

複断面開水路乱流の三次元数値解析

Calculation of Three-Dimensional Turbulent Flows in a Compound Open Channel

長岡技術科学大学建設系 正員 河原 能久
 東京大学工学部 正員 玉井 信行

1. はじめに

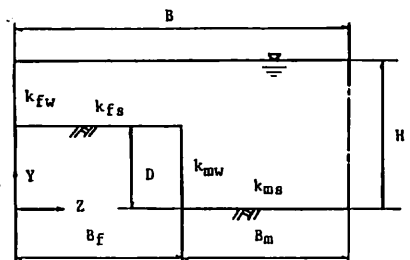
我が国の河川においては中下流域で複断面形状を採っている例が多い。従来の研究から、複断面開水路流れは低水路と高水敷との境界部付近で強い三次元性を示すことが知られている。すなわち、低水路側壁に沿う顕著な湧昇流が存在すること¹⁾、境界部付近の水面には大規模な渦が観測され川幅方向の運動量交換が盛んであること²⁾等である。このような横断面内の運動量輸送は洪水の疎通能力や土砂輸送、境界部付近の護岸等に多大な影響を及ぼすことと考えられる。しかしながら、流れ場の理論的解析は殆ど行われていない。これは解析的手法によって流れの強い三次元性や断面形状、粗度の影響を取り扱うことが困難なことが一因と考えられる。

一方、近年コンピュータの性能の飛躍的な向上と非線形連立方程式の数値解析方法の発達に伴い、乱流モデルが発展させられてきている。この中には $k-\epsilon$ モデルに代表される二方程式モデルや代数的応力モデル (Algebraic Stress Model)、応力方程式モデル (Stress Equation Model) 等がある。隅角部の流れに見られるようなプラントルの第二種二次流を再現するためには代数的応力モデル以上のレベルのモデルが必要であることが知られている。実際、代数的応力モデルは長方形や台形の断面形状を有する管路流れや開水路流れへ適用されて有用な知見を与えている。^{3), 4)} 乱流モデルを使用することの利点は、同一のモデルで種々の流れ場を計算することができ、しかもある程度信頼しうる結果を得ることができることにある。

本研究は長方形断面のような角度 90° の隅角部の他に 270° の角度の高水敷先端をもつ複断面流れに対して代数的応力モデルの一つであるLaunder-Yingモデル^{3), 5)}を用い、主流、二次流、壁面剪断応力等を同時に算出する三次元数値解析手法の開発を行うものである。

2. 解析対象と座標系

解析の対象とする水路の横断面形状と座標系とを図-1に示す。横断面形状については左右対称な高水敷を有する場合と片側のみに高水敷をもつ場合とを取り扱うことができるようにした。また、粗度の変化を考慮できるようにした。座標軸は主流方向にX軸、底面に垂直方向にY軸、平行方向にZ軸を採っている。ここでは速度等の横断面内分布を測定している今本・久下¹⁾の実験結果に対応した計算を行う。



3. 基礎方程式

密度の一定な定常流れを取り扱う。基礎方程式は連続の式、レイノルズ方程式、乱れエネルギー(k)及びその逸散率(ϵ)の各輸送方程式である。未知量を ϕ とすると各保存方程式は以下のように表現できる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i}) = s_\phi \quad (1)$$

各保存方程式に対して、 ϕ , Γ , s_ϕ は次のようになる。

$$\phi = 1, \quad \Gamma = 0, \quad s_\phi = 0 \quad (2)$$

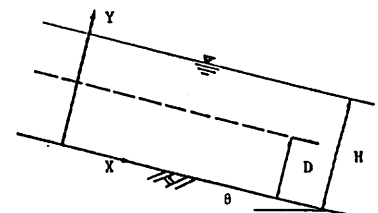


図-1 解析対象と座標系

$$\phi = u, \quad \Gamma = \nu + \nu_t, \quad s_0 = g \sin \theta - \frac{d}{dx} \left(\frac{\bar{p}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{xy}}{\rho} - \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau_{xz}}{\rho} - \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\phi = v, \quad \Gamma = \nu, \quad s_0 = g \cos \theta - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tau_{yy}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\tau_{yz}}{\rho} \quad (4)$$

$$\phi = w, \quad \Gamma = \nu, \quad s_0 = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tau_{yz}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\tau_{zz}}{\rho} \quad (5)$$

$$\phi = k, \quad \Gamma = \nu + \nu_t / \sigma_k, \quad s_0 = P - \varepsilon \quad (6)$$

$$\phi = \varepsilon, \quad \Gamma = \nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon, \quad s_0 = (c_1 P - c_2 \varepsilon) \varepsilon / k \quad (7)$$

