子どもの数学観の拡張を目的とする 民族数学を利用した中学校教材の開発

16500550

平成16年度～平成17年度科学研究費補助金

（基盤研究（C)）研究成果報告書

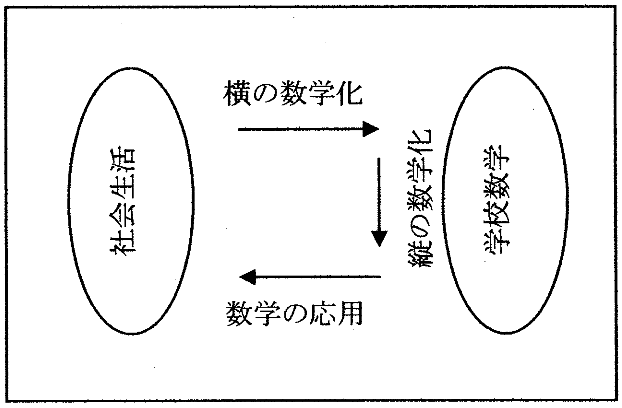
平成18年5月

研究代表者　馬　場　卓　也
広島大学　大学院国際協力研究科　助教授

はしがき

本報告書は、平成16年度より平成17年度にかけて、二ヵ年の科学研究費補助金（基盤研究（C）（2）課題番号16500550）を受けて行った「子どもの数学観の拡張を目的とする民族数学を利用した中学校教材の開発」の研究成果を報告するものである。

第三回国際理科数学教育調査（TIMSS,1995）によれば、日本の子どもたちは学習達成度を測るテストにおいて上位を占めるが、教科の好き嫌いを問う質問では、参加国中で最下位を占めている。この不均衡な状況は、情意的な側面がより継続的な影響を及ぼすがために、より深刻な社会問題である。子どもたちが数学を身近な存在と感じていないことが、上記の調査の中で、その原因とも言われる。そこで、長崎(1999)は、社会生活と学校数学を並立させた枠組みを基に、横への数学化と数学の応用という二つの方向性を包含する「数学と社会をつなげる力」という観点から研究に取り組んだ。



本研究の目的は、この枠組みに対して、各国の社会・文化の中に見られる多様な民族数学を利用して、子どもたちの数学観を豊かにすることを目指して中学校教材の開発することである。ここで中学校を選出した理由は、算数から数学への移行期にあたり、抽象度が急に増し、それが数学嫌いに拍車をかけていると考えられるからである。事実TIMSSによれば、大好きと好きの合計が、小学4年71%に対して、中学2年48%となっている。

教材開発を行っていくために、本研究では次の3点を行った：
1）理論的研究として既存の民族数学研究に対して反省を加えて、動詞型カリキュラムを提案する。2）Bishop(1991)の六つ普遍的な数学的活動に基づき、様々な民族数学の題材を集める。3)民族数学に基づく中学校数学教育教材 (各年次3教材) を開発する。そこでは横への数学化－民族数学の中に見られる数学的性質の発見－から縦への数学化－より深い数学的性質への深化－への移行を視野に入れた教材作りを行う。

民族数学研究は、多文化を背景とする国で盛んに研究が為されている。ところが数学教育への応用が求められているにもかかわらず、その具体化はようやく端緒についたばかりである。Pompeu（1992）、Gerdes（1988）、Presmeg（1998）などが数少ない事例である。本研究ではそれを具体化することに加えて、中学校という算数から数学への移行期を取り扱うために、横の数学化から縦の数学化への移行を射程に入れた教材開発を行う。その意味では研究分担者の岩崎の推進する特定領域研究における「算数から数学への移行」を扱う展開研究にもなっている。

本取り組みを通して、子どもたちは、数学的な理論の深まりと同時に、数学の中に社会

的なつながりを見出し、数学を躍動的に捉えることができるような教材開発の基礎的研究となることを期待する。

平成18年5月
研究代表者　馬場卓也

【研究組織】

研究代表者：　馬場卓也　（広島大学・大学院国際協力研究科・助教授）
研究分担者：　岩崎秀樹　（広島大学・大学院教育学研究科・教授）
研究分担者：　渡辺信　（東海大学・海洋学部・助教授）

【研究経費】

交付決定額(配分額)　　（単位　千円）

	直接経費	間接経費	合計
平成16年度	1,500	0	1,500
平成17年度	600	0	600
総計	2,100	0	2,100

【研究発表】

【関連業績】

Baba,T., Iwasaki,H. "Intersection of Critical Mathematics Education and Ethnic mathematics", *Journal of Inner Mongolia Normal University* 19, 2006, pp.77-84.

馬場卓也「「動詞型カリキュラムの基礎的考察(1)」 - 学習指導要領の動詞による分析を通して - 」全国数学教育学会第23回研究発表会、2006年1月28・29日、熊本大学.

【その他の業績】

馬場卓也「『数学的な考え方』から見た日本の数学教育の文化論」,『数学教育学研究』12, 2006年(印刷中).

馬場卓也、重松敬一、小川義和、熊野善介、平川幸子「米国調査（学校社会班）から見た日本の数学教育の検討」,『数学教育学研究』12, 2006年(印刷中).

馬場卓也、小島路生「授業研究」,『日本の教育経験 - 途上国の教育開発を考える』(国際協力機構国際協力総合研修所編著）東信堂,2005年, pp.271-283.

清水静海、磯田正美、大久保和義、馬場卓也監修『算数・数学授業研究』,明治図書, 2005年.

二宮裕之、岩崎秀樹、岡崎正和、山口武志、馬場卓也、植田敦三「数学教育における記号論的連鎖に関する考察 - Wittmann の教授単元の分析を通して - 」,『愛媛大学教育学部紀要』,52(1),2005年,pp.139-152.

馬場卓也、中村聡「バングラデシュ国初等理数科における教授的力量の評価枠組み構築に向けた授業の立体的考察」『国際教育協力論集』8(2),2005年,pp.63-74.

アーネスト・コフィ・デイビス、馬場卓也「The impact of In-service Teacher Training Through an Outreach Program on the Content Knowledge of Basic School mathematics Teachers in Ghana」,『数学教育学研究』11, 2005年, pp. 241-257.

Baba, T. (edits) *International Comparative Studies on Influence of Teachers' Views about Education on Mathematics Lesson at Primary Schools,* 2004-2006 Scientific Research Fund International Research (b) (2) First Year Report, June 2005.

馬場卓也、柾本伸悦「バングラデシュ国小学校算数の事例を通した教育の質的側面についての考察」『国際教育協力論集』7(2),2004年,pp.56-67.

章立て

1．民族数学を応用した数学教育展開の哲学的な背景

1-1 はじめに

1984 年アデレードで開催された第四回数学教育国際会議(ICME)で、「民族数学」は産声を上げる。それを取り上げたのは D'Ambrosio であり、その視野には、数学に社会･文化的視座から接近しようとしていた研究者たちの課題意識が収められていたと思われる。だからこそ、その後の多産な研究(Ascher;1991, Gerdes;1988,1990)が可能だったのであり、次のような基本的な問題提起もなされたのだと考えられる。

《民族数学的活動は、実践全体の中に‘埋め込まれて’いるので、その置かれている状況を越えて思考する際の道具とはならず、当該の実践を批判的に考察する基礎としては機能しない。一方、その実践の場における数学的な側面を検証するということは、密接に結びついた他の側面から、数学的な要素だけを取り出して、眺めることを要求している。つまり、数学的活動と実践との融合関係が、民族数学と一般的な思考の育成を目指す学校数学との差異を際だたせている。》(Keitel, 1997, p.19)

つまり、民族数学的活動は生活実践と不可分な関係にあるため、そこでは数学的活動の意味や方法を取りたてて考察する必要は無い。しかし学校数学では、それを意識化し反省するところから教育的な営為が始まる。そのため民族数学の課題は、学校数学との比較で次のようにまとめられる。

「民族数学は自分自身の言葉で自分を記述することができない」
「民族数学の実践者は、民族数学を意識しているわけではない」
「民族数学と学校数学は、本来その目的を異にする」

本研究では上の 3 つの問題点を分析・考察することで、従来一方的に西洋数学を批判する立場にあった民族数学に、自己言及的な方向性と構造的な強度をもたらすことを目的とする。そのための方法論として、批判的数学教育を取り上げる。その視座から教育的含意に富んだ民族数学を再構築できると考えるからである。またこのことは同時に、批判的数学教育の内容を民族数学で豊かにすることも意味している。その結果、数学を文化的位相で捉えなおし、意味ある数学的活動を展開するという、今日的課題に応えるものと考えている。

以上を纏めると、ここでの目的は、

Keitel の指摘する批判的数学教育と、民族数学を双方向的に考察すること
民族数学が数学教育に有用な示唆を与える前提条件を考察すること

の 2 点になる。

1-2　批判的数学教育

Keitel はその批判的数学教育(1997)の中で、Skovsmose を様々な角度から引用している。研究歴を見ても、Keitel の思想的背景をなしていると考えられるので、ここではむしろ Skovsmose に焦点を当てながら批判的数学教育を考察する。

批判的教育は、ハーバーマスに代表されるフランクフルト学派の批判理論の流れをくむ教育理論であり、批判的市民精神の形成を目指す教育実践を展開している。実際北ヨーロッパや、ドイツでは広汎に教育現場でその制度化が進められている。しかしその実践において、数学は除外される傾向が強かった。Skovsmose(1985)は、数学教育に批判的教育理論を採り入れることの重要性を次のように指摘している。

> 《もし、数学教育が生徒を技術社会に順応させるだけで、批判的な態度の芽を摘み取ってしまうのならば、数学教育に批判的精神を導くことは不可欠な仕事になる。》(p.338)

本研究では「批判」について直接論じるのではなく、「批判」を構成する基本的要素を検討しながら、批判的数学教育の目標を明らかにしておきたい。批判的教育では次の 3 点の形成が重視される。批判的数学教育でも同様だが、問題はむしろこれらの能力、感覚、意識を数学科でどのように形あるものに発展させ、啓培するかということである。

批判的能力 critical competence
批判的距離感覚 critical distance
社会的参加意識 critical engagement

上記の 3 点は批判的精神を構成する支柱と言ってよい。批判的能力は主体を確立する場を指し、批判的距離感覚は主客を臨む姿勢を指し、社会的参加意識は社会実践を展望する視座を指すものと考えられる。図示すれば、下のような意識の広がりや、思考の具体化が、批判的教育の授業過程に収められていると言えよう。

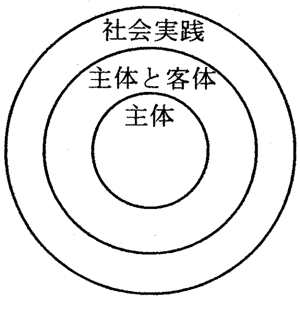


図 1-1　批判的数学教育の視点

言語学的な譬えを持ち出せば、統語論(syntactics)、意味論(semantics)、語用論(pragmatics)という展開を、批判的教育はその精神として内蔵しているようにみえる。こうした精神は教科固有の内容や、局所的な精神能力の拡充にとどまるものではなく、学習形態として教科の総合や統合を押し進めることになる。Skovsmose はこれを学習の「テーマ化」あるいは「プロジェクト化」と呼ぶが、自国デンマークの実践例で次のように説明している(1994)。

(テーマ化の実践例)

対象は、10歳から11歳の子どもたちで、2名の教師と協力して、毎週6時間の授業をテーマ化の方略を用いて、2ヶ月間行なった。主テーマは「子どもの世界における経済的関係」で、副テーマは「お小遣い」「児童手当」「子ども会の用具を購入する費用」の3つであった。この3つの副テーマの関係を表現するために、まず3つの同心円を描き、一番内側の円には子ども自身を、二番目の円には家族の一員としての子どもを、一番外側の円には社会の一員としての子どもを位置づけ、それぞれの円に上の副テーマを対応させた。

さらにこれらの副テーマは幾つかの単元に細分されている。一例を挙げれば、「お小遣い」「貯金して買い物」「給料」が最初の副テーマに対応している。

この題材を通して子どもは、用事をしてお小遣いをもらうことの是非、適正な給料とはいくらを指すのか、子ども会のための物品を購入する計画の立案などを、議論や、日記の形で表現するよう求められる。

この例で見られるように、批判的数学教育では子どもを仮想的現実の中に置くことを通して、問題を自分との関係で幾層にも捉えさせ、そこに内在する数学の社会的意味に注意を払わせるという数学教育を展開している。そこでは‘数学’に固有な価値が探求されているわけではなく、むしろ「子どもの世界における経済的関係」を明確にする道具として数学が捉えられている。そのため道具としての数学にまで批判的ではありえない。

子どもを取り巻く現実に対して、批判的視座から数学教育を展開することの重要性は、現代社会においてますます増加している。実際 Keitel は、《コンピュータや電卓の出現によって、数学は社会の表面から消え去り、目に付かないようになってきている：つまり、社会の数学化が進めば進むほど、その成員の脱数学化に拍車がかかる》(1997,p.2)と、現代社会の問題点を指摘し、そこに批判的数学教育の重要性を見ている。

