財政の持続可能性指標とその含意*

―収束か発散か―

菅　壽一

はじめに

わが国の財政は膨大な赤字を抱え、危機的な状況にある。この危機を、どう乗り切っていこうとしているのであろうか。あるいは、このまま破綻の道を歩んでいくのであろうか。

そもそも、財政（public finance）が、どのような意味で危機なのであろうか。[1] 現状は、税平準化（tax smoothing）のような最適財政戦略とは、とても両立し得ない状況にあるのではないのか。公債との最適な組み合わせで、増税の社会的厚生コストが緩和できたのであろうか。むしろ、文字通り公債の乱用で、分不相応な過剰な支出になるというD. Humeの罠に嵌っている状況であるというべきではないのか。また、巨額の公債をどう管理し、どう償却していくのか。

これだけ財政赤字が膨らんでも、自分が借金しているわけではないから、そんなに大騒ぎする必要はないのであろうか。[2] 公債は、右手から、左手へのたんなる国民の間での所得の移転に過ぎないという新正統派（new orthodoxy）のお題目を唱えているだけで十分なのであろうか。公債の累増とそれがもたらす巨額の増税（将来税）が、経済へ有害な破壊的な影響を及ぼすことになるだけでなく、経済力の集中と社会の政治的不安定性を引きおこし、破滅の原因（seeds of ruin）になるという古典派の警告は無視すればよいのであろうか。あるいは公債の魔力の虜になったまま、国家が公債を破壊することができないとすれば、どうであろうか。公債主導による債務転がし（roll over）の罠から脱却できず、最終的には文字通り公債が国家を破壊するところまで行き着くことになるのであろうか。

特に、1980年代後半から、1990年代初期以降、財政の持続可能性（fiscal sustainability）の問題に多くの関心が向けられることになったが、その背景には、多くの国々における公債・GDP比率の急激な増大があった。このような債務危機（debt crisis）が、例えばBlejer-Cheasty（1991）等が指摘するように、たんに長期的な政府の支払い能力（solvency）の重要性に多くの人々の関心を向ける契機になっただけでなく、経済・財政理論の分野においても、ケインジアンから、古典派指向的な経済学的考え方に立脚した財政政策へと、政策スタンスの大きなシフトを引き起こす要因になった。このことはまた、政治的・制度的要因とそれらの財政的帰結への影響の分析に多くの関心を向けることにもなった。[3]

本稿では、このような視点から、財政の持続可能性をめぐる論争の主要な論点整理を試み、改めて財政赤字の動学的意味と、マクロ財政の持続可能性への影響について検討してみたい。[4] 本稿の主な狙いは、財政の持続可能性に関する短期及び中・長期指標を使って、財政システムが破綻するとか、公債発行が持続可能であるということの意味を明らかにするとともに、借金を借金で返済する財政方式の限界と問題点を明らかにすることである。

＊本稿は、平成14年度～平成16年度の科学研究費補助金「現実的制約条件を考慮した経済政策のデザイン」（課題番号14330014）による研究成果の一部である。

1）Musgrave (1959)、Ferguson (ed.) (1964)、Rowley (1986)、Barro (1979)、Kaounides-Wood (eds.) (1992) pp.xiv-xliv、Burger (2003) pp.21-35、井堀 (2005)。

2）Rowley (1986)、Kaounides-Wood (eds.) (1992) p.xvii。

3）例えば、von Hagen（1998）、Poterba-von Hagen (eds.)（1999）参照。

4）拙稿（1990）、（1993）、（1998a）、（1998b）、（2003）参照。

１．公債の累積と財政の破綻

政府のポンジーゲームは可能か

そもそも、政府であれば、増税や支出削減といった措置が政治的に高くつくからといって、これらの措置に訴えることなしに債務を永久に転がし続けること（roll over）が可能であろうか。危機的財政状況のなかで、捜し求めている解がこれであろうか。あるいは政府の場合、債務のポンジーゲームが続けられるとすれば、その条件は何であろうか。はじめに、このような視点から、財政システムが破綻していくとか、あるいは公債発行が持続可能であるということの基本的な意味を整理しておこう。[5)]

まず、政府債務を測るため、GDPに対する公債残高の比率に注目しよう。すなわち、

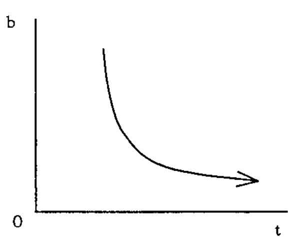
$$b = B/Y \qquad (1-1)$$

である。このような指標を使うのは、政府債務の大きさを、政府の債務返済能力（将来の課税能力）との比較でとらえるためである。

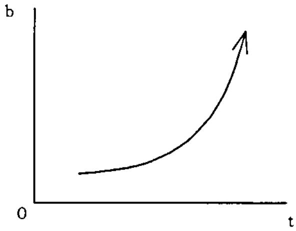
いうまでもなく、人々が政府の発行する公債を購入するのは、公債が購入者にとって資産であるからであって、政府は債務不履行をしないであろうと考えるからである。その意味で、将来より大きな課税ベースにアクセスできる政府のほうが、小さな課税ベースしか持たない政府よりも、より大きな債務を維持できるといえよう。問題の課税ベースの大きさは、GDPのような国民所得の尺度で近似できるわけである。

次図は、このような公債残高・GDP比率の時間経路（ｔ）に着目しながら、財政破綻が生じないケースと、財政破綻が生じるケースを描いたものである。[6)]

＜図１－１＞



＜図１－２＞



＜図１－１＞は、破綻しないケースである。図に示すように、公債残高が経済規模（GDP）以上のスピードで累積しない限り、公債残高の対GDP比率は収束し、政府は破産しない。しかし＜図１－２＞のように、公債残高が経済規模を上回るスピードで増加していけば、公債残高の対GDP比率は発散していき、財政は破綻する。わが国の状況は、公債残高が経済規模よりはるかに速いスピードで爆発的に増大し、確実に発散のパターンを示している。これで、公債発行が持続可能な状況にあるといえるのであろうか。これからも際限なく、これまでのペースで公債を累積していくことができるのであろうか。

例えば、Keynes（1923）は、国の債務が国民所得の過剰な割合を占めるようになったとき、持続可能性が失われると指摘し、政府の予算制約を満たすために持続可能な財政政策を行うことが必要になると警告している。公債保有者の請求権が納税者が負担できる水準以上になることが明確になった段階で、政府は財政政策の持続可能性の回復を可能にするような措置をとらなければならない。国はやがて増税することと、支出を削減することと、そしてその負債を削減することとの間で妥協点を探らなければならないことになると。[7)]

またBlanchard et al（1990）は、公債・GDP比率が一定の過剰な変動後、短期にもとの水準に戻ることを可能にするような財政政策を持続可能であると定義する。しかしそうであるためには、過去に累積した負債の後には、政府は将来にわたってプライマリーサープラスを出していかなければならない。その意味では、動学的にみて文字通り、今日の減税は明日の増税である。[8)]

もちろん、Domar（1944）の定理としてよく知

5）以下については、拙稿（1998a）、（1998b）、（2003）pp.43-44　参照。

6）井堀（2000）p.79。

7）Keynes（1923）pp.54-55、p.59。

られているように、GDPに対する公債残高の比率（b）が無条件に、際限なく上昇していくということではない。たとえ一定のスピードで公債残高が増加しても、GDPが同率で成長しさえすれば、bの上昇は食い止められるからである。それゆえ、もし公債・GDP比率が一定値に収束するとすれば、公債の利子率を一定とするとき、公債利払いのための税率も無限に上昇するわけではなく、一定値に落ち着く。このことからDomarは、財政赤字が続いて将来、公債残高が累積しても、利払いで財政が破綻することはないという。すなわち公債負担の問題は､経済規模の拡大の問題であって、この成長率以下に公債残高の増加率を抑えられれば、将来、bが発散するほど大きくなることはない。その意味で、公債の発行は持続可能であるとする。[9]

しかし、現実には、Domarが暗黙のうちに前提するように公債利払いのための増税（将来税）が自動的に実施される保証はない。むしろ増税の代わりに、新規の公債発行に依存せざるをえないことになる。すなわち、将来税が現金償還できないため、借換債で調達されるという悪循環に陥っている。このような利払いの償還の問題を政府予算制約式で明示的に考慮すれば、Domarの枠組みにおいても、成長率が低い場合には、プライマリーデフィシットがある限り、bが雪ダルマ式に上昇していく可能性を排除できない。財政破綻のケースである。[10]

公債残高と財政運営

（1－1）式より、公債残高・GDP比率の変化率は、

$$\dot{b}/b=\dot{B}/B-\dot{Y}/Y \qquad (1-2)$$

で示される。・記号は時間tに関する導関数である。例えば、$\dot{b}=db/dt$である。いま、この式において経済成長率は、$\dot{Y}/Y=n$とする。そうすると問題は、これに対して公債残高がどのようなスピードで増加していくかである。それは、毎期の財政運営の結果である。そこで、公債残高の増加率と財政赤字の関係を明示するため、各期に既存債務の返済がどの程度、新規の借り入れに依存するかに注目してみよう。すなわち、財政運営を示す指標として、$\dot{B}/rB=\delta$を代入する。そうすると、$\dot{B}/B=(\dot{B}/r)(r/B)$であって、

$$\dot{b}/b=r\delta-n \qquad (1-3)$$

をえる。このことから、公債残高・GDP比率は、財政運営におけるロールオーバーの程度が高いほど、利子率が高いほど、そして成長率が低いほど、上昇することがわかる。[11]