さらに

$$\nu_t = c_D \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad P = \frac{\tau_{ii}}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (8)$$

ここで, x_i, u_i ($i=1\sim 3$) は座標軸 x, y, z 及び平均流速 u, v, w に対応する. ρ は流体の密度, ν は動粘性係数, θ は河床勾配, g は重力加速度を表す. なお, 解析対象を X 方向の流速が卓越する流れとしているため, 上式においてレイノルズ応力の x 方向微分の項を無視している. また, X 方向の圧力勾配は断面平均圧力 (\bar{p}) の勾配に置き換えられている.

第二種二次流に対する代数的応力モデルはLaunder-Ying⁵⁾により提案され, Gessner-Emery⁶⁾, 中山等³⁾によって拡張された. このモデルではレイノルズ応力を以下のように表現する.

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{xy}}{\rho} &= 2 \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - c'_{v_0} k, & \frac{\tau_{yx}}{\rho} &= \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & \frac{\tau_{xz}}{\rho} &= \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{\tau_{yy}}{\rho} &= c' \nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - c'_k k, & \frac{\tau_{zz}}{\rho} &= c' \nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - c'_k k, & & \\ \frac{\tau_{yz}}{\rho} &= c' \nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) & & & & \end{aligned} \quad (9)$$

式(6)~(9)中の定数には以下の値を与えた.

$$c_D = 0.09, \quad c'_{v_0} = 0.915, \quad c'_k = 0.522, \quad c' = 0.0185, \quad c_1 = 1.44, \quad c_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 0.9, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (10)$$

境界条件は壁面, 水面及び対称面にて与える. 壁面近傍では壁法則が成立するとし, 最近傍の格子点では乱れエネルギーが局所平衡状態にあるとした. すなわち, 最近傍の格子点において, 壁面に沿う速度を V_w , その方向の摩擦速度を V_* , 格子点から壁面までの距離を y_w , 乱れエネルギーを k_w , その逸散率を ε_w とすると, それらが次式の関係を満たすようにした.

$$\begin{aligned} V_w / V_* &= 1 / \kappa \cdot \log(E \cdot V_* y_w / \nu), & E &= \exp(\kappa B) \\ B &= 8.5 - 5.57 \log_{10}(1.0 + 3.31 / Re_k), & Re_k &= V_* k_s / \nu \\ k_w &= V_*^2 / \sqrt{c_D}, & \varepsilon_w &= V_*^3 / \kappa y_w \end{aligned} \quad (11)$$

壁面粗度は相当粗度高さ (k_s) の形で扱い, 粗さのレイノルズ数の大きさにより対数則中の定数が変化するとした. 長方形断面の槽粗度を主流方向に設置した風洞実験の結果⁷⁾によれば, 槽粗度の壁面近傍には流速が対数則に従う領域が存在することが確認されている. 従って, 複断面境界部の壁面近傍においても上記の境界条件は成立すると仮定できよう. 自由水面の近傍では乱れエネルギーが減少すると共に, 特性長さスケールも変化する. しかし, 現在のところこの条件を合理的に定式化するには至っておらず, ここではすべての変数に対して対称面と同様に扱う.