しかし例えば、数学教育において難しい方程式を教えることに終始していては、この水面下にある数学が持つ社会的意味に対して洞察を深めることは難しい。つまり、社会的意味を批判的に検証する過程では、子どもが自分の中で数学の意味を再構成していくようにしなければならない。そのためには出来合いの数学ではなく、日常生活にすでにしみ込んでいる数学を明確にする作業が重要になってくる。したがって、民族数学の視点は批判的

数学教育を補完する研究として必要になると、考えられる。

1-3　民族数学

「民族数学」という語によって、各文化における数学的活動を指示している場合があれば、その活動を分析・考察する研究を指している場合もある。

《「民族数学」は、ある実践並びにその実践の研究を指している。本研究において、我々は「民族数学」をこの両方の意味で用いる。しかし、この言葉が一定の教育的な概念や研究の視座を含んでいると、我々は基本的に考えている。》(Vithal&Skovsmose,1997, p.133)

本研究においても、特に実践とその研究という意味での 2 つの「民族数学」を使い分けずにおく。必要が生じた場合には、「数学的活動」と「民族数学研究」として区別する。

Gerdes(1994,1996)
「民族数学」という言葉によって包括される以前の数学的活動の数々を取り上げて、以下のように分類している。
現地の数学
社会数学
非公式の数学
社会文化的環境における数学
自発的数学
口承数学
被抑圧者の数学
非標準的数学
隠されたまたは凍結された数学
民衆(folk)数学
人々(people)の数学
技術の中に記号化された数学
暗示的または素人の数学

種々の数学的活動が民族数学に統合される一方で、各テーマの構造的な連関を明確にする研究が最近出てきている。そのうち、Bishop と Vithal & Skovsmose は民族数学研究を次のように分類している。

Bishop (1994, p.15)

a)文化人類学的手法による伝統的文化における数学的知識の研究。

b)歴史的方向を持った、非西洋諸国における数学的知識の研究。

c)社会心理学的強調を持つ、社会における異なる集団の数学的知識の研究。

Vithal & Skovsmose (1997, p.134-135)

a)伝統的数学史を批判的に検討する研究。

b)植民地化された国における、伝統的文化の数学的実践に関する研究。

c)日常場面における、種々の社会集団の数学的知識の発生に関する研究。

d)民族数学と数学教育の関係の研究。

両者の民族数学研究の分類は、項目だての数こそ異なれ、ほぼ同じといってよい。なぜなら数学教育者の Bishop にとって、Vithal&Skovsmose の指摘する d)は言うまでもないことと思われる。しかし Vithal&Skovsmose が、がその他の研究の総合の契機となるべきと言いながら、同時にこの領域の研究は十分になされていないと総括している点は重要であろう。数学教育研究は本来、実践的方向性と思想性を持つものであり、その意味で民族数学研究に明確な実践かつ批判的な思想性をもたらすことは、d)にとって不可欠となろう。

ここで「民族数学」という語の生みの親 D'Ambrosio の言葉を借りると、

《民族数学プログラムとは、数学教育学と密接に関連した数学史、数理哲学に関する研究プログラムのことである。》(1994)

ということで、教育との関連の重要性を指摘している。つまり数学教育の展開をより広範に図るための思想的基盤を、民族数学の総合的研究に求めているのだと言える。

そこで、このテーマに沿った研究(Gerdes,1988, 1990; Knijnik,1993)を、以下に 2 つ紹介したい。

(Gerdes の教材例)

Gerdes (1990)は Tchokwe[1] の人々の描く砂絵 Sona を取り上げて、数学教育の題材としてカリキュラムに応用する可能性を考察している。

この砂絵をうまく描くために絵師は工夫を凝らさなければならない。きれいに掃いた地面にまず指先で等間隔に一連の点を打ち、それを用いて絵を描いていくというものである。何行何列の点を打つかというのは、何を主題として話したいかということに依存している。例えば図 は、'追いかけられた鶏が地面に残した足跡'を表している。

[1] Tchokwe はアンゴラの北東部ルンダに住む人々のことで、人口は約百万人である。元は狩猟民族であったが、17 世紀半ば以降定住し農耕を始めた。Tchokwe の人々はきれいなマット、かご、陶芸、壁絵等の装飾芸術で非常に有名である。

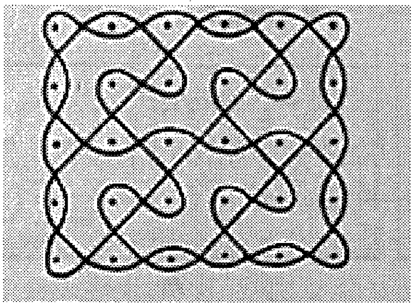


図 1-2　砂絵 Sona

多くの Sona は対称性（線対称、回転対称）と一筆書きという制約の下で描かれている。そして Sona に含意された規則性から、算術的関係、数列、相似性といった種々の数学的概念が、解きほぐされる。

Gerdes はアフリカ文化における数学的活動をカリキュラムに応用することで、文化的価値の再興や数学教育研究における新分野の創出を目論んでいる。

（Knijnik の実践例）

Knijnik (1993) は、ブラジル南部の農村の学校において、民族数学を学校数学に接続しようと試みている。そこでは社会的変化をもたらす方法論的アプローチとして民衆教育を捉えており、民族数学的アプローチと呼ばれる教授法もその中に位置づけられている。

下に挙げた表は、ブラジルにおける教員養成の授業の中で、学生[2]から得られた結果である。

表 1-1　農民と学校数学の言葉の比較

農民の言葉	学校数学の言葉
ここに４つの塀に囲まれた土地があります。	ここに凸型の四角形があります。
最初にこの塀の全てを足します。	最初にこの四角形の周の長さを求めます。
次にその合計を４で割ります。	次に周の長さを４で割ります。
最後にこの答えを自身とかけ合わせます。	最後に、周の長さを４で割って得られた辺の長さを持つ正方形の面積を求めます。
これがこの土地の面積です。	これが凸型四角形の周の長さから得られた正方形の面積です。

2　現実は社会的事情により、正規の訓練を受けていない人がすでに教えており、この人たちを再訓練するコースに参加している学生を指す。

この教授実践の意図するところは、次のように述べられている。

《この教授学的実践はたんに農民の数学的活動を救済するためのものではない。それを解釈し理解させることで、学生に自分たちの方法が持つ限界に気づかせて、なぜ厳密でないにもかかわらず農民によってこれらの方法が用いられているのか、という理由にも思い至らせる。》

そして、Gerdesの‘文化的意識化’にも言及し、《民衆による数学的活動を起点としながらもそれを乗り越えていくことで、「統合的知識」(synthesis-knowledge) の誕生》(Knijnik, 1993, p.259) を目指している。

要するに、農民が自らの数学的活動を題材として取り上げることで、潜在的な問題を表面化させ、意識するようになることを、ここでは企図している。そして、この問題意識が共有されることで、数学的活動の新しい局面が展開する可能性が見えてくる、ということである。

つまりこれら 2 つの例では、批判的数学教育において、道具として批判の対象になりえなかった数学自身に関する考察を前提としている。このように数学を批判的に見る中に、民族数学の独自性は遺憾なく発揮されており、幾多の例によって具体的に展開されている。しかし、民族数学にも形式化における弱点があり、それを指摘しているのが冒頭の Keitel の言葉である。そこで次節では、批判的数学教育と民族数学の 2 つを双方向的に検討して、各々の理論的問題点を明確にした上で、相互に補完しうることを示したい。

1-4　批判的数学教育と民族数学の双方向的考察

民族数学と批判的数学教育は双方ともに、現在の数学教育に対して批判性を有しているものの、その出自を辿れば、前者は開発途上国の問題を背景に、後者は先進国の問題を背景にしている。本研究では、数学的活動を豊富に含む民族数学にその軸足を置きながらも、両者を同時に考察するが、単純に異同について比較するだけではなく、双方向的に考察する。

哲学的方法としての双方向的考察

数学教育に限らず、2 つもしくはそれ以上の理論を目的に応じて随意組み合わせることは非常に危険である。それは本来導入したい改善点のみならず、それらが持つ問題点まで持ち込む危険性があるにもかかわらず、多くの場合問題点の方にはあまり頓着しないために、議論の基盤が非常に怪しいためである。したがってここで述べる双方向的考察も類似の問題を持ちかねないので、慎重に考察を進めなければならない。

ここで言う双方向的考察は、一方を主としながら、他方を鏡のように用いることによって、その主が死角とするところを明らかにしようと言う方向性を持っている。したがって

単に 2 つのものを併せるというよりも、一つのものをより完全な形にするために、もう一方を用いるという形である。つまりこの双方向的考察は、ともすれば自家撞着に陥りかねない理論を、他を批判するとともに、自らも他によって照射しようという目的を持つものである。そのことを通して、理論的な強度を増し、その弱点を最初から意識して取り組むことができる。

まず、Vithal&Skovsmose の立場から民族数学と批判的数学教育の関係について論じる。

> 《民族数学は、近代化理論[3]に含意される文化的帝国主義に対する反応と捉えることができる。 ...
>
> 批判的数学教育も近代化理論への反応と捉えることができるが、しかしこの場合は高度な技術社会内部からの反応としてである。》(Vithal& Skovsmose, 1997, p.132)

つまり、民族数学と批判的数学教育は近代化理論に対する反応という共通項を持ちながら、前者は文化的背景を持つのに対して、後者は政治的背景を持つ、ということである。

日本では、戦後の復興時、そして続く二桁の経済成長追求時に、追いつけ追い越せのスローガンの下、日本的な社会というものを意識することなしに、近代化を進めてきた。そこで、社会文化と数学をつなげるということは、その点に立ち戻って、考える方向性を有している。近代社会が前提としてきた仮定に批判を加えるという共通の基盤に立っている。同時に、死角となっている部分を互いに補う作用を持っていると言える。

次に、数学教育に焦点を絞って、民族数学と批判的数学教育の双方向の考察を行ないたい。

民族数学より見た現在の数学教育及び批判的数学教育の批判的考察

Nebres が批判したように、世界にこれほど多様な社会が広がるにもかかわらず、現在の数学教育は驚くほど近似している。それは教育が本来的に持つ社会性・文化性を考えた時に不自然なほどである。Nebres はその点を指摘して、科学や技術を志向する西洋数学に基づく数学教育のみならず、万人にとっての教養と思考力の養成としての民族数学に基づく数学教育を提案している。

さらに、批判的数学教育を民族数学の視点より考察したい。それは、批判的能力、批判的距離感覚、社会的参加意識を仮定しながら、同時にそれらの健全な形成を目標としている。また、批判的数学教育は既成の数学を前提にしながら、その数学の社会的用法に批判的であることを目標としている。

こうした自家撞着に対して、自己言及という教育装置が作動し、その矛盾を回避することは可能で、あろうが、民族数学という具体を自己言及という機能に置き換えるなら、次

---

3 近代化理論においては、長期間の下からの近代化過程をもった西欧諸国と上からの近代化を余儀なくされた後発諸国や旧植民地は、まったく別な歴史発展のコースをたどりつつ最終的に同じゴールに到達するものと仮定されていた。(加藤他, 1988)

のような処方箋が批判的数学教育に対して示される。

一番目の批判的能力では、批判のための内的基準を保有していることが必要である。生徒が、学校数学と日々の活動に密着した数学に反省を加えることで、批判的能力が強化される。

また、二番目の批判的距離感覚とはこの場合‘カリキュラムと距離’を置くことを示し、そのためには当該の数学とは異なる数学が手元になければならない。つまり、自分たちの取り扱う数学を別の観点から考察する必要があり、民族数学はその観点を例証してくれる。

例えばAscher(1991)は、

> 《他文化への理解を深めていく時、自文化にとって何が固有で、また何が固有でないかを知り、別の経路を辿ったとするとどのようなものを作り得たかを参照することで、自文化をより深く理解するのである。結局時空に対する我々の概念は単に我々の考えであって、客観的事実ではない。そして、空間における物を表現する唯一の正しい方法というのは存在しないし、その中身を理解するための構図を描く唯一正しい方法というのも存在しない》(pp.186-187)

とし、具体的にエスキモーInuitにおける空間認識の例として、下の絵図を挙げている。ここでは、透視法や遠近法という西洋的技法とは異なる、空間を把握・表現する方法が示されている。

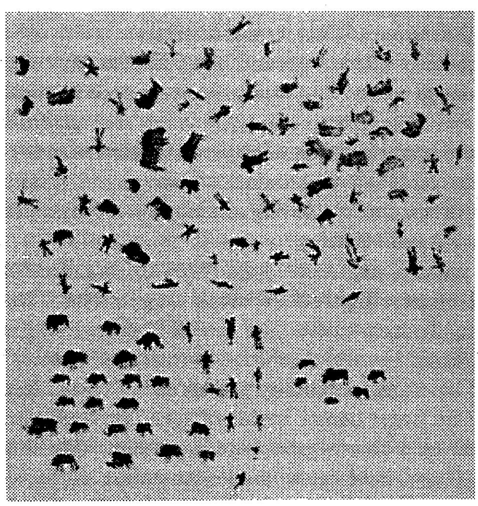


図 1-3　Inuit の狩猟の絵

第三の要素である社会的参加意識とは‘教室外へ意識’を向けることを指している。少数者による文化的主張である民族数学の場に身を置くことは、必然的にそのような意識を持つことを示している。