もし財政運営のパターン（δ）と、成長率・利子率比率（n/r）の対応が、

$$\delta\leqq n/r \qquad (1-4)$$

であれば、$\dot{b}/b\leqq 0$となり、bの値は、一定にとどまるか、下落する。しかし、

$$\delta>n/r \qquad (1-5)$$

となれば、公債残高の増加率のほうが相対的に大きくなり、bは無限に上昇する（$\dot{b}/b>0$）。

その意味で、ポンジーゲームが可能となるためには、（1－4）式の条件が満たされなければならない。わが国においてこの条件が満たされたのは、わずかに1987～1991の期間のみであった。

これらの条件の意味は、プライマリーバランス

8）その意味で、等価定理の考え方と結びつく。

9）Domar（1944）p.51、p.57。

なお、Domarの議論を、経済が一定の率nで成長し（$Y_t=Y_0e^{nt}$）、公債残高が国民所得に対して一定の割合で増大する場合（$B_t=\alpha Yt$）について示すと、次のようになる。すなわち、t期の公債残高は、

$$Bt=B_0+\alpha\int Ydt=B_0+(\alpha/n)Y_0(e^{nt}-1)$$

である。従って、Yに対する比率は、

$$Bt/Yt=(B_0/Y_0e^{nt})+(\alpha/n)(1-e^{nt})$$

となる。これから、$t\to\infty$のとき、次のような一連の極限値をえる。

$$B/Y=\alpha/n、\ rB/Y=\alpha(r/n)、\ rB/\dot{B}=r/(\dot{B}/B)=r/n。$$

これらから、一般に極限値の一定値は所与のαのもとで、成長率と利子率の大小関係に依存することがわかる。それと同時に、新規公債発行だけでは、公債利払いが賄えない状況に陥る可能性が排除できないこともわかる。すなわち、一方で公債発行に依存しながら、他方で公債発行を上回る額の利払いを行うなうために容易に増税できるというような不合理性が含まれており、これで問題の本質が覆い隠されているといえよう。

10）米原（1985）参照。政府予算制約式による定式化の詳細については、拙稿（1993）、（2003）pp.34-37。

11）Abel（1992）参照。わが国のケースについては、拙稿（1998a）、（1998b）、（2003）pp.31-32参照。

を均衡させる（すなわち、過去から引き継いだ利払い部分は、すべて新たな公債で借り換える）ような財政運営（$\delta=1$）の場合を想定すれば、より明らかであろう。この場合には、（1－3）式より、利子率と成長率の対応が条件となり、

$$r \leqq n \qquad (1-6)$$

のとき、$\dot{b}/b \leqq 0$ となる。このとき、公債発行は持続可能である。公債残高比率が、将来、発散するほど大きくなることはありえないのである。

このように、政府にとってポンジーゲームが可能になるのは、名目成長率が高く、将来の政府の課税能力の伸びのほうが、政府の借り入れ利子率を上回るときである。（1－6）式の条件のもとでは、<図1－1>のように、公債残高が累増しても公債残高・GDP比率は次第に下落し、デフォルトリスクは低下し、従って人々が政府の発行する公債の購入を止めることはないであろうと考えられるからである。[12]

しかし、成長率と利子率の関係が逆転し、

$$r > n \qquad (1-7)$$

となれば、<図1－2>のように、$\dot{b}/b > 0$ となる。

こうなると、政府の将来の課税能力（公債の担保物件）の伸び率よりも、政府の借り入れ利率のほうが高くなるため、公債残高が累積していくとき、人々はデフォルトリスクの度合いが増大していくと考える。こうなれば、人々はよろこんで公債を購入しようとはしないであろう。従って、政府が完全なロールオーバー政策（$\delta=1$のようなポンジーゲーム）を続けることは不可能といわなければならない。[13] このような状況下では、財政運営のタイプを$\delta<1$に転換することが必要になる。そのためには財政規律の回復を図り、プライマリーサープラスを段階的に拡大していくことが不可欠といえよう。

2．政府予算制約の動学的意味

プライマリーバランスの調整

まず、政府の予算制約式より、財政赤字は

$$\dot{B} = db/ds = G + H - T + iB$$
$$= D + iB \qquad (2-1)$$

となる。ここでBは公債残高、Gは政府購入、Hは移転支出、Tは租税、iは利子率、そしてsは時間である。それぞれ名目表示である。またDは本源的収支（primary balance）を示し、D＝G＋H－Tである。ここでは本源的赤字（primary deficit）を前提し、D＞0とする。これに公債利払費iBを加えたもの（D＋iB）が、財政赤字となる。

例えば、（2－1）式において、D＝20、i＝0.02、B＝500とすれば、一期間の公債残高の変化分は、

$$\dot{B} = 20 + 0.02 \times 500$$
$$= 30 \qquad (2-1')$$

となる。そのさい、利子率がi＝0.06に上昇すれば、$\dot{B}=50$となる。

そこで、（2－1）式を、名目GDP（PY）比率で表示すれば、

$$\dot{b} = g + h - t + ib - b(\pi + \theta)$$
$$= d + (r - \theta)b \qquad (2-2)$$

をえる。記号の小文字は、それぞれ各目GDP当たりの値を表す。例えば、b＝B/PY、d＝D/PYである。Pは物価水準を、またYはGDPを表わし、インフレ率 $\dot{P}/P=\pi$、GDP成長率 $\dot{Y}/Y=\theta$ とする。またrは実質利子率を表わし、$r=i-\pi$である。[14]

（2－2）式より、財政赤字がゼロ（$\dot{b}=0$）になるとすれば、

$$x = -d = (r - \theta)b \qquad (2-3)$$

をえる。このことは一定の公債残高を抱えている経済において、財政赤字がゼロになるためには、既存の公債残高に対する純利払費に見合うプライ

12）しかしこれには、経済における動学的な効率性の問題が含まれる。例えば、一定率nの成長経済において、資本ストックがGDPの成長率nと同率で成長しているとする。このとき、資本ストックのGDPへの貢献度を示す資本収益率が利子率に等しいとすれば、投資率（n）が資本収益率（r）を上回る状況は、過剰な資本蓄積が行われていることを示し、動学的に非効率（dynamically inefficient）な状態を意味する。その意味で実質的に持続可能性が問題になるのは、経済が動学的に効率的状況（r>n）にある場合である。

13）以上の結果は、一定の利子率と一定の成長率という仮定のもとでの議論である。もちろん現実には、種々の不確実性のもとで利子率や成長率はかなり大きな変動を示す。そのため、利子率が成長率以下であっても、例えば経済の成長が予測不可能な状況下で、GDPの急激な下落リスクが、将来の公債残高・GDP比率の期待値を際限なく上昇させ、政府の債務ロールオーバーができなくなるような可能性は十分ありうる。Abel（1992）参照。

マリーサープラス（x＝－d）が確保されなければならないことを意味する。もし成長率θがゼロ（$\theta=0$）であれば、（２－３）式は x=rb となる。すなわち、プライマリーサープラスは実質利払費に等しくなければならない。

（２－３）式において、実質利子率は成長率を上回ると想定する。すなわち、$r-\theta>0$である。これは、最近の実際の動きに適合しているというだけでなく、理論的にも重要な仮定である。というのは、このとき政府の実質的な借入れ利子率は正となり、政府が公債発行によって借入れを無限に続ける可能性が（roll over）が排除できるからである。

逆に$r-\theta<0$であれば、政府の借入れ利率がマイナスになり、公債利払費は減少し、政府は無限に公債発行による借入れを続ける余地が生まれるわけである。これが、no-Ponzi games条件である。[15)]

（２－２）、（２－３）式より、bの安定化問題にとって、プライマリーバランスの調整が重要であることがわかる。すなわち、一定のインフレ率、実質利子率および成長率（$\bar{r}-\bar{\theta}>0$）のもとで、与えられた公債残高を一定に維持する（$\dot{b}=0$）ように、財政政策によってg、h、tを適切に操作すれば、（２－３）式を満たすようなプライマリーサープラス（x）が実現できるわけである。これが、bを動学的に一定に保つようにプライマリーバランスをコントロールするという考え方である。

逆に、一定のプライマリーデフィシット$\bar{d}$を前提すれば、適切な金融政策（iあるいはπの適切な操作）によって、公債残高比率を一定に保つことも可能である。この場合には、所与の公債残高のもとで、名目利子率の引き下げやインフレーションによって、実質的な純利払負担を減価させることで、（２－３）式を達成することになる。

もちろん、これら財政政策と金融政策の連携によって、公債残高に対するプライマリーサープラス比率（－d/b）を、所与の$r-\theta$ギャップに等しくなるように調整することもできる。これらが、財政赤字の持続可能性問題に対して、１つの有力な視点を提供する。

無限視野の政府予算制約

以上の点を、無限視野の財政期間のケースに拡張してみよう。n期における公債・GDP比率は、（２－２）式より

$$b_n=b_0 e^{(r-\theta)n}+\int_0^n d\, e^{(r-\theta)(n-s)}ds \qquad (2-4)$$

となる。すなわち、n期における公債残高・GDP比率は、初期の公債・GDP比率のn期における純利子率（$r-\theta$）による割引現在価値と、n期間のプライマリーバランスの割引現在価値の合計である。単純化して、rとθは一定とする。

（２－４）式の両辺に$e^{-(r-\theta)n}$をかければ、

$$b_n e^{-(r-\theta)n}=b_0+\int_0^n d\, e^{-(r-\theta)s}ds \qquad (2-4')$$

である。

nを無限大にとれば、

$$b_\infty e^{-(r-\theta)\infty}=b_0+\int_0^\infty d\, e^{-(r-\theta)s}ds \qquad (2-4'')$$