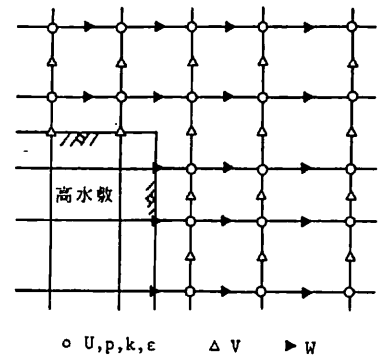


図-2 横断面内の格子点配置

入口ではすべての変数に一様条件を課した。

4. 数値解析法

格子点配置は図-2のようであり、スタガードメッシュを用いている。保存方程式(1)の離散化はPatankar-Spalding²⁾による微小なコントロールボリュームに関する積分操作により行われた。また、収束には連続の式を満足させつつ圧力と速度を緩和しながら解くSIMPLEアルゴリズムを用いた。計算手順は基本的にはPatankar-Spalding³⁾と同一である。

計算においては、断面寸法、水深、相当粗度高さ、河床勾配、流量を与え、流れが充分発達すると考えられる距離(径深の400倍程度)まで計算した。

5. 計算結果と考察

5.1 今本一久下の実験結果¹⁾との比較

今本等は左右対称な高水敷をもつ複断面開水路流れについてホットフィルム流速計により平均流とレイノルズ応力を計測した。ここで比較に用いるデータの断面諸元は $B=20.0\text{cm}$, $B_m=8.0\text{cm}$, $H=5.6\text{cm}$, $D=3.2\text{cm}$, 底勾配 $1/500$ であり壁面は滑らかである。図-3は主流速度、二次流についての測定結果である。低水路内の二次流についてみると側壁に沿う上昇流、隅角部に向かう流れ、底面中央の上昇流等が存在することが確認される。また、高水敷上には一つのセル状パターンが示されている。図-4は計算結果の主流速度分布である。(a)はLaunder-Yingモデル(L-Yモデルと略す)による結果、(b)は $k-\epsilon$ モデルの計算値であり二次流の有無の影響を見ることが出来る。L-Yモデルを用いた計算値では高水敷先端の境界部や隅角部、低水路中央部、自由水面近傍でみられる等値線の湾曲をかなり良く再現している。k- ϵ モデルは等流状態での二次流を生成しないので、等値線は丸みを帯びている。L-Yモデルの方がk- ϵ モデルより実験値に近い。実験値と計算値との大きさが異なるのは摩擦速度の値の違いによる。図-5は二次流についての計算結果を矢線で示している。計算結果は低水路側壁に沿う上昇流や高水敷上のセル状のパターンを再現している。しかし、低水路内には大きなセル状パターンが存在しており、隅角部に特徴的なセル状パターンは小さくなっている。低水路底面中央には微弱ながら上昇流が存在し主流速度分布を変化させている。図-6は乱れエネルギーについての実験結果を示したものであ

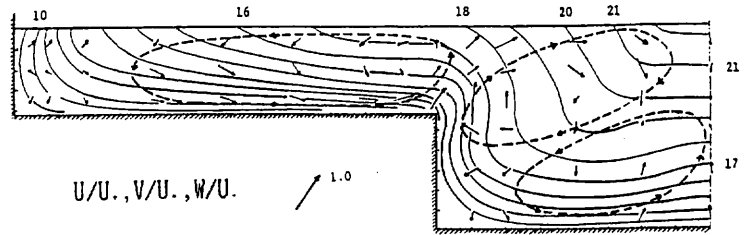


図-3 平均流速分布の実験結果¹⁾

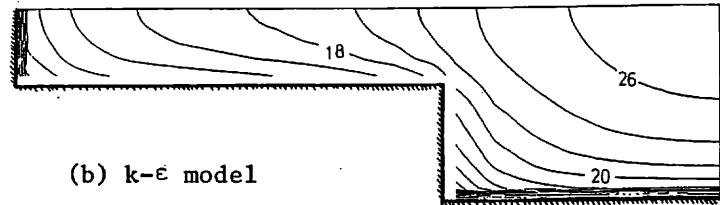
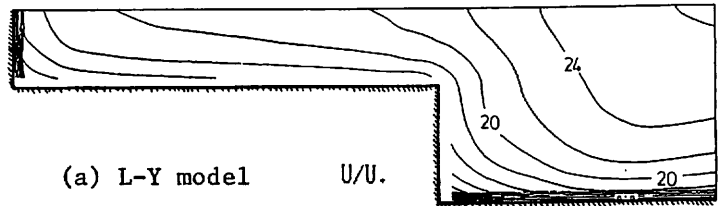