批判的数学教育より見た民族数学の批判的考察

民族数学と同様、現行の数学教育を批判する中で生まれて来た批判的数学教育であるが、その視点から見れば、民族数学も批判の対象となる。すなわち、民族数学には過去や自文化の単なる美化に繋がりかねない危うさを秘めていることを指摘している。そしてそのような教育は結果として、自己陶酔や相手側のみを批判する弱さ、もしくは自己を批判的に検証する装置がない弱さについて指摘されている。そこでは民族数学は本当に数学なのかをいう声さえも聞かれる。

民族数学はその出自より、西洋数学にたいして当然批判的立場をとるが、冒頭に挙げたKeitel(1997)による問題提起のうち最初の2つは、民族数学に自己言及的であることを求めている。これに対しGerdesは、民族数学の創造者が対象と向き合う姿勢を教育の中に持ち込むことで、応えようとしている。

> 《民族数学を実践している人は'数学'をしているわけではないが、民族数学の創造者(達)は　'数学'をしていた。そして教育の中で、子どもたちはこの創造者のように'数学'を創造するよう励まされる。》(Gerdes, 1988, pp.140-141)

つまり民族数学の実践者は、文化の一部としての自らの活動を数学的に意識して行なっているわけではない。しかし、民族数学が教育活動にかかわるためには、単にこの実践者としての立場ではなく、「実践を対象化してみる」創造者の立場からの視点が必要となってくる。

例えば前節の例に挙げたSonaには、停滞することなく完全な絵を描くための方法－あらかじめ砂の上に長方形の形に並んだ一群の点を打つ－が存在する。それによって、'絵を描く'ことが、何行何列かの'点を打つ'こととその'点を回るアルゴリズム'に転換される。このような方法は、多数の'絵を描く'だけで生まれるものではなく、その過程を意識して考察する必要がある。ここに教育が介在する意義が出てくる。よって民族数学が自身を批判的に検証することは、'民族数学が教育に関わること'に密接に関係しており、Keitelの提示した最後の問題に対する解答もその中に包摂されている、と考える。

次に、批判的数学教育の3つの基本的要素を用いて、Gerdes(1988)とKnijnik(1993)の研究における民族数学を考察する。上に述べているGerdesの立場は子どもの批判的能力(critical competence)を認めて、創造者の立場から数学をするように、励ますというものである。ここでは民族数学と距離を保って見る(critical distance)ことが暗黙の内に求められている。また前節で取り上げたKnijnikの実践例は、農民の民族数学を学校数学と照らし合わせて、双方から距離を保ち(critical distance)、その結果、自分たちの現在を乗り越えて行くことを示している。そこには当然教育の問題設定の仕方が関わっており、教育によって変革をもたらすという社会的問題意識(critical engagement)がある。

つまり、これらの民族数学研究の事例は、すでに批判的数学教育の観点をそれぞれ部分

的に内包している。そこでは、数学的活動を反省的に考察する方向性が見られ、又 3 つの基本的要素の幾つかは無意識に仮定されている。しかし、民族数学研究が一貫性を持って授業過程に応用されるには、ここで論じてきた批判的数学教育の観点を意識的、統合的に採り入れ「実践を対象化」し、その研究の構造的堅牢さを増す必要がある。

1-5 まとめ

本章の第一番目の目的である民族数学と批判的数学教育の双方向的考察を行なった。前者を方法とすることで、後者は形式ばかりか内容を確保する。また後者の 3 つの目標を前者に取り込むことで、教育により深く関与できることが分かった。このように互いに補完する関係にあることが分かった。

ここで、今一度民族数学に注目しながら、この二方向の考察について考えたい。一番目の考察は、民族数学を用いて批判的数学教育を批判的に考察しているので、'批判する方法としての民族数学' と呼べよう。これは西洋数学の批判的検証の中から生まれた民族数学の出自を考えれば、その真骨頂とするところで、西洋数学の中に埋め込まれた価値の一元性を中心に批判を展開してきた。その対比で考えると、民族数学さえ批判を免れ得ない。批判的数学教育という装置を用いながら、それは '批判される対象としての民族数学' と呼べる。

この点に関して、民族数学における自己の対象化は、本研究の第二番目の目的である「民族数学が数学教育に有用な示唆を与える前提条件」となることが導出された。これまで民族数学は批判する立場から論じられることが多かったが、数学教育においては自身を批判的に眺める観点が重要となってくる。

上記の 2 つの側面は民族数学を数学教育に展開する中で、分かち難く融合するべきである。これら方法と対象の両側面を考慮に入れることで、次の民族数学に基づく数学教育の統合的枠組みが下のように提示される。

(1) 民族数学で、数学または数学教育を批判的に見る。(方法としての民族数学)
  a) 内容的側面
  b) 社会的側面
(2) 民族数学を、批判的数学教育で批判的に見る。(対象としての民族数学)
  c) 内容的側面
  d) 社会的側面

ここで 2 つの側面の区別は、前節までの考察において明確に区別して論じてこなかった。例えば、先述の **Knijnik** の事例では社会的方向性の中に内容的方向性も吸収されるような形で論じている。しかし、数学教育という「教科」の特性を考慮するとき、これらの区別は重要となってくる。内容的側面とは学校数学の持つ特殊な形式性に関するものである。

例えば Bishop(1991)の‘6 つの普遍的活動’や Ascher (1991) の‘数学的考え’を考察する時、文化の見かけ上の違いを越えて、活動の中に潜む共通の数学性を考察することができる。他方、社会的側面とは数学の社会における使用法、価値などに関するものである。例えば批判的数学教育の中で取り上げた例では、この点に関して 3 つの観点から考察している。

2. 民族数学を利用した教材開発の原理

2-1 民族数学と西洋数学の比較

学校数学というのは、学校における教科、数学(算数)のために、数学者が長年構築してきた数学の体系から教材として持ち込んできたものを指している。元となった体系は、その直接の起源を西洋近代に持ち、したがってそれを西洋数学と呼ぶ。しかし学校数学は、その題材を民族数学に求めることも可能であり、その場合「学校数学」はある種の器を、「西洋数学」と「民族数学」はそこへ入れる内容物を指す。その意味で、これ以降は区別する。

前章で見てきたように、民族数学は従来の学校数学、ひいてはそこで題材となる西洋数学に対して、数学教育の異なる面もしくは異なる数学の存在を主張してきた。それは端的に言えば、活動の文脈性であるが、ここで民族数学と西洋数学の異同について調べ、両者の持つ特徴を明らかにしておきたい。

民族数学も西洋数学も「数学」という語を含んでいるので、当然この両者には共通する部分があり、数学的活動の普遍性(Bishop,1991)はその部分に関係している。ここでは両者の特徴を浮かび上がらせることが目的なので、両者の比較において異なる部分に注目したい。ところで、西洋数学も1つの民族数学という主張もあるが、Bishop(1991)のように、西洋数学はある種の普遍性を持つ特別な存在であると指摘する研究者も多い。

> 《Kpelleから西洋技術的教育への急速な変化を実現する必要性を強調することは、後者の先天的優位性を主張するものではない。基礎となる動機は、Kpelleを含む世界中の非技術的な人々が、改良を意図すること無しに西洋文化と緊密に接触した時に、生み出され、増大しつつある搾取と悲惨に渡り合って行く方法を必要としている。》(Gay&Cole,1967)

> 《西洋化された数学的技術的社会とその類型的文化(MT)に生まれそれと対立を持たないと仮定される若い人々の数学教育について論じた(1988)。・・・MT文化は異なる文化的形式を意識化することを通して、数学が文化に基づく知識であると理解するとともに、文化的一致の一般的な教育的仮定は無効となる。》(Bishop,1994)

この二つの研究の間には30年近い年月が経過しているが、状況はあまり変化していないことが分かる。一方で西洋数学の持つ卓越した力を認めると同時に、数学教育の中ではそれのみではなく、文化的要素を考える必要性も指摘している。それを、（数学文化とは）異なる文化形式と呼んでいるが、ほぼ民族数学を指していると解釈してよいだろう。

そこで上述の文脈について少し考察を深めたい。従来の学校数学では西洋数学を基に展開してきたが、それは活動を反省し、抽象化することで特定の文脈に拘束されることなく、転移の可能性を追求してきたから、と言える。ここで転移は、「一つの文脈で可能なことが、似たような他の文脈で可能になること」を指す。例えば、一、二桁の足し算ができれ

ば同じ原理を用いて三桁の足し算ができること、自然数の掛け算ができれば同じ原理を少し拡張して、小数の掛け算ができること、などを指す。人間には、時間的、物理的な制限があって、全ての場合を逐一学習することは不可能である。したがって、この転移を可能にする思考の力は、学習の目的であり、その内容や方法でもある。その意味で、学習の本質を担っている。

ところが、転移が重視されすぎると全ての場面がたった一つの公式で説明され、具体的な場面は背景へ遠く退いてしまう。そこでは個々の場面との関連性、そして個人にとっての具体性や意味などが極端に軽視される危険性がある。つまり意味が無くてもゲーム感覚で、数字遊びができてしまう。それは数学の本質であり、強さであると共に、同時に多くの数学学習者にとって致命的となる可能性さえあるだろう。

したがって、この両者 - 民族数学と西洋数学 - の特徴に注目すれば、前者は環境における特定場面と結びついて目的、対象、方法の全てが具体的であり、後者は記号の体系と呼ばれるように、数学的な概念や関係が記号によってあらわされ、非常に抽象的である。言い換えれば、前者の活動はその場面に張り付いたままであるのに対して、後者は、いくつもの場面における活動またはその成果からある性質を抽いてきている。その意味で、各々を一次的活動、二次的活動と呼べるだろう。しかし厳密に言えば、もちろん場面に張り付いているかどうか、抽象的かどうかは相対的である。例えばSonaの砂絵は私たちにとって非常に抽象的に見える模様であるし、現在の図柄になる前には、歴史的に何度も活動が反省され、改善されてきたのであろう。とは言ってもそれは生活上の場面と密接に結びついており、ある意味での生活上の要請にしたがっている。

以上より、次の表が得られる。

表 2-1　民族数学と西洋数学

	民族数学	西洋数学
活動の目的	生活、生産、娯楽など	理論的展開
活動の対象	具体的、物理的環境	具体的、物理的環境に働きかけた成果(操作、記号、概念、関係など)
活動の方法	活動の反復	活動の反省(抽象化、一般化)
活動の特徴	一次的活動	二次的活動
	文脈依存性	転移可能性

このように見ると、民族数学は学習の場である文脈を提供できるのに対して、西洋数学はその後の学習過程にかかわる活動の抽象化・脱文脈化に長けている。また前章で枠組み、方法としての民族数学と対象としての民族数学との関係で述べれば、文脈性豊かな民族数学は現在の数学教育に対して批判的な視線を投げかけるだろうし、西洋数学から見れば、構造的な展開は民族数学の教育的展開を考察する上で一番欠けている点である。

2-2 民族数学的活動に基づく動詞型カリキュラムの構想

さて、民族数学には、その豊かな文脈性に結び付けられる特殊性と、Bishop の述べる普遍性とが見られたが、これら双方を数学教育の中で活かしていく方法が求められている。後者の普遍性に注目するときに、見かけ上は異なる動作であるにもかかわらず、同じ活動たとえば〈数える〉と呼ばれることは何を意味するのであろうか。数えるに関連付けられる様々な活動には、それらに共通する性質が見られるはずである。この性質を〈数える〉に関連する「数学性」と呼ぶならば、民族数学を数学教育の中で取り上げることは、文脈性を活かすことに加えて、その中に内在する数学性を浮かび上がらせる装置が求められることを指している。この装置について考察するために、まず準備をしたい。

カリキュラム中でも学習指導要領は、達成すべき目標としての知識が配列、構造化されている。ところが、獲得されるべき知識、そしてそれを少しでも早く確実に得ることができる技法に注意が傾きがちになる。近年この傾向が批判的に検証され、知識を得ようとする過程にある考え方や、関心・意欲・態度というその態度的側面が注目を集めている。ここで求めようとするのは、これらの視点に立つカリキュラムの構成原理である。

知識は名詞の形で表現されるので、その獲得を最終的目標とするという意味で、前者を名詞型カリキュラムと呼ぶとき、後者では、動詞であらわされる活動の習得を目的として、その中で知識や技能の習得を含めて様々な数学的経験を目論む。そしてこのようなカリキュラムを、動詞によって表現されるという意味で、動詞型カリキュラムと呼ぶ。

例えば、「足し算」、「引き算」、「和」、「位」、「十進法」などの名詞は、領域「数と計算」において活動〈数える〉の結果として得られる知識を表している。それに対して、「合わせて数える」、「取り除いて数える」、「数えた結果を呼ぶ」、「10 を一まとめにして表す」などの動詞は、知識を得る活動を表している。双方が重要であることは間違いない。しかし、上述の動詞型カリキュラムでは、知識が導かれる活動を経験することと、その過程に内包される考え方や態度が重視される。その意味で、カリキュラムの名詞型、動詞型という呼び名は、それぞれの重点の置きように由来している。