である。（２－４”）式において政府の無限借入れの可能性を排除するため、$r-\theta>0$とし、

$$\lim_{n\to\infty} b_n e^{-(r-\theta)n}=0 \qquad (2-5)$$

が満たされるとする。これは、非ポンジーゲーム条件である。このとき、（２－４”）式より、

$$b_0=-\int_0^\infty d\, e^{-(r-\theta)s}ds \qquad (2-6)$$

をえる。これは将来のプライマリーサープラス

14)（２－１）式より、

$\dot{B}/PY=G/PY+H/PY-T/PY+iB/PY$

である。また、

$(\dot{B/PY})=\dot{B}/PY-b(\pi+\theta)$

である。これらより、（２－２）式をえる。

15) Congdon (1987) p.78、Blanchard-Fischer (1989) Chap.2、p.150、Abel (1992) 参照。例えば、わが国の1980年代後半においては、$r-\theta<0$であり、理論上、公債発行が可能であったといえる。

なお、このとき

$\dot{b}/b-d/b=r-\theta \gtrless 0 \;\Leftrightarrow\; r\gtrless\theta$

である。

（$-d=x$）の純利子率による割引現在価値は、初期の公債残高（b_0）に等しくなければならないことを示す。[16)]

これが、（2－3）式に対応する無限視野の政府予算制約条件である。財政が持続可能であるためには、この条件が満たされなければならない。このことは現在、政府が純債務状態にあれば、将来のある時点においてそれに見合うプライマリーサープラスが求められることを、意味している。もし、この条件が満たされなければ、財政政策は持続不可能であり、このinsolvencyを阻止するためには、どこかで政府支出か、税収か、あるいは双方の調整が必要となる。

3．財政政策と金融政策の相互作用

公債調達と貨幣調達

次に、（2－1）式において貨幣調達を考慮してみよう。[17)] そうすると、（2－2）式は、

$$\dot{b}_t=(r-y)\,b_t+d_t-m_t \qquad (3-1)$$

となる。ただし、$m_t=\dot{M}/PY$、Mは貨幣供給である。

（3－1）式から明らかなように、利子率が成長率を上回る（r>y）のときには、公債のGDP比率は際限なく増加する。そして、この公債残高の動学的累積プロセスは、プライマリーバランスがサープラスに転じる（g−t<0）ときに阻止できる。あるいは、貨幣造出から十分な大きさの収入を確保する（m>0）ことによって、公債累積を止めることも可能になる。後者はseigniorageといわれる資金調達方式である。いずれにせよ、公債・GDP比率が高ければ高いほど、安定化のために必要となるサープラスやseigniorageはより大きくなる。

このような視点から、政府の動学的予算制約が金融政策と財政政策の長期的な関係に及ぼす影響とその含意についてみてみよう。

いま、単純な貨幣数量説を想定し、$M_t=\alpha P_tY_t$とすると、（3－1）式は、

$$\dot{b}_t=(r-y)\,b_t+d_t-\alpha\,(\pi_t+y) \qquad (3-2)$$

と変形できる。ここで

$$m_t=\dot{M}_t/P_tY_t=\alpha\,(\dot{M}_t/M_t)=\alpha\,(\pi_t+y)$$

である。インフレ率π_tは、中央銀行が貨幣供給の操作で直接コントロールできるとする。そこで単純化して、$\bar{d}$、$\bar{\pi}$と仮定し、（3－2）式を解けば、

$$b_t=\left(b_0+\frac{\bar{d}-h}{r-y}\right)e^{(r-y)t}-\left(\frac{\bar{d}-h}{r-y}\right) \qquad (3-3)$$

をえる。ここで、$m=\alpha\,(\bar{\pi}+y)$、b_0は公債残高の初期値である。

これから、r>yと想定すれば、

$$\frac{\partial bt}{\partial \bar{d}}=\frac{1}{r-y}\left(e^{(r-y)t}-1\right)>0,$$

$$\frac{\partial bt}{\partial \bar{\pi}}=\frac{a}{r-y}\left(1-e^{(r-y)t}\right)<0 \qquad (3-4)$$

となる。またr>yで、$b_0>0$のとき、プライマリーデフィシット（$\bar{d}$）がseigniorageからの収入$\bar{m}$（$=\alpha(\bar{\pi}+y)$）を上回れば、公債残高は発散することがわかる。

例えば、$\alpha=0.15$、$\pi=y=0.02$とすれば、m＝0.006となる。従って、b＝0.6であれば、要求されるプライマリーサープラス（required primary surplus）の大きさは、x*=0.006となる。

いくつかのケースについて、この所要プライマリーサープラス x*を求めたものが、＜表3－1＞である。[18)]

＜表3－1＞ （%）

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
r−y	2.0	3.8	7.4	15.4
b	60	60	125.0	114.0
m	0.6	0.6	1.1	3.1
x*	0.6	1.7	8.2	14.5

ケース1とケース2を比較すれば明らかなように、金利がほぼ倍の水準に上昇すれば、必要なプライマリーサープラス（x*）の大きさは3倍近く増大する。さらにケース3、およびケース4のように、すでに公債残高の大きさが経済規模を上回

16）Kremers (1989) p.221、Roubini (1991) p.51、Blanchard (1993) p.315、Burger (2003) p.37。

17）Sargent-Wallace (1981), Winckler-Hochreiter-Brandner (1998), Prskawets-Feichtinger-Luptǎčik (1998)参照。

18）Winckler-Hochreiter-Brandner (1998) p.260。なお、＜表3－1＞は、Winckler-Hochreiter- Brandner (1998) に従って、EU各国のデータを利用したものである。

るような状態で、金利の上昇が起これば、x*は異常な上昇を起こし、膨大な規模の x*が求められることになる。

Sargent-Wallaceの命題

このような枠組みでは、財政政策と金融政策は独立ではありえないであろう。公債残高の累積が、結果的に中央銀行の独立性をおびやかし、金融政策の動きを拘束することになるからである。もちろん、このことは中央銀行の独立性の放棄がcostlessであるといっているのではない。そうではなく、もう1つの選択肢である大幅な急激な財政調整とかデフォルトのほうが高くつくことになろうという意味である。[19]

例えば、いま財政政策と金融政策がそれぞれ目標として $\overline{d}$ および $\overline{\pi}$ を設定するとしよう。このとき、もし（3－3）式に従って、公債が発散することになるとすれば、究極的には、政府の破綻を阻止するために、ある時点Tで金融政策方式の切り換えが求められることになろう。（3－2）式より、

$$(r-y)b=(t-g)+m \qquad (3-5)$$

であって、bを一定に保つためには $t \geq T$ において、seigniorageからの収入が十分に増大しなければならないからである。（3－5）式より、$b_t=b_T$、$t \geq T$ において、所与の $\overline{d}$ に対して、インフレ率は

$$\pi_T=\frac{(r-y)b_T+\overline{d}-ay}{a} \qquad (3-6)$$

で固定されなければならない。（3－6）式を考慮すると、T以前に、貨幣政策が $\overline{\pi}$ を低く設定していればいるほど、公債残高 $b_T(\overline{\pi})$ はより高くなり、それゆえ π_T はより高くなる。

すなわち、

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial \overline{\pi}}=\left(\frac{r-y}{a}\right)\frac{\partial b_T}{\partial \overline{\pi}} =1-e^{(r-y)T}<0 \qquad (3-7)$$

である。その結果、今日の抑制的な貨幣政策が将来、より高いインフレ期待を引きおこすことになる。これが、Sargent-Wallace（1981）命題（UMA）の意味である。[20]

財政調整とその限界

このように財政政策は、公債残高の水準（b_t）が高くなればなるほど、より税負担を引き上げるか、政府支出を削減し、プライマリーデフィシット（d_t）を引き下げるように反応しなければならない。

しかし、実際には、財政規律を維持していこうとする強いインセンティブを持った政府を前提するとしても、実行可能な税収には上限が存在し、また政府支出には下限が存在する。そのため、プライマリーバランスの調整はこれら一定の範囲内でしか実施できないことになる。低成長と高利子率によって、求められる x_t が高くなれば、政治的にみて実行可能性の限界（political feasibility）を超えたものとなろう。その意味で、財政政策にはcontrollabilityが避けられない。ここでは、このような財政政策の反応を、モデルに組み込んでみよう。[21]

まず、Blanchard（1984）や、Bovenberg-Kremers-Masson（1991）、Winckler-Hochreiter-Brandner（1998）に従って、政治的理由から実際のプライマリーデフィシットは漸近的にしか調整できないと想定する。そして公債残高には許容可能な最大水準があり、それを $\overline{b}$ とする。もし公債残高がこの水準を越えれば、インフレーションを引きおこすような金融政策の介入が求められ

19）もちろん、このような政策ゲームにおいて、財政当局のほうが、つねに支配的なプレーヤーでありうるかどうかは不明である。逆に、財政政策が金融政策に合わすのかもしれない。しかし、この点について、例えば von Hagen（1998）は、立法府の意思決定を含む財政が、いかに形式的には独立したものといえ中央銀行や、あるいは国民にひざまずくことをイメージするのは困難であるとしている。また、単一の中央銀行で意思決定される金融政策と、財政政策とでは重要な制度的・構造的な違いがあり、実証的にも、行政府が立法府に対してどの程度、戦略的特権を持ちうるかが、政府の財政のスタンスに大きく影響すると指摘している。von Hagen（1998）pp.278-279。

20）このようなunpleasant monerarist arithmetic（いわゆるtight moneyパラドックス）の詳細な理論的展開については、拙稿（1993）第9章参照。

21）Blanchard (1984), Bovenberg-Kremers-Masson (1991), Winckler-Hochreiter-Brandner (1998) 参照。しかしこれらは、政府が有効に財政赤字をコントロールするという希望的な仮定でしかないのかもしれない。現実には、漸近的調整ではなく、むしろ最終的に問題になるのは、shock-therapyタイプかもしれない。von Hagen (1998) pp.280-281。