図-4 主流速度分布の計算結果

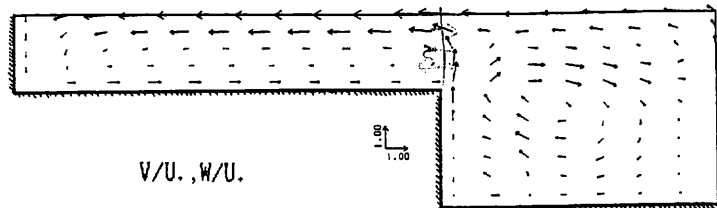


図-5 二次流速分布の計算結果

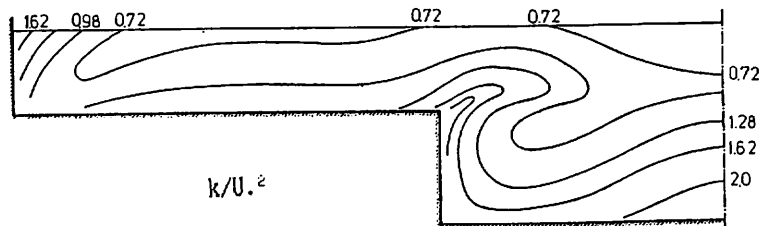


図-6 乱れエネルギー分布の実験結果¹⁾

る。乱れエネルギー分布は二次流の影響を強く反映し複雑な形状を示している。高い乱れエネルギーの領域が高水敷先端近傍と低水路底面中央付近に広がっている。図-7は乱れエネルギーの計算結果である。L-Yモデルによる計算結果(a)は高水敷先端最近傍を除いて実験結果に見られる特徴をかなり再現している。一方、 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果(b)では乱れエネルギー分布の概形を与えるものの詳細な点では実験結果と異なる。図-8(a)、(b)にはそれぞれレイノルズ応力 τ_{x_1} 、 τ_{x_2} の計算結果を示す。 τ_{x_1} の等値線は高水敷上では底面に平行に近い形状をなしているが、高水敷先端から低水路内にかけて大きな剪断応力の領域が広がるとともにその下方には剪断応力の小さな範囲が形成されている。 τ_{x_2} についてみると、その大きな値の領域が低水路側壁から低水路内の水面に向かって伸びている。図-9には混合距離の分布を示す。これはL-Yモデルによる計算値であるが、 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果とはそれほど変わらず最近傍の壁面からの距離で決定されるような形状となっている。二次流の有無が壁面剪断応力分布に及ぼす影響を図-10に表している。L-Yモデルによる結果は二次流の影響を受け低水路隅角部と中央で小さくなり、高水敷上では一様分布に近くなっている。この傾向は他の研究者の報告⁹⁾と一致する。二次流により主流速度の等値線が高水敷底面に平行に近くなるとともに大きな流速値の等値線が高水敷側壁に接近するためである。 $k-\epsilon$ モデルによる結果との差異は境界部近傍と高水敷側壁において顕著である。

以上の結果より、複断面開水路流れの特徴は代数的応力モデル(L-Yモデル)によりかなり良好に再現されることが知られた。 $k-\epsilon$ モデルは第二種二次流を再現しないため諸量の分布形状までも検討する目的には不適當である。