さて、上の考察に戻りたい。カリキュラムをここで言うように分類する時、名詞型では、活動の結果得られたもの - 知識 - に重点があるので、数学教育で活動を取り上げる際もその活動は一過的でもよいが、動詞型カリキュラムにおいては活動そのものに注目するので、活動の細部、つまり目標、対象、方法、場所などが、重要となってくる。したがって動詞型カリキュラムが具体的な数学的活動として、子どもの文化環境にある民族数学を求めるのは自然な方向性と言える。また民族数学から見れば、このように活動に注目することが、上で問題となっていた普遍性と特殊性を数学教育の中で同時に取り上げることを、可能にしてくれる。さらに、活動の深化に注目することで、民族数学に潜在していた数学性を浮かび上がらせてくることができる。

要するに、動詞型カリキュラムにおける活動に文脈を与えるのが民族数学で、民族数学

に構造と展開を与えるのが動詞型カリキュラムである。両者は相互補完的な関係にあり、一体となって民族数学に基づく数学教育が実現する。ただし、具体的な場面の持つ統合力に注目するときは民族数学が、数学的な活動の展開・深化に注目するときは動詞型カリキュラムが、前面に浮かび上がってくる。

2-3　動詞型カリキュラム構成原理 1：活動の持つ文脈性

民族数学における環境への働きかけ

動詞型カリキュラムでは、活動に力点が置かれているので、活動が単に導入のみに使われるのではなく、教育の内実を形成しなければならない。その意味で、子どもたちの身近に見られるということが、活動にとって重要な役割を果たす。また活動は、知識の抽象という方向性のみでなく、獲得した知識を他の場面へ応用するという再文脈化という方向性でも、重要な役割を担う。

ところが子どものおかれている環境は国や地域によって随分と様相が異なる。農業が主体の地域、商業や工業が主体の地域、または放牧を生業としている地域もあるだろう。それぞれの地域では、世代を超え時間をかけて営まれてきた生活上の知恵や習慣が蓄積されて文化を形成しており、本研究で取り上げる民族数学はこれらの中に展開する数学と言える。つまり、このような文化内に見られる、環境に対する働きかけ - 数学的活動 - がそれである。

6 つの普遍的な活動

このように文化と密接なつながりのある民族数学は、それぞれの環境に合わせて営まれてきた結果、現在のように様々な形態の活動を展開してきた。ところがその表面上の違いにもかかわらず、それらに通底する特徴があることが指摘された(Bishop,1991)。つまり、6 つの普遍的活動（Counting, Measuring, Locating, Designing, Explaining, Playing）がそれである。ここでの普遍性は、文化的豊かさを否定するものではなく、豊かさを認めた上で背後にある共通部分を指している。

Cole(2002)による文脈の考察

本研究ではこのような普遍性に貫かれた多様性を特徴とする民族数学に注目している。

この多様な豊かさを教授＝学習の営みの中で用いるために、ここでは文脈という概念に注目する。文化心理学者 Cole は従来の文脈観では、その中に位置する主体は環境から影響を受けるのみで、一方向的であったことを指摘している。この従来の見方に立てば、人は単に一方向的に環境から影響受ける受動的な存在でしかなくなるため、その教育的な意味は非常に限定的となってしまう。このような一方向的な文脈観に対して、デューイのシチュエーションにも言及した上で、Cole はこの限定を乗り越えていく文脈解釈を求めている。シチュエーションと、ここで言う文脈は、次の二点でほぼ同じものを指している。まず一連の流れ中で切り離された場面としてではなく主体と環境がまとまりをもっていること、また双方向的に影響しあうことという意味である。

《非常に多くの文化人類学者、社会学者、文化研究者たちが、現在、人間の思考について論じるのに実践の考えを持ち出す。それらに違いがあるにせよ、全ての説明で中心となっているのは、取り囲むものとしての文脈の概念と、共に織り込むものとしての文脈の概念を組み合わせたものに近いものをつくりだそうという試みである。》(p.191)

ここで、取り囲むものとしての文脈の概念は従来の考え方で、それに加えて共に織り込むものとしての文脈観が求められている。Cole のこの文脈観は、元をただせば Vygotsky とその後継者の考えに大きな示唆を得ている。彼らロシアの文化心理学者たちは、個人と人工物による議論とそれに並んで生じる環境との構造的な関係を、基礎的媒介三角形を用いて表している(図)。個人（主体）が対象に直接働きかけることを、自然的機能と呼び、主体－対象の関係を表す。それに対して、文化的（媒介的）機能は、人工物を通して働きかけることを示している。この中に文化的要素がすでに含まれているが、文化心理学者たちは、このモデルには文化による複雑な影響が十分に反映されていないとし、これに共同体、規則、労働の分業という下位システムを加えている。

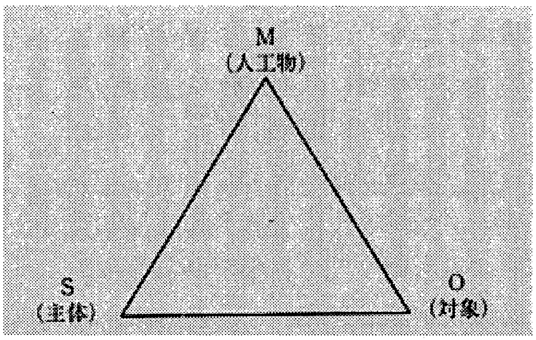


図 2-1　基礎的な媒介三角形(p.165)

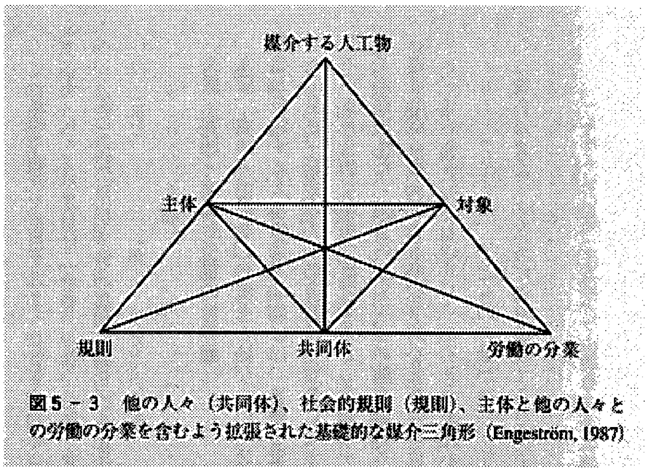


図 2-2　拡張された基礎的な媒介三角形(p.195)

《対象／環境、テキスト／文脈が定義される超個人的「外皮」に関して、文化を人工物のシステムとして、精神を、人工物を通して媒介される行動の過程として特徴付けた。このアプローチによって、文化の概念を媒介物として、そして文脈の概念を、取り込むものとして同時に共に織り込むものとして用いることが可能となる。また、このアプローチによって、社会とその制度の巨視的な極と、個々の人間の思考や行為の微視的な水準を自然に結びつけることのできる基礎的な分析単位を得ることができる。》(p.198)

文脈と文化的道具

したがって文脈は、これらの下位システムと基礎的な媒介三角形とを含めた総体を指している。この新しい捉え方によれば、民族数学は媒介する人工物であり、主体が働きかける対象である。さらに民族数学は、その共同体で行われる際の労働や、ある種の規則も含むので、下支えする文化的システムを含めて三角形の総体を形成している。

このような民族数学を数学教育へ適用することは、単に社会的、文化的実践を教室内で繰り返すのではなく、脱文脈化を通して、その中から数学的な構造を浮かび上がらせることを示している。しかもこの抽出された数学的な構造は、民族数学とつながりを持つと共に、元の文脈との対比で精査されるであろう。

例えば、市場における空き缶で豆を測定する活動は、最初のきっかけを提供してくれる。これを授業の中で取り上げることは、その測定活動に内在する数学的な構造を導くことを求めている。それと同時に、現実の文化的実践との対比で、この構造また構造を抽出する脱文脈化の意味が問い直されなければならない。

2-4 動詞型カリキュラム構成原理 2：活動の批判的考察

批判的考察の諸成分

上記の文脈の概念において、民族数学を対象として主体が働きかける部分と、民族数学を媒介にして、現行の数学教育を再吟味する部分とがあることを見てきた。このことは、前章で批判的数学教育と民族数学との双方向で既に考察してきたことに連なる。つまり、(1) 民族数学で、数学または数学教育を批判的に見る。(方法としての民族数学) と (2) 民族数学を、批判的数学教育で批判的に見る。(対象としての民族数学) である。

この民族数学を学校数学に取り上げていくには、従来の学校数学の中で取り上げられてきた西洋数学と対比的に、そして特殊性と普遍性の双方より考察していく必要がある。民族数学の導入によって、これまでの数学教育に新たな視点を取り込んでいくとともに、民族数学を対象化していく枠組みが求められており、そこで動詞型カリキュラムを提案した。これらを踏まえて、民族数学を用いた数学教育を整理するために、上記の文脈モデルを用いれば、関係を次のように表すことができる。

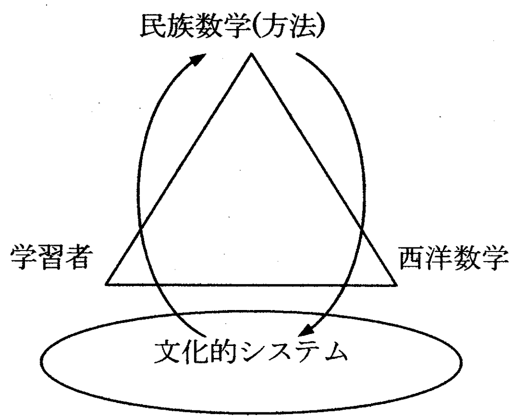


図 2-3　民族数学と批判的数学教育

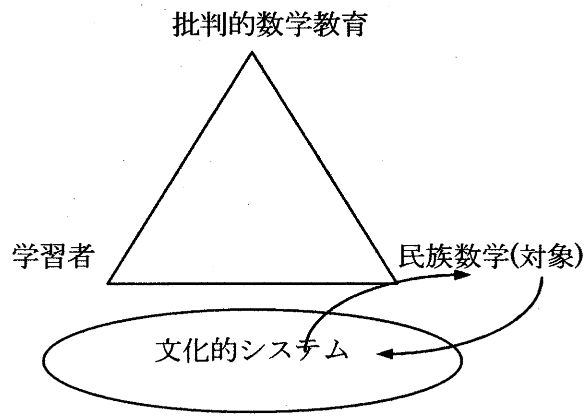


図 2-4　文脈と批判的考察(1)(筆者作成)

これらを学習者と民族数学を基点として整理すれば、さらに図 2-5 が得られる。

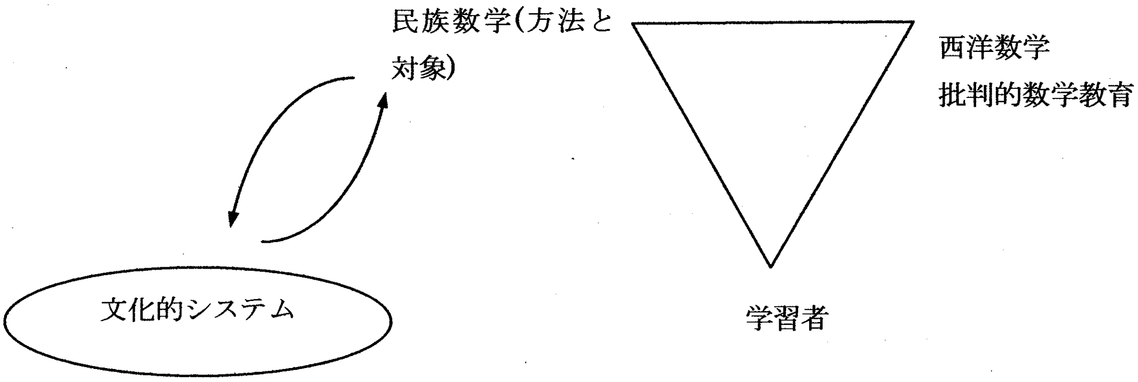


図 2-5　文脈と批判的考察(2)(筆者作成)

さて方法と対象を一つのモデルの中に統合したが、上の枠組みでは数学的方向性と社会的方向性が見られていた。ここでは、この 2 つの方向性について考察する。

数学的方向性

民族数学の実践者は、文化内に埋め込まれた活動を自然に行っている際には、それを意識していない。ところが学校教育では、その活動を意識的に行なうことによって、活動の持つ意味や方法を問い直すことが求められている。この両者 - 民族数学と学校教育 - の関係が、それを数学教育へ応用する上での最大の課題であり、可能性であることが指摘される。民族数学の持つ文脈を取り込み、内在する数学的構造を浮かび上がらせることが、それを対象としたときの数学的方向性である。その意味では、次に上げる活動の構造化と密接に関わっている。

他方、民族数学を方法とした際の数学的方向性は、西洋数学に対して向けられる。つまり既に形式化・抽象化されたものとして提示される数学に対して、具体的に他文化の中に見られる文脈に富む数学を持ち出すことで、異なる形の形式化・脱文脈化の可能性を考えようというものである。

社会的方向性

さて、民族数学の「民族」という言葉の用い方や、また伝統文化という意味で過去を指向する教育姿勢に対して、厳しい批判が出されてきた。ここでは、民族数学が実践される、そして教育の中で民族数学が用いられる社会的な意味について考察する必要がある。