る。もし貨幣当局の協力が得られなければ、政府はデフォルトを宣言しなければならない。そうすると、インフレを引きおこすことなく、あるいはデフォルトを宣言することなく、$\bar{b}$を安定化するに必要なプライマリーサープラス$\bar{x}$は、(3－2)式より、

$$\bar{x} = -\bar{d} = (r-y)b - \alpha(\bar{\pi}+y) \qquad (3-8)$$

となる。[22]

このように財政政策は漸近的にしか調整できないとすれば、ある時点Tで、即座に$\bar{x}$に切り換えることは不可能である。むしろ財政の反応係数は、$\dot{b}_t \geq 0$であるとき、

$$\dot{x}_t = \beta(\bar{x}-x_t) \qquad (3-9)$$

となる。$\beta > 0$が調整係数である。最大プライマリーサープラスと現実のプライマリーサープラスのかい離は、βの率でしか削減できないことを示す。そして(3－2)式より、

$$\dot{b}_t = (r-y)b_t - x_t - \alpha(\bar{\pi}+y) \qquad (3-10)$$

である。

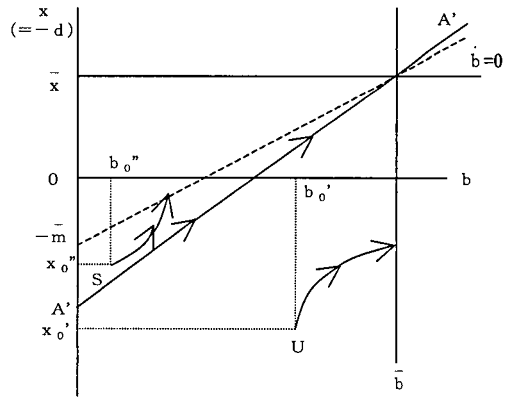
(3－9)式と(3－10)式からなる体系で、一定の初期状態(x_0、b_0)を与えるとき、この組み合わせが持続可能であるかどうか、あるいは$\bar{b}$のもとで、貨幣方式のインフレ政策への切り換えが要求されるかどうかを調べてみよう。

位相図による検討

<図3－1>は、(3－9)式と(3－10)式の位相図を描いたものである。[23]

図の$\bar{x}$線および$\bar{b}$線が、それぞれの上限を示し、それ以下の値が実行可能な範囲である。($\bar{x}$、$\bar{b}$)の組み合わせが、恒常状態である。しかしこの均衡は鞍点(saddle point)となる。図のAA'線がsaddle pathを示す。[24] 従って、例えば経済がU(x_0'、b_0')点のような組み合わせであれば、それは持続不可能である。矢印が調整経路を示す。

<図3－1>



そこでは、すでに$\bar{b}$に近い大きなb_0'を抱えた状況下で、しかも大幅なプライマリーデフィシットを出し続けている。そのため、(3－9)式で示されるような赤字削減プログラムはあっても、この初期状態のもとでは、財政の調整速度βがあまりにも遅く、それゆえプライマリーデフィシットが十分に削減されるまえに、許容可能な最大公債水準に達してしまうわけである。

これに対して、S(x_0"、b_0")点のような組み合わせは、持続可能である。この場合には公債残高b_tは、$\bar{b}$以下の一定水準で安定化できる。それゆえ、低インフレ率πはT時点後も維持できる。saddle pathの勾配は、$(r-y+\beta)$であるので、所与の(x_0、b_0)についての持続可能条件は、

$$(r-y+\beta)(b_0-\bar{b}) - (x_0-\bar{x}) \leq 0$$

である。明らかに財政調整速度(β)が高ければ高いほど、saddle pathはより急勾配になり、所与の組み合わせ(x_0、b_0)はより持続可能になる。[25]

もちろん、このような財政調整の過程で、利子率や成長率への影響がおこるかもしれない。例えば、財政調整に伴う需要効果の結果、利子率と成長率の差($r-y>0$)が拡大すれば、$\dot{b}=0$線は

22) あるいは、逆に、$\bar{x}$は政治的に達成可能な最大プライマリーサープラスであるとすれば、$\bar{b}$は所与の$\bar{\pi}$とyのもとで、この$\bar{x}$と$\dot{b}=0$との両立を保証するような公債比率である。

23) Bovenberg-Kremers-Masson (1991), (1993) p.145, Winckler-Hochreiter-Brandner (1998) p.263, Prskawets-Feichtinger-Luptàčik (1998) pp.102-103。

24) (3－9)式と(3－10)式の係数行列のdeterminantは、

$$\det = (r-y)(-\beta) < 0$$

である。なお、$\bar{b}$は$(r-y)$の関数であり、$(r-y)$が高くなるほど、所与の$\bar{x}$のもとで、$\bar{b}$線はより左方にシフトする。

25) Winckler-Hochreiter-Brandner (1998)や、Prskawets-Feichtinger-Luptàčik (1998)は、このような動学モデルを応用して、マーストリヒト協定の財政基準は財政の持続性を保証するのに役立たないことを示している。

反時計回りに回転し、逆にcredibility効果によって、利子率と成長率の差が縮小すれば、$\dot{b}=0$線は時計回りに回転する。これらに応じて、所与のプライマリーバランスの実行可能な上限に対して、bの実行可能な範囲が狭められたり、拡大したりすることになろう。

4．財政の持続可能性指標

持続可能性の動学的枠組み

2節でみたような視点から、Blanchard (1990)、(1993) に従って、財政の持続可能性の問題を次のように設定してみよう。すなわち、現在おかれている財政の状態を所与として、将来、財政政策のスタンスを変える必要性が発生するかどうかである。

もしなんら調整が必要でないとすれば、いまの財政政策は公債残高・GDP比率を将来にわたって一定に維持するという意味において、持続可能である。しかしもしそうでなければ、利子率と成長率を所与とするとき、持続可能な財政政策は（2－6）式で与えられるので、公債残高・GDP比率を一定にするように財政赤字d（g、h、t）の系列を調整しなければならない。そうすると支出g、hや、租税tのどのような調整が必要になるかが問題になる。

例えば、いま政府の財政調整にあたって、支出の削減より、租税のほうが引き上げられやすいと想定しよう。そうすると（2－6）式より、所与の政府支出gと移転支出h、および所与の公債残高bのもとで、持続可能な税率（sustainable tax rate）t*が導出できる。[26]

いま、d=g+h−tを考慮すると、（2－6）式は

$$-\int_0^{\infty}(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds+t\int_0^{\infty}e^{-(r-\theta)s}ds=b_0 \quad (4-1')$$

となる。これを満たすtを、t*とおけば、

$$t^*=(r-\theta)[b_0+\int_0^{\infty}(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds] \quad (4-2)$$

をえる。あるいは

$$t^*=(r-\theta)\int_0^{\infty}[g+h+(r-\theta)b_0]e^{-(r-\theta)s}ds \quad (4-2')$$

である。r−θの値が大きくないとするとき、持続可能税率は、将来のg+hと初期の公債残高がもたらす純利払い費の合計額の割引現在価値に等しい。

このような理論値としての持続可能税率（t*）と現行の税率（t）とを比較すれば、その差（t*−t）が財政の持続可能性の指標になる。もしt*−t＜0であれば、現行の財政は持続可能である。逆に、t*−t＞0であれば持続不可能である。このとき財政赤字を続ければ、公債残高比率は無限に累積していくからである。そのため、税率の引き上げが求められることになる。

しかし、持続可能税率と現行税率との差（t*−t＞0）が同じ値を示しても、必ずしも持続可能性に対するシグナルが同一であるとはいえない。例えば、現行の税率tが十分に低い水準にあれば、増税の実現可能な余地は十分に残された状態にある。それゆえ、将来のある時点で税率の引き上げが必要であるとしても、それは比較的ゆるやかな中期的な修正を意味するものといえる。これに対して、現行水準がすでに許容水準に近い状況にあれば、同じt*−t＞0であっても、それは財政破綻の危険度がかなり高く、公債の貨幣化や各種の公債償還拒否圧力のリスクの高まりを示すことになろう。その意味では、裁量的に税率を改正できる余地を考慮できるような方向での基準化された指標（normalized index）が必要となろう。

先送りのコスト

これまでは、ある時点で、どれだけ財政調整が必要になるかをみてきた。しかし実際には、もう一つやっかいな問題が発生する。それは、いろんな理由で財政の調整が遅れを伴う点である。

そして調整が遅れれば、当初の計画期間に持続可能税率への修正ができない。そうなれば当初予定しなかった新たな赤字が発生し、新たな公債を発行しなければならない。そのため持続可能性を維持するためには、追加的な遅れ部分を加えたより高いt*が求められることになる。これが、財政調整の遅れに伴う先送りコストである。

いま、d=g+h−tを考慮して、（2－6）式を

26) Blanchard (1993) p.315。このようにBlanchardは、初期において存在する公債残高が将来にわたって一定に維持されるような税率を、動学的な政府予算制約式から導き出し、それを財政の持続可能性指標として提示した。

n時点で分けて書けば、

$$b_0+\int_0^{\infty}(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds-t\int_0^{\infty}e^{-(r-\theta)s}ds$$
$$-\int_n^{\infty}t_n^{*}e^{-(r-\theta)s}ds=0 \qquad (4-3)$$

をえる。t_n^*は、n時点におけるt^*である。

これを、（4－2）式を考慮して、整理すると、

$$t_n^*-t^*=(t^*-t)\ \{e^{(r-\theta)n}-1\} \qquad (4-4)$$

をえる。[27] これから、政策が遅れる期間nを1とするとき、必要なt^*の大きさの増加分は、

$$dt^*/ds=(t^*-t)(r-\theta) \qquad (4-5)$$

で、近似できる。[28]

例えば、$r-\theta$が2％で、t^*-tが5％とするとき、1年の遅れが0.1％ t^*を上昇し、財政調整(ds)に10年かかれば、t^*は1％だけ上昇することになる。

