違によるものと思われる。

2. クラスプの曲率半径の影響

クラスプの曲率半径はクラスプ先端の変位に大きな影響を与えたが, 応力に関しては影響は小さかった。小白歯の曲率半径が約 4 mm, 大白歯の曲率半径が 5 mm であることを考えると, 同じ維持力の場合には小白歯のアンダーカット量が大白歯の約60%であり, この時クラスプに生じる応力は小白歯で大白歯の約85%程度であることが明らかとなった。

3. 近似式について

本研究で得られた近似式(2)は、クラスプの歯軸方向への要素を除くすべての形態を表すパラメータを含んでいる。最大誤差が11%とやや大きいのが、クラスプ製作時のアンダーカット量に換算すると、0.25 mm のアンダーカットで最大誤差が0.03 mm 程度となる。本研究では、以前報告した小白歯のクラスプの近似式(1)に曲率角度と曲率半径の2つのパラメータを追加したために誤差が大きくなったものと考えられる。実際、誤差が大きいのは、大きめの大臼歯を想定した曲率半径が6 mm のクラスプである。しかしながら、平均誤差は4%であり、0.25 mm のアンダーカットをとる場合の誤差は0.01 mm となり、通常の大臼歯および小白歯を鉤歯とした場合には臨床的に問題はないものと考えられる。

総 括

以前報告した曲率角度が120°、曲率半径が4 mm の小白歯のクラスプの曲げ剛性を表す近似式に、曲率角度と曲率半径をパラメータとして加えることにより適用範囲を拡張した。その結果、クラスプの形態を表すすべての因子(クラスプの曲率半径、曲率角度、taper、金属のヤング率および断面形態)をパラメータとして、クラスプの曲げ剛性と形態との関係を定量化する近似式を得た。

文 献

- 1) 奥野善彦：キャストクラスプの形態と維持力。阪大歯学誌, 28, 155-166, 1968.
- 2) Bates, J.F.: The mechanical properties of the cobalt-chromium alloys and their relationship to partial denture design. *Br. Dent. J.*, 119, 389-396, 1965.
- 3) 山賀 保：鑄造鉤に関する力学的研究—鉤腕の力学的性質ならびに維持力に影響する因子について—。補綴誌, 23, 271-287, 1979.
- 4) Nokubi, T., Ono, T., Morimitsu, R., Nagashima, T. and Okuno, Y.: Development of a rational fabricating system for cast clasps. *J. Osaka Univ. Dent. Soc.*, 27, 175-187, 1987.
- 5) Yuasa, Y., Sato, Y., Ohkawa, S., Nagasawa, T. and Tsuru, H.: Finite element analysis between clasp dimension and flexibility. *J. Dent. Res.*, 69, 1664-1668, 1990.
- 6) Morris, H.F. and Asgar, K.: Physical properties and microstructure of four new commercial partial denture alloys. *J. Prosthet. Dent.*, 3, 387-394, 1976.
- 7) 益田森治, 室田忠雄：工業塑性力学。養賢堂, 東京, 94-105, 1980.
- 8) 戸川隼人：マイコンによる有限要素解析。培風館, 東京, 249-268, 1982.
- 9) Timoshenko, S.P.: Strength of materials. Part 1: Elementary theory and problems, 3rd ed., D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1955. 鶴戸口英善, 国尾 武訳：チモシェンコ 材料力学 上巻。東京図書, 東京, 144-147, 1957.
- 10) Henderson, D. and Steffel, V.L.: McCracken's removable partial prosthodontics, 5th ed., C.V. Mosby Co., Saint Louis, 68-69, 1977.
- 11) Renner, R.P. and Boucher, L.J.: Removable partial dentures, Quintessence Pub. Co., Chicago, 83-84, 1987.
- 12) 奥野善彦：有床義歯技工学。医歯薬出版, 東京, 11-12, 1978.
- 13) 関根 弘, 岸 正孝, 小宮山彌太郎, 安達 康, 大沢 勤, 根岸康雄, 阪本道世, 上平一晴, 矢崎秀昭：鑄造鉤におけるアームと所用アンダーカット量との関係について。補綴誌, 23, 537-544, 1979.