また西洋数学の用いられ方に関しては、批判的数学教育が積極的に批判している領域であるが、民族数学は具体的で文脈に富んだ数学的活動を提供することで、この批判性を具体化している。

2-5　動詞型カリキュラム構成原理 3：活動の構造化

文脈性を豊かに含む民族数学の導入により、批判的数学教育や西洋数学との双方向的考察が求められるという、文脈性の原理と批判的考察の原理をここまで見てきた。後者の原理は、学校数学とは方向性の異なる民族数学を学校数学に取り込むことは、その中にある数学性を浮かび上がらせることを示していた。そこで、第三番目の原理として、民族数学を数学教育の中で展開する上での基盤を形成する原理 - 活動の構造化 - を挙げる。なぜなら動詞型カリキュラムでは、民族数学的活動を対象として考察し、活動を深めていくことを目指すので、その深化を推し進める装置が必要になってくる。活動の構造化は、その装置として機能する。

数学教育における活動の分類

数学教育の教授・学習過程においては、子どもと他者（教師）そして数学の三者が互いに関係しながら、教育の実際が展開している。ピアジェの認識論に基礎をおき、1980 年代に注目されるようになってきた構成主義ではとくに、この三者関係の中で子どもの活動に力点を置いた教授・学習論を展開している。そこでは操作は子どもの対象に対するはたらきかけ - 活動 - が内面化したものと捉えられ、数学はその操作が体系づけられたものとされている。

本研究で取り上げる動詞型カリキュラムも、この立場をとり子どもの活動という観点から、従来の学習指導要領を再構成したものである。そこで活動の具体的分析に入る前に、まずどのような活動が見られるか、活動の分類を行ない、その中で本研究の焦点となる部分を明らかにする。

第一に活動は、教室内外のそれに分けられる。教室内の活動は教師の活動と子どもの活動に大きく分けられ、それぞれが立つ、歩く、呼吸するといった通常の生活していく上での基本活動と、説明する、話し合う、数えるといった教授・学習活動に分けられる。他方、教室外の活動は、学校の内で教室以外の場所、校庭や図書室などでの活動、学校外の市場や広場などで行われる活動が含まれる。

子どもの学習活動に注目するのが本来の目的なので、特にその部分を細分化して考える必要がある。子どもの学習は、個人レベルで行なう活動とクラス全体もしくは班で行なう個人間の活動に分けられ、個人レベルでの活動はさらに外から見て分かる活動（例：測定する）と外からは分からない人の内面で起きている活動（例：理解する）に分けられる。以上をまとめたものが、表 4-3 である。この分類を用いると、民族数学は教室外での活動であり、動詞型カリキュラムは民族数学を教室内での活動、特に子どもの数学的外面的活動で受け止め、個人間的活動*2を通して、内面的活動が誘発されることを表現しているカリキュラムである。

表 2-2　活動の分類

教室外活動				売る、遊ぶ
教室内活動	教師の活動	基本活動		立つ
		教授活動		説明する
	子どもの活動	基本活動		呼吸する
		学習活動	個人間的活動	話し合う等
			外面的活動	数える
			内面的活動	理解する

動詞の名詞化と活動の対象化

このように考える時、子どもの学習活動である、三種類の活動の関係はどのように捉える事ができるだろうか。日本での教室での実態を観察すれば、個人間活動は個人レベルでの活動が始まる時、行き詰まった時、考えをより精選する時に用いられている。その意味で、個人間活動は教授・学習過程の要所に表れて、個人における活動を刺激したり、まとめたりすることで、活動が次の段階へ移行することを促進する。学習指導要領に表れる動詞は、圧倒的に個人内の外面的活動が多いが、日本(1989)では内面的活動に分類されたものは51 個中 2 個含まれている。

個人間活動	
個人内内面的活動	個人内外面的活動

図 2-6　活動間の関係

さて、ここでは活動の構造化ということで、活動が深化する様子を動詞でどのように表現するのかを考察したい。例えば、日本の初等教育学習指導要領(1989)によれば、数領域一年次には、個数や順番を正しく「数える」、数を「用いる」、ものの個数を「表す」、数の概念について「理解」できる、数の大小について「知る」、一つの数をほかの数の和や差として「みる」、加法及び減法が「用いられる」などの動詞が含まれている。これらによって表される活動によって、個数や順序、大小、加法や減法などの名詞で表される知識が意識されるようになる。二年次には、数の表し方について「理解する」や加法及び減法についての理解を「深める」などとなる。三年次も二年次とほぼ同じであるが、加えて計算の仕方を「考える」となり、活動が深まっていく。

ここでは二つのことを注意しなければならない。一つは動詞自身の変化であり、もう一つは動詞が取る目的語(名詞)の変化である。動詞が取る目的語の中には、前の段階での動詞が名詞化したものがある。つまり次の段階の活動では、前の段階の活動が反省されることで深化することを示しており、動詞の名詞化がそのことを可能とする。例えば、「表し方」

というのは「表す」が名詞化し、その方法的側面を反省的に見ているのである。したがって「動詞の名詞化」と「活動の対象化」は、表裏一体の関係にある。

2-6　動詞型カリキュラムへの再構成

算数・数学的活動の展開

次にこの活動展開の過程について、学習指導要領(文部科学省,2003a, b)の A 領域「数と計算」を、動詞の視点より分析していきたい。ここでは「内容」(全文は資料参照)のことに対応する部分に注目し、数に関する動詞と計算に関する動詞に分けて表を作成した。

表 2-3　数と式の概念における動詞の列

	数える、等分する、表す	理解する、用いる	深める、伸ばす	一層深める
もの	ものの個数を数える(1) 具体的事物についてまとめて数える(1) 整理して表す(1) 具体的な事物を等分する(1)			
数・整数		数の意味について理解する(1) 数を用いる(1) 数の意味や表し方について理解する(2)	数を用いる能力を伸ばす(2) 数の表し方についての理解を深める(3) 整数の性質についての理解を深める(5) 記数法の考えを通して整数及び小数についての理解を深める(5)	整数が十進位取り記数法によって表されていることについての理解を一層深める(4) 整数の性質についての理解を一層深める(6)
小数		小数の意味とその表し方について理解する(4)	記数法の考えを通して整数及び小数についての理解を深める(5)	
分数		分数の意味とその表し方について理解する(4)	分数についての理解を深める(5)	分数についての理解を一層深める(6)

概数		概数について理解する(4) 目的に応じて概数を用いる(4)	概数についての理解を深める(5)	概数についての理解を一層深める(6)
正負の数	正負の数について具体的な活動(7)	正負の数を理解する(7)		
文字式	事象の中に数量の関係を見いだし、文字を用いて式に表現する(8)		式を活用する能力を伸ばす(8)	
平方根		正の数の平方根について理解し、それを用いる(9)		

注 カッコ内は学年を示す。中学生は小学生の学年を延長する形で、例えば中学一年は 7 年とした。

表 2-4 計算における動詞の列

	数える、等分する、表す	理解する、用いる、できる	深める、伸ばす	一層深める
もの	ものの個数を数える(1) 具体的事物についてまとめて数える(1) 整理して表す(1) 具体的な事物を等分する(1)			
整数の計算		加法及び減法の意味について理解する(1) 加法及び減法を用いる(1) 乗法の意味について理解する(2) 乗法を用いる(2) 加法及び減法の計算が確実にできる(3) 乗法の計算が確実に	加法及び減法についての理解を深める(2) 加法及び減法の計算を適切に用いる能力を伸ばす(3) 乗法についての理解を深める(3) 除法についての理解を深める(4) 乗法の計算が確実に	

		できる、適切に用いる(3) 除法の意味について理解する(3) 除法を用いる(3)	でき、適切に用いる能力を伸ばす(4)	
小数の計算		小数の加法及び減法の意味について理解する(4) 小数の加法及び減法を用いる(4) 記数法についての理解を計算などに有効に用いる(5)		
分数の計算		同分母の分数の加法及び減法の意味について理解し、適切に用いる(5) 異分母の分数の加法及び減法の意味について理解し、適切に用いる(6) 分数の乗法及び除法の意味について理解し、適切に用いる(6)		
正負の数の計算	正負の数について具体的な活動(7)	正負の数の四則計算ができる(7)		
文字式の計算	事象の中に数量の関係を見いだし、それを文字を用いて式に表現する(8)	文字を用いた式の四則計算ができる(8)		

注　カッコ内は学年を示す。中学生は小学生の学年を延長する形で、例えば中学一年は 7 年とした。

この二つの表を分析することで、次の 3 点が分かった。

・大きく数概念の形成と計算概念・能力の形成に分けられる。

・三つのタイプの変化が見られる。

これは、名詞、動詞、副詞の変化を指している。第一番目の名詞の変化は、表を縦に見ることに対応する。それは、例えば表 2 において、「数（整数）」、「小数」、「分数」、「概数」、「正負の数」、「文字式」、「平方根」とほぼ学年進行に添う形での変化である。概念が如何に拡張されていくのかを示している、と言える。第二番目の動詞の変化は、表を横に見ることに対応する。それは、「数える」、「表す」、「理解する」、「用いる」、「できる」、「深める」、「一層深める」という変化をし、対象を固定すれば、ほぼ数年間の中で集中的に起こっている。第三番目の副詞は、変化というよりも、動詞に付け加えられることで、その活動の程度の変化を示している。例えば、「適切に」、「確実に」、「有効に」、「一層」などがそれに当たる。

・名詞が変わっても、動詞の列には類似性が見られる。

上で述べた動詞の列に関しては、「整数」、「小数」、「分数」、「正負の数」、「文字式」、「平方根」という対象に対して、それぞれ横に見ていけば、ほぼ似た形での展開を見せている。

つまり、以上より分析結果として、次のような動詞の展開形が得られる。

「数える、等分する、表す→用いる、理解する→深める、伸ばす→一層深める」

例えば、「数の表わし方についての理解を深める」を例として考えてみると、それは四層に分けて考えることができる。つまり最初の対象は「数」であり、それに対して働きかけるのは活動〈表す〉で、次に「数の表わし方」に対し活動〈理解する〉、そして最後に「数の表し方を理解すること」が対象となり、活動〈深める〉が働きかけるという構造になっている。つまり前の活動を前提としながら、次に行われる活動が展開していく。

活動の深化の過程と対象化について

ここで動詞の展開について、活動の深まりの意味、その契機について考えていきたい。前章に見られたように、前の活動を対象として働きかけることを、「活動の対象化」と呼ぶ。ここで捉えようとしているのは、学習の進捗を示す活動の深化の過程であり、そこでは次の二つが重要な問いとなる。活動はどのような段階を通って深化するのか、何をきっかけとして次の段階に深まるのか。言い換えれば、動詞型カリキュラムの実現は、これらの問いを言葉（動詞）のレベルでどのように捉えられるのかということに依存する。そこで、活動の対象化をキーワードに分析していく。

活動の対象化

まず活動を対象化することは、言葉のレベルではどのように捉えられるのであろうか。活動に対して、働きかけを行なうには、活動を対象＝名詞にする必要がある。それには次

の三つの場合が考えられる。

第一に、活動の方法について問題とする場合が挙げられる。数学ではその思考のプロセスが記号によって表現され、思考の対象となるため、方法を取り上げるこの事例は数学教育の中核をなしている。それを実際の指導の中で受け止めて、様々な形での考え方を積極的に利用したのが、オープンエンドアプローチ（島田,1995）と言えるかもしれない。この場合の例として、「表わし方について理解する」、「計算の仕方を用いる」などが挙げられる。

次に、擬似動詞について考えたい。日本語は漢語から多くの言葉を取り入れた。今日では、「する」と末尾につく動詞も、一昔前ならば、末尾がなくても動詞としての役割を十分に果たした。例えば「理解」と「理解する」、「計算」と「計算する」、「経験」と「経験する」などが挙げられる。この擬似動詞を使った例として、「数を計算する」と、「数の計算について理解する」が挙げられるが、それらは共に計算について述べていながらも、考えている層が異なる。前者は単純に計算する活動を示しており、与えられた計算の答えが出ればよい。後者についてはその仕組みを知る必要があるので、メタレベルでの活動といえるだろう。

最後に、動詞の連用形が上げられる。動詞の連用形は擬似動詞と同じように、動詞的傾向を強く持つ名詞であるが、このタイプはそれほど多くはない。例えば、「(計算の) 確かめ」、「落ち」、「重なり」、「(関数の) 考え」があげられ、その用法も「計算の確かめをしたりする」などのように特定の場面に限定されている。

以上の事例は、連用形の場合を除き、活動に対する活動、つまり活動の対象化を表現していると言えるだろう。

活動〈関係付ける〉について

次に「深める」という動詞に注目したい。これは活動の深化を直接的に表現する言葉と言えるが、同時にこの語のみでは何が深められるのか、その内実は分かりにくい。そこで学習指導要領をより詳細に見ていくと、例えば、第三学年の「数の表し方について理解を深め」のところで、細目をみる時、「10 倍、100 倍したり 10 で割ったりした大きさの数及びその表し方について知ること」、「数の相対的な大きさについて理解を深めること」とあり、活動〈深める〉は、その多くが活動〈関係付ける〉に関わっていると言える。そこで以下、〈関係付ける〉に関わるものをあげる。