5．租税ギャップ指標

短期租税ギャップ

もっとも単純な持続可能性指標が、（2－2）式で与えられる。

（2－2）式において、$\dot{b}=0$とおき、そのときの$t=t_0^*$とおけば、

$$t_0^*=g+h+(r-\theta)b_0 \qquad (5-1)$$

をえる。これが単年度でみた短期的な持続可能税率である。それは、純利払いを含んだ支出比率に等しい。

従って、現実の税率とのギャップは

$$\Phi s=t_0^*-t=g+h-t+(r-\theta)b_0$$
$$=d+(r-\theta)b_0 \qquad (5-2)$$

となる。[29] この指標は、$t^*-t>0$であれば、ちょうど財政赤字比率に等しい。この場合、rとθに現実の値を用いるのではなく、例えば過去5年あるいは10年間の平均値を用いることもできる。そうすれば、一定期間の政府の借入れ利子率と景気変動要因を平均化して示すことができ、もっと有意な指標となるであろう。

しかし、それでもこの指標はあまりにも素朴であるため、予想される経済の変動や将来の政策の変化から生じる影響などは考慮できない。

中・長期指標

そこで、こんどは財政計画上の視野をn期間とする。そして、このn期間で持続可能な税率t_n^*を検討してみよう。

いま、（2－4'）式で、$d=g+h-t$を考慮して、整理すると、

$$\int_0^n(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds+b_0-b_ne^{-(r-\theta)n}$$
$$=t\int_0^n e^{-(r-\theta)s}ds \qquad (5-3)$$

となる。これから、$b_n=b_0$となるようなtを、t_n^*とおけば、

$$t_n^*=(r-\theta)\{1-e^{-(r-\theta)n}\}^{-1}[\int_0^n(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds$$
$$+b_0\{1-e^{-(r-\theta)n}\}] \qquad (5-4)$$

あるいは、

$$t_n^*=(r-\theta)\{1-e^{-(r-\theta)n}\}^{-1}[\int_0^n(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds$$
$$+(r-\theta)b_0\int_0^n e^{-(r-\theta)s}ds]$$
$$=(r-\theta)\{1-e^{-(r-\theta)n}\}^{-1}\int_0^n\{g+h+(r-\theta)b_0\}e^{-(r-\theta)s}ds \qquad (5-4')$$

をえる。

$n\to\infty$とおけば、t_n^*は（4－2'）式のt^*に近づく。もし$r-\theta$とnの値がそれほど大きくないとすれば、中期的な持続可能税率t_n^*は、予想されるn年間のgとhの平均値プラス純利払費率$(r-\theta)b_0$で近似できる。

これと、現実の税率とのギャップ、すなわちt_n^*-tが、より中長期の指標を与えてくれる。[30] すなわち、

$$\Phi^M=t_n^*-t$$
$$=\Sigma(g+h)/n+(r-\theta)b_0-t \qquad (5-5)$$

である。

---

27) ここで、（4－2）式より、$\int_0^{\infty}(g+h)e^{-(r-\theta)s}ds+b_0=t^*(r-\theta)^{-1}$、また、$\int_n^{\infty}e^{-(r-\theta)s}ds=(r-\theta)^{-1}\{1-e^{(r-\theta)n}\}$、

$\int_n^{\infty}e^{-(r-\theta)s}ds=(r-\theta)^{-1}e^{-(r-\theta)n}$、である。

28) ここで、$e^{r-\theta}-1\approx r-\theta$である。

29) Blanchardは、これをprimary gapと呼ぶ。Blanchard（1993）p.316。

30) Blanchardは、これをmid-term tax gapと呼ぶ。Blanchard（1993）p.316。

例えば、財政視野をn＝3と想定すれば、持続可能税率ギャップ t_3^*-t は、当期とその後2年の間に予想される対GDP比でみた政府支出と移転支出の平均値に、対GDPでみた公債の純利払いを加えたものから、現行の税率を差し引いた大きさで示される。

＜表5－1＞は、これらの点を、いくつかのケースを想定して、簡単な数値例で示したものである。持続可能税率と現行の税率の差が、必要な税率の引き上げ幅を示している。ケース1とケース2を比較すれば、利子率の上昇分だけ、ケース2のほうが必要な引き上げ幅が増大する。ケース1とケース3を比較すれば、ケース3の場合、金利の上昇と財政規模の拡大によって持続可能税率t*は大幅に上昇し、必要な税率の引き上げ幅は2倍以上となる。その分、財政の持続可能性の達成において困難度がより高いといえる。さらにケース4では、初期の公債残高がほぼ倍増するため、持続可能税率t*は異常に高い値を示す。

＜表5－1＞

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
g＋h	0.35	0.35	0.65	0.65
$r-\theta$	0.01	0.03	0.05	0.05
b_0	0.8	0.8	0.8	1.5
t	0.3	0.3	0.55	0.55
t*	0.358	0.374	0.69	0.725
t*－t	0.058	0.074	0.14	0.175

これらは、将来ある程度予想される経済社会の変化や、景気変動や、それに対応した将来の政府支出や租税の動きを取り入れた指標を構築しようとするものである。このようなアイディアは、例えば30年から、50年というようなより長期的な持続可能性指標

$$\Phi^L = t_{30}^* - t \qquad (5-6)$$

の設計に応用できよう。[31]

しかしそのためには、少子高齢化による人口構成の変化が年齢や医療給付のような社会保障関連の支出に及ぼす影響についての予測値が必要となる。また、このような長期スパンでは、財政調整そのものが利子率や成長率に及ぼす影響も無視できない。その場合、特に租税の引き上げが動学的な資源配分に及ぼす撹乱的効果の明示的な取り扱いが重要となろう。

これらの点での一般化はそう単純ではないけれども、文字通り今日的な制度の持続可能性論議に密接に関連した問題であり、不可欠な作業である。Blanchardの長期的指標はそのための1つの方向を示すアイディアといえよう。

6．財政赤字と成長率と利子率

これまでは、無限視野の計画期間を前提した。そして理論的視点から、具体的な長期的指標を示し、財政政策の持続可能性の意味を考えてきた。

しかし、それはBlanchard（1993）の指摘にあるとおり、実際上の有効な指標としては限界がある。特に、実際の政策決定はそのときどきの経済環境に依存するので、政策の意思決定者は、特定の期間についての情報を必要とするからである。[32]

そのためには、現在の支出と収入の水準の関係で表わされた政策スタンスの持続が公債・GDP比率の発散、あるいは収束を引き起こすことになるのかどうか、その意味で、将来、政策の逆転が必要になるかどうかを決めることができるような指標が必要となる。

公債・GDP比率の収束

まず、財政赤字の規模がGDP比で一定にとどまるようなケースを考えてみよう。[33]

いま、名目GDP（Y）は一定の率yで成長し（$Y_t=Y_0(1+y)^t$）、財政赤字（D）はGDPの一定割合qである（$D_t=qY_t$）とする。

そうすると、任意の時点tにおける公債残高は、 $B_t=\sum_{k=1}^{t}D_k+B_0$ となり、

$$B_t = qY_0\sum_{k=1}^{t}(1+y)^k + B_0$$

$$= (q/y)Y_0\{(1+y)[(1+y)^t-1]\}+B_0 \qquad (6-1)$$

となる。[34]

31）Blanchardは、これをlong-term tax gapと呼ぶ。Blanchard（1993）p.317。

32）Blanchard（1993）p.316。

33）例えば、Bispham（1987）pp.68-70、Frish（1997）、Burger（2003）参照。

従って、公債・GDP比率は、

$$b_t=\frac{Bt}{Yt}=\frac{q}{y}\left\{\frac{(1+y)^t-1}{(1+y)^{t-1}}\right\}+\frac{B_0}{Yt}$$

$$=\ \frac{q}{y}(1+y)-\frac{q/y}{(1+y)^{t-1}}+\frac{B_0}{Yt} \qquad (6-2)$$

となる。これから、t→∞とおけば、

$$b_t=\frac{q}{y}(1+y) \qquad (6-3)$$

をえる。

このように財政赤字がGDP比で一定に保たれるとすれば、公債・GDP比率は t→∞において、有限の一定値に収束する。例えば、q が３％（５％）、y が２％であるとすれば、b＝1.53（2.55）となる。

公債・GDP比率の発散

うえのケースでは、公債の利払い問題を無視し、財政赤字はプライマリーデフィシットに等しいとした。こんどは、もっと一般化して利払いを考慮し、GDPに対するプライマリーバランスの比率が一定に保たれるとしよう。

いま、初期の公債残高の対GDP比率をＰとし、$D_0=PY_0=B_0$とする。そうすると、利子率を r とすれば、

$$B_t-B_{t-1}=D_t=qY_t+rB_{t-1} \qquad (6-4)$$

である。いいかえれば

$$B_t=qY_t+(1+r)B_{t-1} \qquad (6-5)$$

となる。これからB_{t-1}、B_{t-2}、B_{t-3}を求め、順次代入して整理すれば、

$$B_t=qY_t+(1+r)\ [qY_{t-1}+(1+r)B_{t-2}]$$

$$=q\sum_{k=0}^{t-1}(1+r)^kY_{t-k}+(1+r)^tPY_0$$

$$=qY_0\sum_{k=0}^{t-1}(1+r)^k(1+y)^{t-k}+(1+r)^tPY_0 \qquad (6-6)$$

をえる。ただし$y_{t-k}=(1+y)^{t-k}y_0$である。

これから、

$$b_t=\frac{Bt}{Yt}=\frac{q}{(1+y)^t}\left[\sum_{k=0}^{t-1}(1+r)^k(1+y)^{t-k}\right]+P\left[\frac{1+r}{1+y}\right]^t$$

$$=q\sum_{k=0}^{t-1}\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^k+P\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t \qquad (6-7)$$