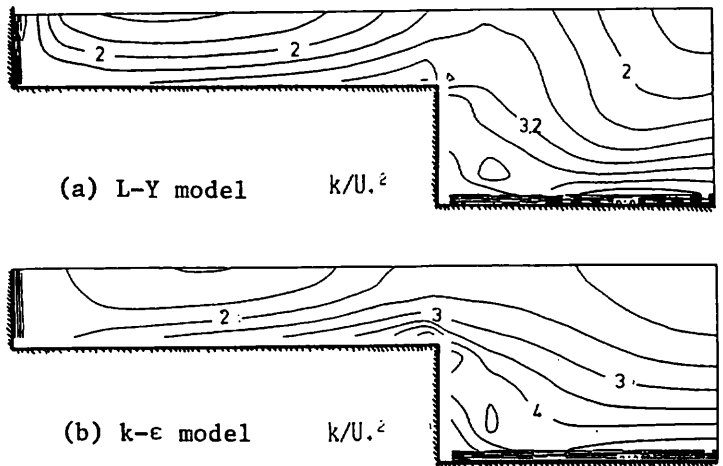


図-7 乱れエネルギー分布の計算結果

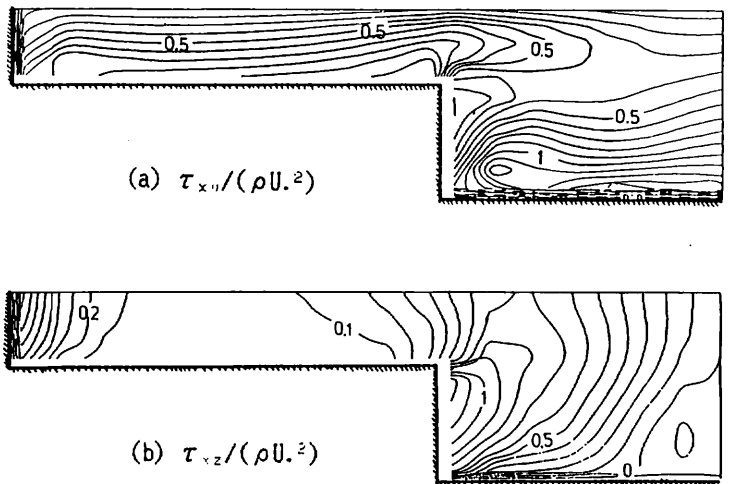


図-8 レイノルズ応力の計算結果

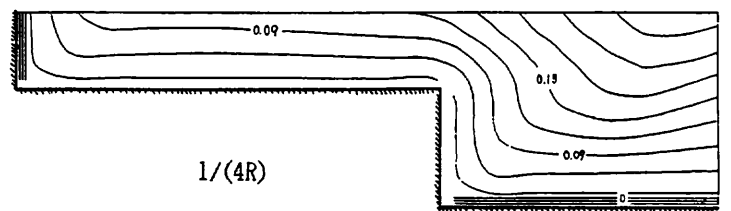


図-9 混合距離分布の計算結果

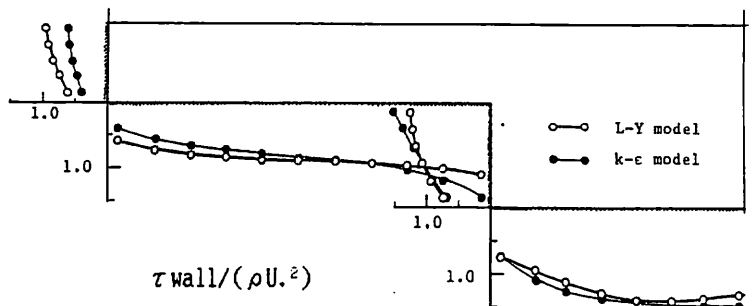


図-10 壁面剪断応力分布の比較

5. 2 乱れエネルギーの収支

今本等らの実験結果に対し、実験的に測定するのが難しい乱れエネルギーの収支を検討する。数値解析結果より以下の乱れエネルギーの輸送方程式の各項の大きさの分布を調べた。

$$\begin{aligned} & [-u \cdot \nabla k] + [\nabla \cdot (\Gamma \nabla k)] + \\ & \text{conv.} \quad \text{diff.} \\ & [P] + [-\varepsilon] = 0 \quad (12) \\ & \text{prod.} \quad \text{diss.} \end{aligned}$$

図-11 (a) ~ (d) にそれぞれ移流、拡散、生成、逸散の大きさを表している。図より、移流と拡散、生成と逸散とがそれぞれ似た分布形をしていることが知られる。高水数先端付近や隅角部を除いて生成項と逸散項とがほぼ釣り合うという関係が得られる。この図より、前述の乱れエネルギーが高水数先端で小さくなった理由は生成項が小さいためであり移流項が過小に評価されたためではないと考えられる。