表 2-5　活動〈関係付ける〉に関連する表現

(1 年)	＊一つの数をほかの数の和や差としてみる ＊加法及びその逆の減法
(2 年)	＊数を十を単位としてみたり百を単位としてみたりする ＊一つの数をほかの数の積としてみる ＊加法と減法の相互関係
(3 年)	＊10 倍、100 倍したり 10 で割ったりした大きさの数及びその表し方について知

	ること ＊数の相対的大きさ ＊3 位数の加法及び減法が 2 位数などについての基本的な計算を基に ＊2 位数に 2 位数をかけたりする乗法の計算が乗法九九などの基本的な計算を基に ＊除法と乗法や減法との関係
(4 年)	＊除数が 1 位数で被除数が 2 位数の場合の計算が基本的な計算を基に ＊被除数、除数、商及び余りの間の関係 ＊単位分数の幾つ分か 伴って変わる 2 つの数量
(5 年)	＊10 倍、100 倍、1/10、1/100 などの大きさの数の関係 図形の構成要素の位置関係 直線や平面の並行及び垂直の関係 二つの数量の対応や変わり方
(6 年)	＊異種の二つの量の割合としてとらえられる数量 直線や平面の並行及び垂直の関係 伴って変わる二つの数量
(7 年)	＊数量などの関係や法則を ＊文字を用いて関係や法則を式に ＊方程式が等式の性質に基づいて解ける 空間における直線や平面の位置関係 二つの数量の変化や対応を 比例、反比例の関係を
(8 年)	関数関係 数量の関係を 円周角と中心角の関係を 二つの数量を
(9 年)	関数関係 二つの数量を

注　＊がついたものは、A 領域。

この表を見れば分かるように、直接的に「関係付ける」という動詞を用いる場合はないが、その数の多さや多様性から、活動〈関係付ける〉は数学教育において非常に重要な役割を果たしている NCTM(2000)と言えるだろう。

活動の方法化

活動が、活動の対象になるのみならず、その方法として働く場合もあり、そのような場

合として次の 5 つが見られた。ニュアンスはわずかに異なるが、活動が活動に対して働きかける方法となっており、つまりこれらの活動が複層的につながっている。

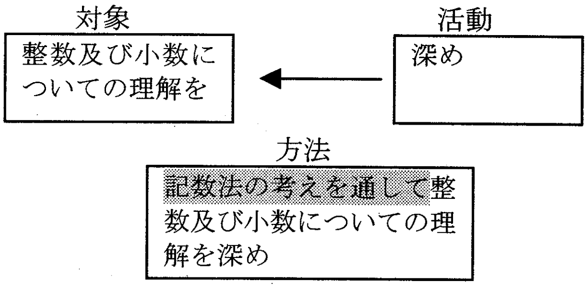


図 2-7

（活動）を通して、・・・する

「記数法の考えを通して整数及び小数についての理解を深め」(5 年)

・・・を用いて、・・・できる

「整数の除法の結果は、分数を用いると常に一つの数として表すことができる」(5 年)

・・・によって、・・・する

「対応などの操作によって、ものの個数を比べる」(1 年)

・・・を基にして、・・・できる

「それらの計算が一位数などについての基本的な計算を基にしてできる」(2 年)

・・・に着目して、・・・する

「図形を構成要素及びそれらの位置関係に着目して考察し」(3 年)

まとめ

以上より、動詞型カリキュラムの基礎となる動詞の列を見つけることができた。第 3 章の考察に見られるように、名詞型カリキュラムとの差異は、表を縦に見ることと横に見ることという仔細なものと認識されるかもしれない。しかし、冒頭に述べたように高度情報化社会の到来に伴い、名詞形で表される知識、すなわち情報の増大は計り知れず、新しい対象に柔軟に対応する活動習得に焦点を置く動詞型カリキュラムは、その重要性を増していると言える。もちろんそこでは、知識の重要性を否定しているわけではない。むしろ現有の知識を積極的に用いて、新しい活動に取り組むことは、奨励されるべきであろう。そのことは、知識（名詞）の相対性と道具性への着目と言えるだろう。このことが冒頭に掲げた「為すことを学ぶこと」と「知ることを学ぶこと」の相互性を示していると言えるだろう。

次の点が分かった。

(1)　小学校から中学校にかけての移行部分は、動詞に注目してみる限り、大きな差異はみられなかった。つまり対象は抽象的になり、表現はより複雑になるが、中学校における活動の深化の過程は、小学校のそれと類似のものが見られた。

(2)　表の中で、空白部分が見られる。もし活動の深化の過程に注目するならば、空白部分も含めて対応することが考えられるだろう。

(3)　活動〈関係付ける〉や活動の方法化のところに出てきたが、知識や活動間のつながりと構造化は重要な役割を果たしている。

３．民族数学事例と教材事例

3-1 普遍的数学的活動

数学と社会文化のつながりを持たせる

本来の数学は、社会的な営みの中から生み出されたものであり、その意味では数学は社会文化とつながりを持っていることは疑いの無いことである。他方、数学はその形成の歴史を通して、何重にも抽象化・記号化の過程を繰り返してきたので、他の学問分野と比較しても、記号化以前の姿を留めないほど抽象、記号化が発達している。さらに現代の数学は、それ以前の数学的な理論を再構成する中でより抽象度の高いものを作り出してきたので、子どもたちが数学を社会文化とのつながりを持たないと感じることも、あながち不思議ではないだろう。つまりこの相反する数学の特徴は、数学教育について考えていく上で、十分に理解しておく必要があるだろう。

ただし子どもたちにとって重要なのは、いたずらに抽象度の高い記号を暗記したり、パズル解きに熱中したりすることではない。純粋に知的好奇心から数学の問題を解く部分も必要だが、万人のための数学教育を構想する今、もう一度数学の形成の歴史、言い換えれば抽象化の歴史を遡行する必要があるのではないだろうか。

Freudenthal の「水平的数学化」と「垂直的数学化」の区別を用いれば、このことは日常社会の数学的現象－民族数学－を数学の世界へ持ち込むために、ある種の抽象化、理論化を行うこと－水平的数学化－をさしている。それに対して、これまでの数学教育は、前者で導出された数学の基礎的概念を、記号操作を通してその関係や構造に関する考察を深めていくこと－垂直的数学化－に著しく力点が置かれていた。そのため前者が軽視されたが、活動を重視する動詞型カリキュラムでは、この両者を通した数学化のダイナミズムを、子供たちが体感し、習得することを目指している。

さてこのような数学化のダイナミズムを実現していくために、第一歩として民族数学の事例を収集することとする。そこで Bishop(1991)の 6 つの普遍的数学的活動にしたがって、民族数学の事例を挙げていく。

(1) 数える（図 3-1～3-3)

数える活動は、最も基礎的な心理的活動である。動物は個体を識別できるかもしれないが、それを声に出して、指を使って数えることなどは無い。その意味で、数える活動は、人間が数学の創造へ動き出した大きな一歩といえるのだろう。さらに、数える活動は、その単位、対象、方法（指、棒、石など）の多様性を考えれば、無数の広がりを持ち、事実、資料に残る表記や記録の仕方は様々である。

英語の Three や仏語の Tres など、3 を表す言葉が「超越」を意味するところからも分かるように、当初 1 や 2 よりも多くの数について、厳密に認識する必要はなかったのかもしれない。ところが社会がより複雑になるにつれて大きな数を、また科学技術の進展に伴ってより詳細な記述をするための小さい数を、扱う必要が出てきた。そこに数学の持つ最大の特徴である記号化が、威力を発揮することとなる。

a. animates (except for fish longer or larger than people), spirits, and ghosts
b. groups of humans, especially family groups
c. days
d. years
e. generations
f. coconut thatch
g. bundles of thatch
h. rows of thatch
i. rows of things (except of thatch)
j. layers
k. pandanus fruit
l. elongated things (posts, bones, dried pandanus fruit stored in long tubular containers, fish larger or longer than the speaker, fingers, sharks)
m. leaves, pages of books, playing cards
n. baskets, dances
o. customs
p. all modes of transportation
q. things from which edibles are detached (trees, plants, shrubs, fish-hooks, land sections)
r. general (often replacing other classifiers of inanimates and used for serial counting).

図 3-1　助数詞(Ascher, 1991)

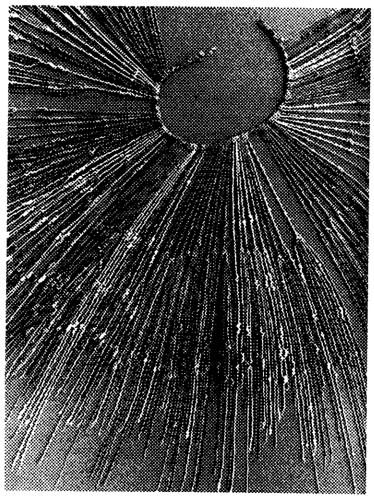


図 3-2　キープ（Ascher,1991）

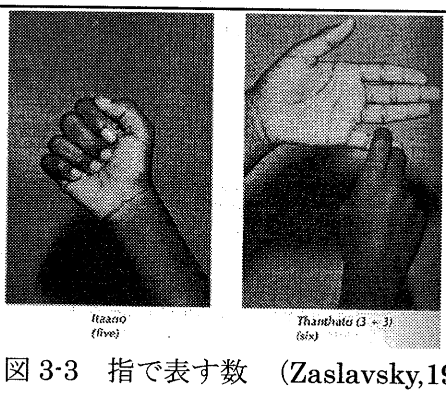


図 3-3　指で表す数　(Zaslavsky,1973)

(2) 測定する（図 3-4～3-7）

測定する活動は二つ以上のものの比較や交換を目的としている。離散的であろうが、連続的であろうが物を数えることで、量の概念を形成する。

はじめに、数える活動があり、直接的に比較できない際に、自発的な単位が形成される。例えば手のひらかもしれないし、木の棒かもしれない。何人かの人の間で、比較や交換が問題となるときには、やや問題が複雑になる。しかも普段付き合いのある人とではなく、その場限りの人とでも不公平感なく、比較・交換できるためには、それなりに共通した単位が必要になってくる。また直接的に手にとって比較できないもの、物理的に離れた土地にあるものなどを比較する際には、特にそのような単位が必要となるだろう。単位の歴史的発展を見ると、測定がどの程度の正確さで求められていたのかが分かる。また端数が出てきた場合には、小数や分数の概念につながり、そこに現代数学への一歩が刻まれることとなる。

図 3-4　測定する（ケニア）

図 3-5　測定する（バングラデシュ）

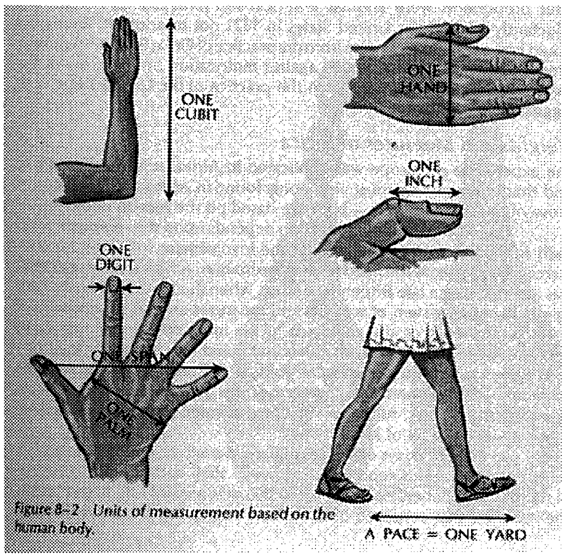


図 3-6　さまざまな単位の起源

任意単位

↓

共通単位、単位変換

↓

標準単位(MKS)

図 3-7　単位の発達段階

(3) デザインする（図 3-8～3-10）

全ての文化は、生活の必要性に応じて、様々な人工物を作り出してきた。例えば家を建てるときには、材木、竹、石、氷などの材料が用いられる。雨水から逃れる、食料を保存する、動物から生命を守るなどのために、人間は様々なものを作り出してきた。現代では、科学技術が異なる種類のデザインを求めている。多くのデザイン活動において、図的表現に当たるものが導入された人間は生存するためにのみではなく、興味関心から、多くのものをデザインしてきた。