をえる。これから、r≠y とすれば、

$$b_t=q\left\{\left[\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t-1\right]/\left[\frac{1+r}{1+y}-1\right]\right\}+P\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t$$

$$=q\left(\frac{1+y}{r-y}\right)\left[\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t-1\right]+P\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t \qquad (6-8)$$

となる。しかし r=y の場合には、

$$b_t=tq+p \qquad (6-9)$$

となる。

このように利払いが全体の財政赤字の変動要因になれば、公債・GDP比率の動きは、利子率 r と成長率 y の関係に左右されることになる。そのさい、特に r=y であれば、（６－９）式より明らかなように、t→∞において、公債残高比率は発散する。(b_t→∞)。そしてそれが正の発散になるか、負の発散になるかは、q の符号（すなわちプライマリーバランス）次第である。

このことは r=y のとき、プライマリーデフィシットを出すような財政運営はとれないことを意味する。例えば、初期の公債・GDP比率が0.8で、プライマリーデフィシットが４％であるとすれば、10年後、30年後および50年後の公債・GDP比率は、それぞれ b_{10}=1.2、b_{30}=2.0、b_{50}=2.8となる。

この場合、もし政府がプライマリーバランスを均衡させるような財政運営（q＝０）を行えば、将来の公債・GDP比率はつねに初期の水準0.8で一定に止まる。

これに対して、y>r と想定してみよう。そうするとt→∞のとき、$\frac{1+r}{1+y}\to 0$ となるので、（６－８）式より

$$b_t=q\left(\frac{1+y}{y-r}\right) \qquad (6-10)$$

をえる。[35] 公債・GDP比率は加速度的に発散することはなく、安定的に一定値に収束する。しかしその場合でも、プライマリーデフィシットが大きければ大きいほど、収束する値は大きくなる。

例えば、利子率が２％、成長率が５％であるとする。このとき、プライマリーデフィシットが３％（６％）であれば、b は1.05（2.1）に収束す

34）なお、$\sum_{k=1}^{t}x^k=\frac{x^t-1}{x-1}$ である。

35）もし r＝０であれば、利払いを無視したケースの $\frac{q}{y}(1+y)$ になる。

る。プライマリーデフィシットが1％（q＝0.01）に抑えられれば、bは0.35で安定化する。

雪ダルマ式累積の可能性

逆に、r＞y であれば、どうなるか。それをみるため、（6－8）式を

$$b_t = q\left(\frac{1+y}{r-y}\right)\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t - q\left(\frac{1+y}{r-y}\right) + P\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t$$

$$= \left\{q\left(\frac{1+y}{r-y}\right) + P\right\}\left(\frac{1+r}{1+y}\right)^t - q\left(\frac{1+y}{r-y}\right) \qquad (6-11)$$

と書き換えてみよう。

この式において、(1＋r)/(1＋y)＞1である。そして、pとqに係る第1項と第3項の2つの発散要因を含む。従って、公債・GDP比率の変化はこれらPとqの符号と、それらの相対的な大きさに依存することがわかる。

はじめに、これら両方が正である（p＞0、q＞0）としよう。そうすると、t→∞のとき、公債・GDP比率は際限なく発散する。すなわち利子率が成長率を上回るとき、政府がプライマリーデフィシットを出すか、あるいはプライマリーサープラスであっても、それが小さい場合には、公債・GDP比率は発散することになる。このようなケースでは、財政政策は持続不可能であり、政府支出が削減されるか、増税されなければならないことを意味する。

また、pとqの両方が負値をとれば、初期値が負（P＜0）で、プライマリーサープラス（q＜0）が続く過程で、政府は正の純資産（net worth）を累積することになる。これは現実的にはありそうにないけれども、この場合もまた財政政策は持続不可能となろう。

これらに対して、pとqのうち、1つが正で、もう1つが負であれば、（6－11）式の2つの発散項は反対の方向に働く。したがって公債・GDP比率の動きは、

$$\left|q\left(\frac{1+y}{r-y}\right)\right| \gtrless |P| \qquad (6-12)$$

に依存する。

もちろん、q[(1＋y)/(r−y)]＝P となるようなpとqの値を求めることは可能である。そのときの $q=\hat{q}$ と呼べば、$\hat{q}=p/\{(1+y)/(r-y)\}$ である。しかしその可能性は、Bispham（1987）の指摘にもあるように、ほとんどありそうにない。[36] むしろ現実には、実際に公債残高比率が発散するのを回避するために、政府はプライマリーバランスの値を（6－12）式の不等号の方向を適宜、逆転させていくような決定をしていくことになろう。プライマリーデフィシットか、あるいはプライマリーサープラスがあまりにも小さい場合には、公債・GDP比率の累積をくい止められないからである。（6－11）式は、財政政策が持続可能であるためには、この公債・GDP比率の累積を阻止するために必要な十分な大きさのプライマリーサープラスを出さなければならないことを示す。これは、財政が破綻しない、すなわち公債が持続可能であるためのBohn（1998）仮説につうじる。

簡単な数値例

この点を、数値例で確認してみよう。[37] 例えば、利子率（r）は8％、成長率（y）は5％であるとする。そして初期の公債・GDP比率（p）が50％とする。

＜シナリオ1＞　$q=\hat{q}$

このとき、プライマリーサープラス（q＜0）が、q(1＋y)/(r−y)＝p を満たすに十分な大きさであるとすれば、$\hat{q}$＝0.01429である。そうすると、（6－11）式の第1項と第3項は等しく（0.01429（1.05/0.03）＝0.5)、反対の符号をもつ。

従って、第1項と第3項は相殺され、bはつねに初期値b＝0.5で一定となる。すなわち、

$$b_t = -0.01429\,(1.05/0.03)\,(1.08/1.05)^t + 0.01429\,(1.05/0.03) + 0.5\,(1.08/1.05)^t = 0.5 \qquad (6-13)$$

である。

＜シナリオ2＞　$q<\hat{q}$

こんどは、プライマリーサープラスが累積的な公債・GDP比率の増大を阻止するに十分な大きさでないとしよう。すなわち $q<\hat{q}$ である。そうすると、（6－11）式の第1項は第3項より小さく、第3項を相殺できない。例えば、q＝0.01とすれば、30年後の公債・GDP比は、

36）Bispham（1987）p.70。

37）以下の数値例については、Burger（2003）pp.42-43参照。

$$b_{30}=-0.01\,(1.05/0.03)\,(1.08/1.05)^{30}$$
$$+0.01\,(1.05/0.03)+0.5\,(1.08/1.05)^{30}$$
$$=0.6992 \qquad (6-14)$$

となる。

＜シナリオ３＞　q＞0

最後のシナリオは、政府がプライマリーデフィシットを出し、公債・GDP比率が無限に上昇し続けるケースである。例えば、q＝0.01429とする。

このとき、10年後の公債・GDP比率を示せば、

$$b_{10}=0.01429\,(1.05/0.03)\,(1.08/1.05)^{10}$$
$$-0.01429\,(1.05/0.03)+0.5\,(1.08/1.05)^{10}$$
$$=0.826 \qquad (6-15)$$

となる。同様に20年後、および30年後は、それぞれ $b_{20}=1.257$、$b_{30}=1.828$ となる。

この場合、公債・GDP比率の増大ペースは最初の10年間で0.326、その次の10年間で0.431、そして最後の10年間で0.571と、次第に加速度的に拡大し、t→∞のとき、発散することになる。

①これらの結論は、うえでみた r<y のケースには公債・GDP比率は発散しないで収束するという結論とは対照的である。その意味で、公債・GDP比率の雪ダルマ式発散が起こるのは、利子率が成長率を上回るときのみであることがわかる。

②また、30年後に＜シナリオ３＞と＜シナリオ２＞の公債・GDP比率を比較すれば、＜シナリオ３＞のほうが＜シナリオ２＞のそれよりかなり高い値を示すことがわかる。このことから、プライマリーサープラスが小さければ小さいほど、そしてプライマリーデフィシットが大きければ大きいほど、公債・GDP比率はより高くなり、中長期的にみてプライマリーバランスのコントロールがきわめて重要であることが確認できる。

７．短期的持続可能性指標

持続可能プライマリーバランス

これまでみてきた（６－３）、（６－８）、（６－９）、（６－12）の長期的な指標は、財政政策が長期的に持続可能かどうかをみるのに役立つであろう。しかし実際の政策決定は、特定の時点ごとに行われ、無限視野で行われるわけではない。そこで政府の意思決定に対する含意を、特定の期間ごとに判断できるような指標が必要となる。そうすることで政府は遠い将来についての予想ではなく、近い将来についての予想により確信が持てることになる。政府の政策の持続可能性により確信がもてるのは、それが短期指標を使って判断できるときである。この点が、（６－３）～（６－12）でみた指標の適用可能性の限界である。

そのような短期的な指標として、通常１期間で定義されたプライマリーバランス（PB：利払いを除いた支出と税収の差）が用いられる。そしてそのプライマリーバランスの規模と公債・GDP比率の変化の対応に注目する。[38]

その場合、焦点は政府が変えられる支出、すなわち裁量的支出と税収でなければならない。利払い部分は契約上の同意事項であり、約束通り公債を返済するという制約が課される限り、利払いを政府の裁量で削減したりすることはできないからである。[39]

そうなると政府が支出を調整して、公債・GDP比率を安定化しようとすれば、利払いを除いた支出部分のみが削減可能となる。ただしその場合でもすべての非利子支出が無条件に裁量的であるというわけではない。年金を含めた移転的支出には、利払いと同様な義務的・非裁量的支出が多く含まれているからである。[40]