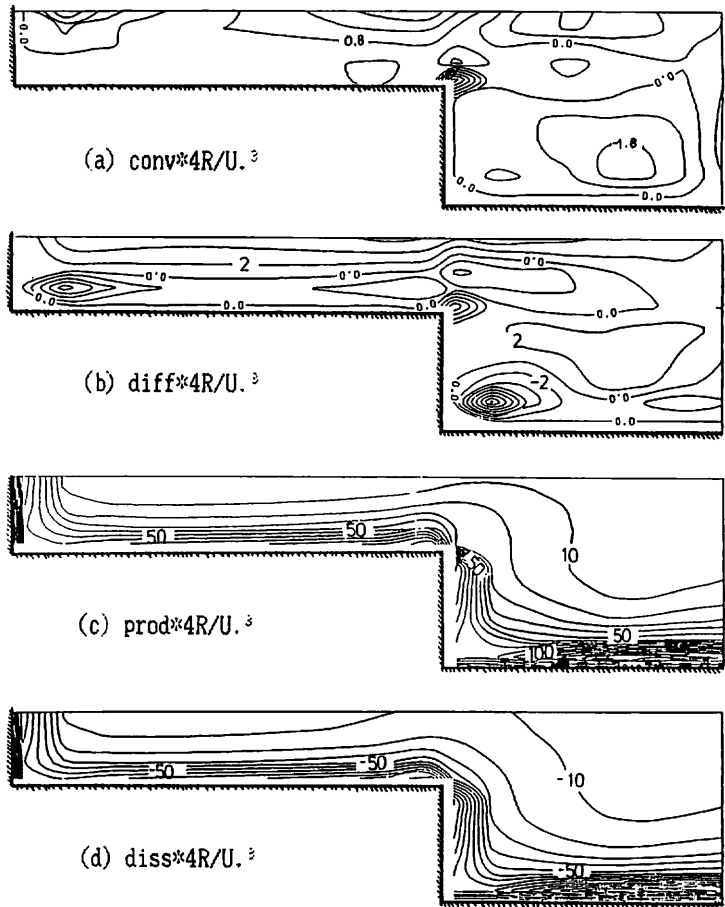


図-11 乱れエネルギーの収支

6. 結語

複断面開水路乱流の三次元流れ場を代数的応力モデル (Launder-Ying モデル) を用いて解析する手法を開発した。今本等の実験結果へ適用し平均流、二次流等にみられる特徴の多くを良好に再現することを確認した。

今後、断面形状や粗度を変化させそれらが流れ場へ及ぼす影響を検討する予定である。

本研究の一部は昭和60年度文部省科学研究費一般研究 (B) (代表者: 玉井信行) の補助により行われたことを付記し謝意を表わします。

参考文献

- 1) 今本博健・久下俊夫(1974): 京都大学防災研究所年報, 第17号B, 665-679.
- 2) 玉井信行・河原能久(1981): 第25回水理講演会論文集, 113-118.
- 3) 中山 顕・Chow W.L.・Sharma D.(1983): 日本機械学会論文集B編, 49巻447号, 2259-2567.
- 4) Naot, D., and Rodi, W.(1982): J. Hydr. Eng., ASCE, Vol.112, No.2, 357-361.
- 5) Launder, B.E., and Ying, W.M.(1973): Heat Fluid Flow, Vol.3, No.2, 115-121
- 6) Gessner, F.B., and Emery, A.F.(1976): Trans. ASME, J. Fluid Eng., Vol.98, 261-268.
- 7) 古屋善正ほか3名(1975): 日本機械学会論文集第2部, 41巻350号, 2878-2886.
- 8) Patankar, S.P., and Spalding, D.B.(1972): Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.15, 1787-1805.
- 9) Myers, W.R.C., and Elsayy, E.M.(1975): J. Hydr. Div., ASCE, Vol.101, No.HY7, 933-946.