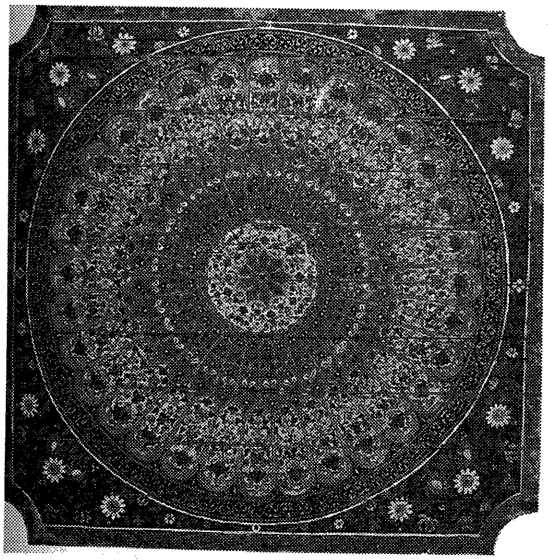


図 3-8　モザイク

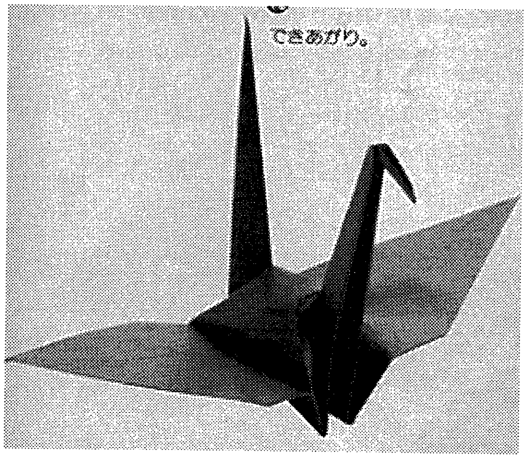


図 3-9　折り紙

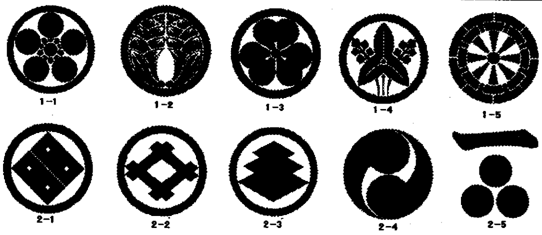


図 3-10　家紋

(4) 位置づける（図 3-11～3-14）

砂漠や大洋を旅するときに、現在位置を知るための技術が必要となる。また個人によって直接見る事が可能な範囲を超えて、（想像の中で）見ようとするとき、様々な技術が必要となってくる。このような文化的営みは当初現実的な要請から来た。現在で言えば、地図上で自らの位置を指し示すという行為も、それが無いころにあっては、いかほど困難な作業であっただろうか。そこには様々な空間認識の工夫があったと考えられる。

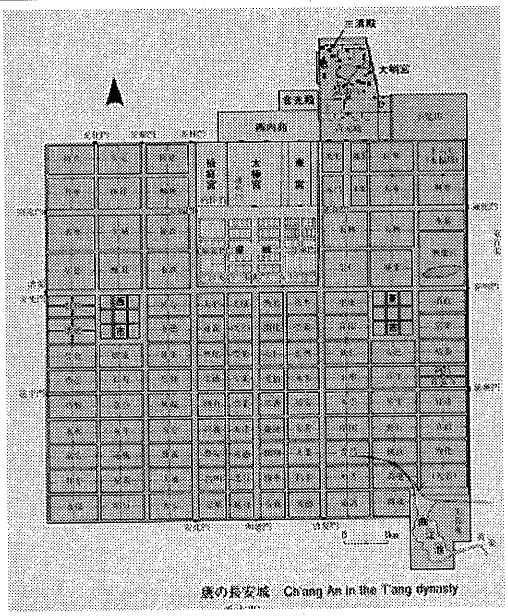


図 3-11　長安の地図

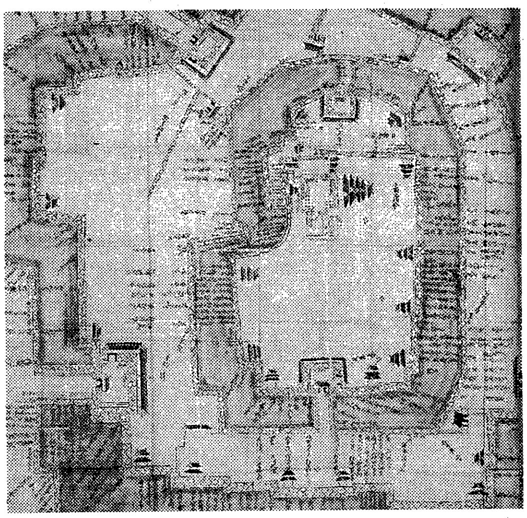


図 3-12　中世の城郭図

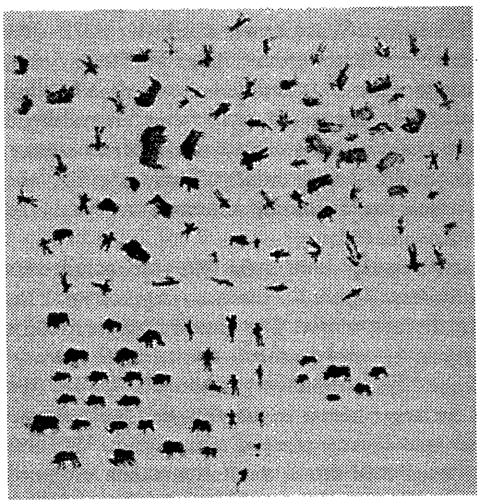


図 3-13　イヌイットによる絵

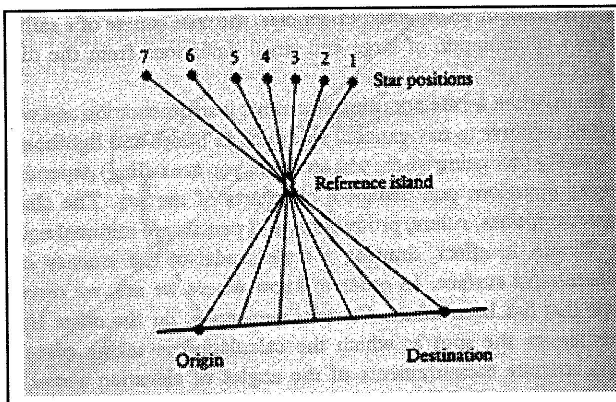


図 3-14　カナリア諸島の航海術

(5) 遊ぶ（図 3-15～3-18）

遊ぶことは、数学的活動と思われないかもしれない。しかし事実それは、数学と密接に関わっている。確率論は、賭博から生まれたし、ゲーム理論は立派に数学の一分野をなしている。非常にレベルの高い数学のみならず、多くのゲームが人々を魅了してきた。そのことを指して、ホイジンガは遊ぶ人（Homo-rudens）と人間を呼んだ。遊ぶことの豊かさは、文化的成熟度を表しているといえるのかもしれない。

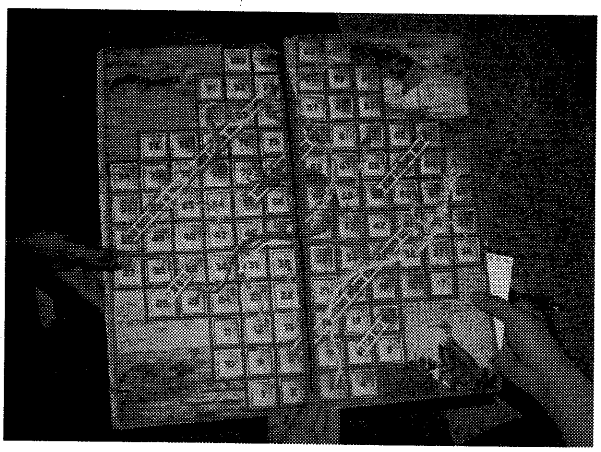


図 3-15　Ludu(バングラデシュ)

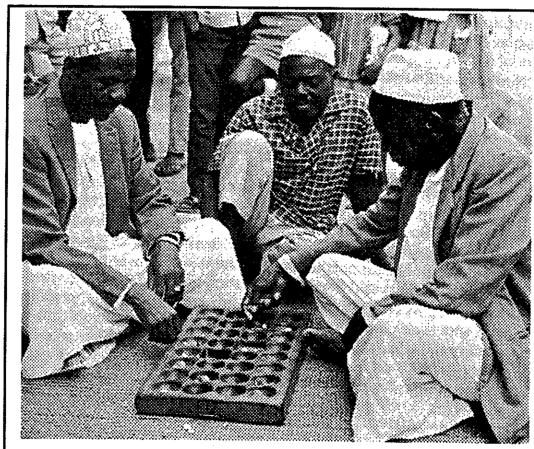


図 3-16　ボード・ゲーム

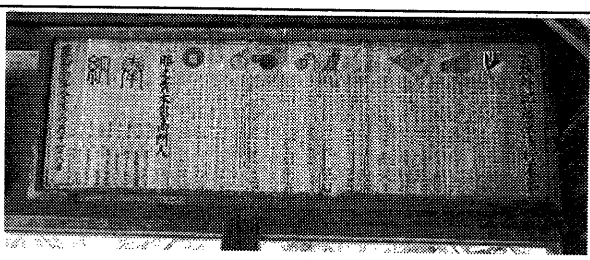


図 3-17　算額

図 3-18　継子たて(徒然草 137 段)

(6) 説明する（図 3-19～3-21）

説明する活動は、明示的には弁論術、近代的には論理学である。これは西洋特にギリシアに端を発している。ただし、説明する活動は、さらに広くこれらを包含したあらゆる種類の説明活動に広がっている。

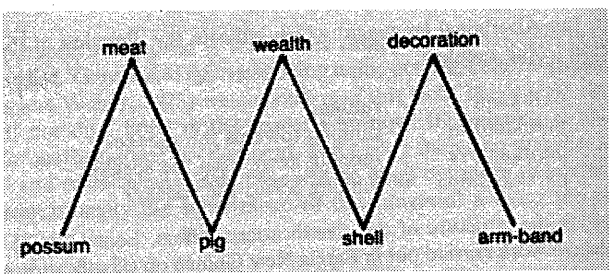


図 3-19　二項的説明

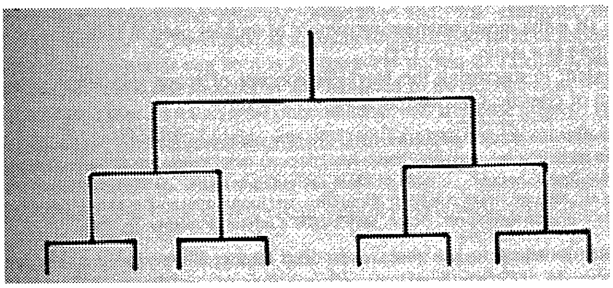


図 3-20　タクソノミー的説明

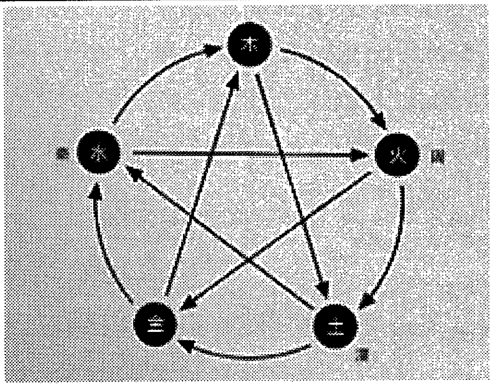


図 3-21　五行説

3-2　授業案１「数体系を作る」

単元名　世界数学ロマン紀行

単元目標

- 世界の様々な地域の数体系から、数は10進位取り記数法以外の表し方や考え方ができることに気がつき、世界には時間・空間を越えて多様な数学文化が存在していることを理解する。
- 数体系を創りだす、創りだした数体系で計算する、といった活動を通して柔軟で多様な数学的な見方・考え方を深めると共に、10進位取り記数法の洗練された考え方を新たな視点から捉えなおすことができる。
- 他の地域の数学文化だけでなく、日本の文化や身の回りの生活に潜む「生きた数学文化」に関心をもち、進んで生活に生かしていく姿勢を養う。

指導計画（全２時間）

第１時間目・・・世界の数、自分の数

第２時間目・・・多様な数体系と１０進位取り法

準備物・・・ワークシート、模造紙、マジック、マグネット、カットテープ、カセットデッキ

授業展開

[第１時間目]

本時の目標：

- 他の地域の数体系から、世界には多様な数体系が存在していることや、数学は本来人間の営みから生まれたことを理解し、自らも独自の数体系を創りだすことができる。
- 数体系を創る活動や創りだした数体系の鑑賞を通して、１０進位取り記数法以外でも数を表したり考えたりすることができることに気が付き、より柔軟で多様な考え方ができるようになる。

時間	学習内容・活動	予想される生徒の反応
	導入 （ワークシート①を配布する。） ◇　様々な国や文明にみられる数字や数体系を示し、世界には多様な数体系が存在していることを気付かせる。 ○　インカ文明では、キープという縄に結び目を作ることで数を表している。 ○　古代エジプト数字は、縄、蓮の花、太陽といった生活に根ざした事物で表されている。 ○　古代マヤ文明では、神官文字という人の顔で表	・　興味・関心をもって楽しく様々な数学文化に触れる。 ・　それぞれの数字や数体系は、各文化の生活に対応して効果を発揮し、正当性をもっていたことを感得する。

	す数字と、石と棒と貝で表す数字の２種類の数字を使い分けている。 ・　どこの国の数字だろう。 ・　これらの数字は何を表しているのだろう。 ・　数字の表し方に規則性はあるのか探ってみよう。 **数体系をつくる。** （ワークシート②を配布する。） ◇　数の世界を創ってみよう。 ○　自分で独自の数体系を創りだす。 ○　班で話し合いながら、班の数の世界を創る。模造紙に書いて黒板にはる。 **班で創り出した数体系を鑑賞する。** ◇　各班で創りだした数の世界を鑑賞しあおう。 ○　工夫した点や難しかった点を発表する。 ○　自分達の数体系と同じ規則性が含まれているか、また見かけは同じようだが異なる規則で創られているかを探る。 **クラスの数体系を決める。**	・試行錯誤を繰り返しながら取り組む。 ・積極的に話あいながら班の数を決める。