次の（７－１）式が、財政の持続可能性をみるためのもっとも一般的な短期指標である。

$$\triangle B_t/Y_t=(r_t-y_t)\,B_{t-1}/Y_t+PB_t/Y_t+R_t/Y_t \qquad (7-1)$$

である。ただし、プライマリーバランス（PB）は、

$$PB=I+G-T \qquad (7-2)$$

である。Ｉは投資支出、Ｇは経常支出、Ｔは税収である。また、（７－１）式の R_t は、公債の貨幣化（debt monetization）の効果などを含む残差要因である。

（７－１）式の右辺の第１項が、政府支出の利払い部分を示す。r>y であれば、公債・GDP比率の上方圧力となり、逆に r<y であれば、下方圧力となる。第２項が政府の利払い以外の支出を

38）Burger（2003）pp.44-45、拙稿（1998a）、（1998b）（2003）pp.29-30。

39）Blejer-Cheasty（1991）p.1655。

40）Blejer-Cheasty（1991）p.1672、Bovenberg-Peterson（1992）。

示す。もしそれが正であれば（PB＞０）、プライマリーデフィシットを意味し、公債・GDP比率の上方圧力となる。逆に、PB＜０は、プライマリーサープラスを意味し、公債・GDP比率の下方圧力となる。これら２つの大きさと符号に対応して、公債・GDP比率に対して正味でプラス、あるいはマイナスの効果が及ぶことになる。

従って、持続可能性を確保するためには政府は、利子率－成長率ギャップがもたらす上昇圧力をカバーして余りあるほどのプライマリーサープラスを出さなければならない。公債・GDP比率を安定化させるに必要なプライマリーサープラスの大きさは、

$$-PB_t^*/Y_t=(r_t-y_t)B_{t-1}/Y_t \quad (7-3)$$

である。これが、持続可能なプライマリーサープラス（－PB*）である。

例えば、公債・GDP比率が60％とすれば、１％の（r－y）ギャップは、GDPの0.6％のプライマリーサープラスを必要とすることを意味する。従って、平均して現行の（r－y）ギャップが２％とすれば、財政の持続可能性を達成するには、ほぼGDPの1.2％のプライマリーサープラスを要求することになる。もちろん現在の公債・GDP比率が高くなればなるほど（100％）、１％の（r－y）ギャップに対して要求されるプライマリーサープラスはより大きくなる（１％）。

簡単な数値例

以上、短期指標を使って、r>y のとき、公債・GDP比率の上昇を阻止するには、プライマリーサープラスが必要になることをみた。そしてｒ＜ｙであれば、公債・GDP比率を上昇させることなく、プライマリーデフィシットを出すことが可能であることをみた。以下、これらの点を、数値例で確認してみよう。[41]

いま、t－１期の公債残高が50、GDPが100、そしてｔ期の経済成長は５％と想定する。このとき、次表のような４つのシナリオが示されよう。なお、<シナリオ１>と<シナリオ２>においてｒ＝0.08、<シナリオ３>と<シナリオ４>においてｒ＝0.02とする。また、$y_t=(1+0.05)Y_{t-1}=105$である。

＜表７－１＞

PB	プライマリーサープラス	プライマリーデフィシット
ｒ＞ｙ	シナリオ１	シナリオ２
ｒ＜ｙ	シナリオ４	シナリオ３

<シナリオ１>

この場合、政府が1.5の大きさのプライマリーサープラスを出すとする。そうすると、（７－１）式において、

$$\begin{aligned}\triangle B_t/Y_t&=(r_t-g_t)B_{t-1}/Y_t+PB_t/Y_t\\&=(0.08-0.05)\,50/105-1.5/105\\&=0 \quad (7-4)\end{aligned}$$

となる。それは、このケースでは、プライマリーサープラスの大きさが持続可能プライマリーサープラスPB*＝1.5/105＝1.5に等しいからである。これはPB*＝0.01429であり、およそGDPの1.4％になる。

なお、これは長期指標の<シナリオ１>でみた公債・GDP比率の上昇を阻止するために必要なプライマリーサープラスと同じ値である。またこのケースで、政府がPB*以上のプライマリーサープラスを出せば、公債・GDP比率は低下していく。

<シナリオ２>

逆に、政府が1.5のプライマリーデフィシットを出すケースである。このとき、（７－１）式は、

$$\begin{aligned}\triangle B_t/Y_t&=(0.08-0.05)(50/105)+1.5/105\\&=0.029 \quad (7-5)\end{aligned}$$

となる。このケースではプライマリーデフィシットが、公債・GDP比率をt－１期の0.5から、ｔ期には0.529に引き上げる。利子率が成長率を上回る状況下で、政府がプライマリーデフィシットを出すような政策をとれば、公債・GDP比率の上昇は避けられない。

<シナリオ３>

しかし、<シナリオ３>のように利子率が成長率以下であるようなケースでは、状況が違ってくる。すなわち、うえと同じように1.5のプライマリーデフィシットを出しても、r<y であれば、

$$\begin{aligned}\triangle B_t/Y_t&=(0.02-0.05)(50/105)+1.5/105\\&=0 \quad (7-6)\end{aligned}$$

となるからである。

41）Burger（2003）pp.46-47参照。なおBurger（2003）pp.80-101は、この線上で、各部門の枠組みの精緻化と、それを踏まえたシミュレーションを試みている。

<シナリオ4>

もちろん、$r<y$ の状況下で、<シナリオ4>のようにプライマリーサープラスを出せば、公債・GDP比率は確実に低下していく。

$$\triangle B_t/Y_t = (0.02-0.05)(50/105) - 1.5/105$$
$$= -0.029 \quad (7-7)$$

従ってこのケースでは、公債・GDP比率は、t−1期の0.5から、t期には0.471に減少する。

持続可能プライマリーサープラスの意味

以上、財政の持続可能性にとって、プライマリーサープラスのコントロールが重要な条件になることをみた。しかしこのことは、公債・GDP比率の増大を阻止するには、政府がいつでも十分な大きさのプライマリーサープラスを出さなければならないということを意味しない。

現実には、プライマリーサープラスが小さくて($PB<PB^*$)、公債・GDP比率を阻止できない期間もあろう。そのような場合にはその後、PB^*以上のプライマリーサープラスが確保できるような期間で相殺できればよい。重要な点は、安定的な公債・GDP比率を維持するためには、一定期間で平均して、十分な規模のプライマリーサープラスが求められるということである。

このように財政が持続可能であるためには、政策決定者は平均して、十分な大きさのプライマリーサープラスを出すように計画しなければならない。このことは、景気変動の過程で、プライマリーサープラスの大きさを適宜、適切に変更していくことが重要であることを意味する。それと同時に、将来高い経済成長が期待されるときには、一時的に公債・GDP比率が上昇することも認める。

例えば、政府が民間部門の生産性を高めるような投資を行えば、より高い成長率が期待できよう。より高い経済成長は税率を引き上げなくても、より多くの税収の徴収を可能にする。将来の公債・GDP比率の減少は、必要となるプライマリーサープラスの大きさが減少することを意味する。

以上、政府が実施している財政政策が持続可能であるかどうかを、政府が現在、公債・GDP比率の上昇を引きおこしているような政策が、将来いつか逆転できるかどうかという視点から、分析してきた。しかし(7−3)式は、むしろ実質利払い負担が最大実現可能なプライマリーサープラスを上回るかどうかという視点から、解釈することもできる。そうだとすれば、最大持続可能な公債残高は、最大実現可能なプライマリーサープラスの実質利子率に対する比率で決まることを意味する。このようにみれば、むしろ政治的にみて持続不可能 (political sustainability) となる場合が生じる。支出の削減や増税の実施に限界があれば、最大実現可能なプライマリーサープラスの大きさに限界がおこり、これが最大実現可能な公債残高の大きさに上限を課すことになるからである。

伝統的持続可能赤字

なお代替的な指標として、伝統的な持続可能赤字が考えられる。これは、総政府支出と税収の間の持続可能な差額と定義される。すなわち、

$$D_t = -PB_t - rB_{t-1} \quad (7-8)$$

である。ここで、(7−3)式でみた$-PB_t = (r-y)B_{t-1}$を考慮すれば

$$D_t/Y_t = (r-y)B_{t-1}/Y_t - rB_{t-1}/Y_t$$
$$= -yB_{t-1}/Y_t \quad (7-9)$$

となり、成長率かける公債・GDP比率に等しくなる。

例えば、$y=2\%$、そしてマーストリヒト基準に従って、$B/Y=0.6$と想定すれば、この公債・GDP比率の上昇圧力を引き起こすことなしに政府が出せる最大赤字は、GDP比でみて、$(D/Y)^*=2\times0.6=1.2\%$である。いいかえれば、マーストリヒト協定では財政赤字基準3%、公債残高基準60%と設定されるが、これらが有効な政策目標として両立するためには、成長率$y=5\%$が保証されなければならないことを意味する。[42)]

この指標はよく使われるが、(7−1)式のように利子率と成長率の間の関係を考慮できない点で、財政政策の持続可能性を分析するためには余りに粗雑な指標といわなければならない。

8．赤字公債と持続可能性

財政の持続可能性の基礎にある考え方は、政府は連続的に赤字をだすべきではないというもので

42) 拙稿 (2003) pp.46-48。

である。財政赤字を続ければ、Posner（1987）、Buiter・Kletzer（1992）、Friedman（1992）等の指摘にあるように、公債・GDP比率の限りない上昇を引きおこし、利子率の上昇と投資の減少をもたらすことになるからである。

ケインズ革命以前では、均衡予算を続けることが財政政策の規範と考えられ、特に政府は経常支出を賄うのに借り入れるべきではないと主張されてきた。政府による赤字公債は財政の持続不可能の原因になるという主張である。以下では、経常支出を賄うための公債発行と、うえでみてきた持続可能性分析を結びつけてみよう。[43)]