[第２時間目]

本時の目標：

- 前時で創りだした数体系を使って、より大きな数の表記、足し算・引き算の計算を行ない、創りだした数体系のあり方について思考を深める。
- 創りだした数での大きな数の表記や足し算・引き算の計算から、数を創る営みは本来高度な活動であることを体感し、既成の事実となっている１０進位取りの洗練された考え方を、新たな視点から捉え直すことができる。

時間	学習内容・活動	予想される生徒の反応
	前時を振り返る。 **前時で決めたクラスの数体系で以下の課題に取り組む。** （ワークシート③を配布する。） ◇　創りだした数で、大きな数を表し、計算をしてみよう。 ○　大きな数を表す。 （問題）96　301　10000000 ○　足し算・引き算を行なう。	・クラスで決めた数体系を確認する。 ・　より円滑に大きな数を表すことや計算を行なうことができるように、創りだした数体系に磨きをかける。 ・　今日使っている数体系（10 進

	(問題) 13＋5　18＋34　8－3　34－18 ・　早くできたら、掛け算・割り算についても考えてみよう。 **活動の反省を通して、10進位取り記数法について班で考察する。** (班用のワークシートを配布する。) ◇　なぜ今日世界の多くの地域でこの10進位取りの考え方や表し方が使われているのか考えてみよう。 ○　創りだした数で、大きな数は簡単に表せたか、足し算・引き算は無理なく行なえたか、気付き、など活動を振り返る。 ○　便利な点や不便な点といった視点から 10 進位取り記数法を見つめなおす。 **まとめ** ◇　授業を振り返ってみよう。 ○　10 進位取り記数法は、長い歴史の中で洗練されてきた、優れた考え方である。 ○　バングラデシュの命数法は 100 進法であることからも、命数法にも各文化における多様性が反映している。 ○　世界では遠く離れた様々な地において、一見見かけは違うが目的を同じとする独自の数学文化が発展してきている。 アンケートを記入する。	位取り記数法、アラビア数字)で計算を行ない、結果だけを創りだした数字で書く。 ・　大きな数を表すときは、創り出した数では大変と感じる。 ・　たし算、ひき算は創り出した数で簡単に行える。 (便利な点) ・　位取りを行うことで、大きな数字になる度に新しい数字をつくらなくてすむ。 (不便な点) ・　例えば 100000000 で表すより 1 億と表す(新しい単位による表記)方が分かりやすい。 ・　2時間の授業を振り返り、数学文化の多様性や、数の世界の奥深さを感得する。

3-3　授業案 2「アラベスク模様」

単元名　世界数学ロマン紀行 (part2)

単元目標

- 図形や作図に関する既習事項をいかして、自らもアラベスク模様を描くことができる。
- 皆の作図したアラベスク模様の鑑賞を通して、模様は様々に描くことができることや、模様に対する見方も多様にある事を感得する。
- アラベスク模様の作成や鑑賞を通して、模様の美しさには線対称、点対称、繰り返しといった数学的な規則が含まれていることに気が付く。
- アラベスク模様や他の数学文化を通して、数学と生活には深い関わりがある事を感得し、身の回りの生活に数学をみつける眼を養う。

指導計画（全 2 時間）

第 1 時間目・・・アラベスク模様の規則を発見しよう

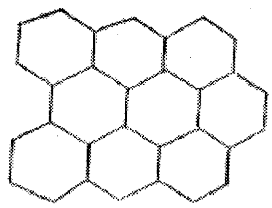
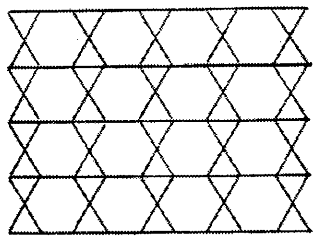
第 2 時間目・・・アラベスク模様を描いてみよう

準備物・・・定規、コンパス、分度器、写真、ワークシート、コーランのカセット、カセットデッキ、プロジェクター、のり、はさみ

授業展開

[第 1 時間目]

時間	学習活動	生徒の反応
10分	**導入** （ワークシート①を配布。） ◇　コーランを流し、アラベスクを提示しながら、アラベスク模様の文化的背景をつかませる。 ○　アラベスク模様は植物をモチーフとした文様で、メソポタミア、古代エジプト、など世界中にもみられる。 ○　イスラム文化では偶像崇拝を禁じられたために、象徴的にこのアラベスク模様が用いられている。 **アラベスク模様の構成を探る。**	・　アラベスク模様がどこの地域・国のものか、また模様が描かれるようになった文化的背景を興味をもって鑑賞する。
40分	ワークシート①：コルドバ模様 ◇　既習事項を思い起こしながら、コルドバ模様がどのような形から構成され、どのような規則性が含まれているか探ってみよう。 ◇　繰り返されている模様の内、単位となっている形を探ってみよう。	・（基本的な図形）　円、花、正方形、葉っぱ、等 （規則性）線対称、点対称、繰り返し、等

	○ 平面を繰り返して敷き詰めている図形（単位）を発見する。 ・平面がタイルで敷き詰められているとみるなら、１枚のタイルにはどの模様を描いたのだろう？ ・ずらす、まわす、ひっくりかえすという活動で敷き詰めることができる。	・円、花、花びら、など
	○ 単位の組み合わせ方や繰り返し方を変えると、様々な模様になる。 （ワークシート②を配布） $\boxed{\text{ワークシート②：トプカプ模様}}$ ◇ トプカプ模様に含まれている図形を発見しよう。	・三角形、六角形、台形、ひし形、猫形、リボン形、等
	◇ 繰り返されている模様の“単位”となる形を探ってみよう。 ◇ トプカプ模様から発見した単位を切って、新しい模様を作って貼ろう。	・ひし形、猫形、台形、等  
	○ 単位の組み合わせ方や繰り返し方を変えると、様々な模様になる。 ○ 一つの模様でも、見方を変えると様々な単位から構成することができる。	
	次回の予告 ◇ 次は自分のアラベスク模様を描くことにチャレンジしよう。 （様々なアラベスク模様の資料を配布する。）	・ 配布資料を参照し、次回のために自分のアイデアを考えてくる。

[第２時間目]

時間	学習内容・活動	予想される生徒の反応
35 分	**自分のアラベスク模様を描く。** （ワークシート③を配布する。） ◇ アラベスク模様を描いてみよう。 ・ 敷き詰めるように描いてみよう。 ・ 単位の組み合わせ方を変えて、様々な繰り返し模様を考えてみよう。 **皆が描いたアラベスク模様を鑑賞する。**	・対称性や繰り返しの美しさ、描くことの高度さを感得する。

	◇　各班で選ばれたアラベスク模様を鑑賞しあおう。 ○　その模様を選んだ観点を明確にし（班用ワークシートに記入)、発表する。 ○ 模様の中にはどのような特徴や規則性があるのか鑑賞する。 ・　どのような図形がかくれているだろう。 ・　繰り返しの単位はどの形だろう。 ・　対称性や回転はふくまれているか。	・　皆の作図したアラベスク模様を鑑賞する。 ・　他の班の模様に対する見方の観点をきくことを通して、模様は多様に描くことができることや、多様の中にも共通の規則性が含まれていることを感得する。
5分 10分	まとめ ◇　模様と数学とのつながりについて振り返ってみよう。 ○　他の文化の生活にみられる模様（テーブルクロス、服など）を提示する。 アンケートを記入する。	・　世界中では各文化を反映した模様が存在していることを感得する。 ・　芸術や美しさの中には数学的な規則が含まれていることや、数学は生活と結びついていることを確認する。

４．今後の課題

本研究は、国際理科数学教育調査（TIMSS）の結果という比較教育学的調査から得られた、今日的課題「子どもたちが数学を身近な存在として捉えていない」から出発した。そこでは、知識・技能のように教授されて、練習すれば身に付くという性質ではなく、日常経験に裏打ちされた子どもたちの「見方」に働きかけていく事が求められるので、短期的な解決を得ようとしても、きわめて困難である。そこで、従来の数学教育に対して反省を行いつつ、より根源的にその基盤を再定位する方向性を取った。つまり、これまでの数学教育実践・理論と民族数学研究を双方向的に考察し、民族数学に基づく教材開発の原理を定めた。

結果として、そこで得られた原理は、活動の文脈性、批判的考察、構造化の３つである。それらは、「民族数学」という言葉が世に出された ICME5 にて、課題グループとして取り上げられた Mathematics for All（数学を万人のために）の思想に通じる方向性を有している。なぜなら数学が極めて特殊な、才能ある者だけではなく、文字通り全ての人が数学に親しめるようになるには、彼らの身の回りに見られる別種の数学について理解すること、さらにそれらに基づき数学教育を組み立てなおすことが求められる。

これらの教材開発原理に基づき、従来のカリキュラムを再構成したものが、動詞型カリキュラムである。そこでは単に、民族数学を事例として用いるのではなく、その文脈に埋め込まれた数学性を、構造的な展開によって掘り出して行こうというものである。ただし本研究によって、その開発は完成したというよりも、端緒に付いたというべきであろう。

今後の展開の足取りを確かにするために、その道標として次の課題を挙げておきたい。

・動詞型カリキュラムの体系化を図る。
・動詞型カリキュラムに内実を与えるために、民族数学教材を配置する。
・その教授学習活動の実態を分析する。
・これら教材が、子どもの持つ数学観へ与える影響について評価する。

資料

資料１　ホームページ一覧

http://www.ethnomath.org/

http://www.cs.uidaho.edu/~casey931/seminar/ethno.html

http://www.dm.unipi.it/~jama/ethno/

http://home1.gte.net/ericjw1/ethnomathematics.html

http://www.mts.net/~lsisco/

http://www.rpi.edu/~eglash/isgem.htm

参考・引用文献

天城勲訳(1997)，『学習：秘められた宝』ユネスコ 21 世紀委員会報告書,ぎょうせい.

加藤周一他編(1988),『世界の大百科事典』，第 7 巻, 平凡社.

コール,M.(2002),『文化心理学－発達･認知･活動への文化･歴史的アプローチ－』,新曜社.

文部省(1989),『小学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部科学省(1998a),『小学校学習指導要領』,1998 年告示, 2003 年一部改正, 国立印刷局.

文部科学省(1998b)『中学校学習指導要領』，1998 年告示,2003 年一部改正,国立印刷局.

Ascher, M.,(1991), *Ethnomathematics: a multicultural view of mathematical ideas,* Brooks/Cole Pub.Com.

Bishop, A.J.,(1991), *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A.J.,(1994), "Cultural Conflict in Mathematics Education: Developing a Research Agenda", *For the Learning of Mathematics,* 14(2), pp.15-18.

D'Ambrosio, U.,(1985), "Socio-Cultural Bases for Mathematical Education", *Proceedings of 5th ICME,* Adelaide, Australia , pp.1-6.

D'Ambrosio, U.,(1994), "Cultural Framing of Mathematics Teaching and Learning", in *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (R.Biehler ed,) Kluwer Academic, pp. 443-455.

Gay, J. & Cole, M.(1967), *The New Mathematics and an Old Culture: A Study of Learning among the Kepelle of Liberia,* Holt, Rinehalt and Winston.

Gerdes, P.,(1988), "On Culture, Geometrical Thinking and Mathematics Education", *Educational Studies in Mathematics,* 19, pp.137-161.

Gerdes, P.,(1990), "On Mathematical Elements in the Tchokwe "Sona" Tradition", *For the Learning of Mathematics,* 10(1),pp.31-34.

Gerdes, P.,(1994), "Reflections on Ethnomathematics", *For the Learning of Mathematics,* 14(2),pp.19-22.

Gerdes, P.,(1996), "Ethnomathematics and Mathematics Education", *International Handbook of Mathematics Education* (A. Bishop ed) , Kluwer Academic, pp. 909-943.

Keitel, C.,(1997), "Perspective of Mathematics Education for 21st Century-Mathematics Curricula: For Whom and Whose Benefits?", 日本数学教育学会論文発表会基調講演.

Knijnik, G.,(1993), "An Ethnomathematical Approach in Mathematical Education: a Matter of Political Power", *For the Learning of Mathematics,* 13(2), pp.23- 25.

NCTM(2000), *Principles and Standards for School Mathematics.*

Nebres, B.F (1988), "School Mathematics in the 1990's: Recent Trends and the Challenge to the Developing Countries", *Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education*, 13-27.

Skovsmose,O.,(1985), "Mathematical Education Versus Critical Education", *Educational Studies in Mathematics*, 16, pp.337-354.

Skovsmose,O.,(1994), *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education,* Kluwer Academic Publishers.

Vithal,R.& Skovsmose,O.,(1997), "The End of Innocence: A Critique of `Ethnomathematics'", *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), pp.131-157.

Zaslavsky,C. (1973), *Africa counts: number and pattern in African culture*, Lawrence Hill Books.