持続可能経常収支バランス

いま、（7－1）式のプライマリーバランスに含まれた支出は、利払いを除いた経常支出（C_t）と資本支出（I_t）からなるとする。すなわち、$PB_t = C_t + I_t$である。そうすると、

$$\triangle B_t/Y_t = (r_t - y_t) B_{t-1}/Y_t + C_t/Y_t + I_t/Y_t \quad (8-1)$$

をえる。利払いを含んだ経常赤字の対GDP比は、

$$r_t B_{t-1}/Y_t + C_t/Y_t \quad (8-2)$$

である。

そこで、政府資本（K）は、GDPと同率で拡大すると仮定する。$y = \triangle K/K$である。$yK_{t-1} = I_t$を代入すると、

$$\triangle B_t/Y_t = (r_t - y_t) B_{t-1}/Y_t + C_t/Y_t + yK_{t-1}/Y_t \quad (8-3)$$

となる。

（8－3）式において、資本支出（K_{t-1}）と利払費（B_{t-1}）を所与とすれば、政府が持続可能なプライマリーサープラスを確保するために調整できる変数は、利払いを除いた経常バランス（C_t）のみである。すなわち、

$$-C_t^*/Y_t = -(PB_t - yK_t)/Y_t$$
$$= (r_t - y_t) B_{t-1}/Y_t + yK_{t-1}/Y_t \quad (8-4)$$

をえる。このC^*が、持続可能な経常収支バランスであり、税収がどの程度、利払いを除いた経常支出を上回らなければならないかを示す。公債・GDP比率の累積を阻止するには、政府は必要なプライマリーサープラス＋資本支出、に等しい非利子経常サープラスを出さなければならない。

もし、過去の政府が投資を賄うためにのみ公債発行したとすれば、B＝Kである。そして今期も、投資を賄うために借入れするとしよう。そうすると（8－3）式より、公債・GDP比率の変化は、経常バランス・GDP比率に等しい。すなわち、

$$\triangle B_t/Y_t = r_t B_{t-1}/Y_t + C_t/Y_t - yB_{t-1}/Y_t + yK_{t-1}/Y_t$$
$$= r_t B_{t-1}/Y_t + C_t/Y_t \quad (8-5)$$

となる。

このことは、資本支出が税率の引き上げなしに、より高い税収という形の利益を引きおこすことを求める。もしそうでなければ、資本支出は経常支出と何ら変わらないことになる。[44)]

これから、もし政府が経常バランスで赤字を出せば、$r_t B_{t-1}/Y_t + C_t/Y_t > 0$となり、政府資本・GDP比率は一定に保たれるとしても、公債・GDP比率の累積は不可避である。公債・GDP比率の累積を阻止するには、利払費を除いた経常バランスで利払費に等しいサープラスを出さなければならない。この点は、$r > y$、$r < y$の両方の場合に成り立つ。

さらに、公債・GDP比率を引き上げることなく、公債残高は$y_t B_{t-1}$だけ増大できることに注目せよ。（7－9）でみたように伝統的赤字の持続可能な大きさは$y_t B_{t-1}/Y_t$であることを思い出せば、伝統的赤字は政府投資を賄うために使われなければならないことになる。このとき B＝K より、（8－5）式における公債・GDP比率の増大分$y_t K_{t-1}/Y_t$に見合う削減分$-y_t B_{t-1}/Y_t$が確保される。そうでなければ、公債・GDP比率が累積していくか、資本・GDP比率が減少していく。

こんどは、過去に政府が赤字公債を発行していたとする。そうすると、B>K である。この場合には、利払いを除いた経常サープラスは、過去に赤字公債を発行しているとした場合以上の大きさにならなければならない。その超過分は、経常支出を賄うために発行した公債に利子率をかけた大きさに等しくなる。その分、政府は利払い以外の支出を削減するか、税で支払うため税率を引き上げなければならない。

43) Burger（2003）pp.52-54。古典派の見解については、Ferguson（1964）、Rowley（1986）、Kaounides-Wood（eds.）（1992）参照。

44) しかし、Buiter et al（1993）pp. 87-88等が指摘するように、投資プロジェクトの収益は、社会的に望ましいものであっても、必ずしも政府に充当される現金として生じない。

政府は公債が償還されないかぎり、利払いを続けなければならないので、経常支出を賄うために発行された公債の価値はすべての将来の利払いを除いた経常バランスの割引価値に等しくなる。このとき公債・GDP比率が一定に維持されるとすれば、（8－5）式は

$$B_{t-1}/Y_t = -C_t/r_tY_t \qquad (8-6)$$

となり、財政政策は持続可能となる。（8－6）式は、2節でみた（2－6）式に等しい。

簡単な数値例

最後に、以上の点を、数値例で確認しておこう。[45]

いま、利子率と成長率がそれぞれ $r=0.08$、$y=0.05$、そして $t-1$ 期の公債残高とGDPがそれぞれ $Y_{t-1}=100$、$B_{t-1}=50$とする。また、プライマリーサープラスは1.5である。さらに、過去において政府は資本支出を賄う場合のみ公債調達を使い、公的資本ストックは $K_{t-1}=50$とする。そして公的資本ストックを、成長率に等しい率で増大させるとすると、政府投資は $I_t=yK_{t-1}=2.5$となる。

プライマリーサープラスが1.5で、政府投資が2.5であるから、利払いを除いた経常サープラスは$C_t=1.5+2.5=4$となる。このとき、（8－3）式は

$$\triangle B_t/Y_t = (0.08-0.05)(50/105) -4/105+2.5/105 = 0 \qquad (8-7)$$

となる。この場合、$yB_{t-1}/Y_t=yK_{t-1}/Y_t=2.5/105$である。また、経常赤字の対GDP比は、

$$r_tB_{t-1}/Y_t+C_t/Y_t=0.08(50/105)-4/105 = 0 \qquad (8-8)$$

となり、政府は経常バランスで赤字を出していないわけである。

これに対して、例えば、利払いを除いた経常サープラスがもっと小さく、$C_t=3.5<C_t^*$であれば、利払いを含んだ経常赤字の対GDP比は、0.08(50/105) $-3.5/105=0.5/105>0$となる。このように経常バランスで赤字を出せば、公債・GDP比率はそれと同じだけ上昇することは避けられない。

9．実証分析への展望

このように持続可能性の問題は、政府の長期的な借入制約上の条件と密接に関係しているが、実際にHamilton-Flavin（1986）以降、実証レベルで検証しようとしている点は、政府支出と政府収入の双方がこれまでのような推移を今後も続けることができるかどうかである。その意味で、両者の間に長期的にみて安定的な関係があるといえるかどうかの検証や、公債残高の時系列の定常性の検証に力点がおかれる。すなわち、公債残高やプライマリーバランスが一定の値の回りで安定しているかどうか、一定の水準に収束するかどうかの統計的な検証である。もしこれらによって現在の財政赤字あるいは財政政策が持続不可能であることが判明すれば、将来のプライマリーバランスが政府の予算制約と一致するように現在の政策スタンスを変更していかなければならないことは、これまでみてきた通りである。[46]

異時点間の政府予算制約

このような持続可能性を実証的に分析する出発点は、政府の予算制約式である。改めて、その基本的な枠組みを示せば、以下のようである。[47] いま t 期の政府予算制約を、

$$G_t+(1+r_t)B_{t-1}=T_t+B_t \qquad (9-1)$$

とする。ここでG：利払いを除いた政府支出、T：税収、B：公債残高、r：利子率である。また、$PS_t=T_t-G_t$とおく。そうすると、これから

$$B_{t-1}=PS_t/(1+r_t)+B_t/(1+r_t) \qquad (9-2)$$

をえる。これを、例えば $t+1$、$t+2$、$t+3$ と前向きに解き、B_t、B_{t+1}、B_{t+2} を求める。そしてこの B_{t+1} 式を、B_t式に代入すると、

$$B_t=PS_{t+1}/(1+r_{t+1}) + [PS_{t+2}/(1+r_{t+2})+B_{t+2}/(1+r_{t+2})]/(1+r_{t+1}) \qquad (9-3)$$

をえる。これにさらに、B_{t+2} を代入すると、

$$B_t=PS_{t+1}/(1+r_{t+1})+PS_{t+2}/(1+r_{t+1})(1+r_{t+2}) +[PS_{t+3}/(1+r_{t+3})+B_{t+3}/(1+r_{t+3})] /(1+r_{t+1})(1+r_{t+2}) \qquad (9-4)$$

45）Burger（2003）p.55参照。

46）以下、拙稿（2003）pp.44-46。

47）Rudin-Smith（1994）、畑農（1999）、Afonso（2000）、Ihori-Sato（2002）、井堀（2005）第3章、参照。

をえる。

以上のプロセスを無限先まで繰り返せば、政府の異時点間の予算制約式を導き出すことができる。すなわち、

$$B_t=\sum_{s=1}^{\infty} PS_{t+s}/\prod_{i=1}^{s}(1+r_{t+i})+\lim_{s\to\infty} B_{t+s}/\prod_{i=1}^{s}(1+r_{t+i}) \qquad (9-5)$$

である。この式の右辺の第1項は、将来予想されるプライマリーサープラスの現在価値の合計を示す。また第2項は、無限先の将来に残る債務の現在価値である。

従って、財政の持続可能性が、無限先の将来において完全に政府債務が返済できることを意味するとすれば、

$$\lim_{s\to\infty} B_{t+s}/\prod_{i=1}^{s}(1+r_{t+i})=0 \qquad (9-6)$$

が成立しなければならない。すなわち、無限先の将来の政府債務がゼロに収束することが条件になる。

このとき、（9－5）式より、現在の政府債務は、

$$B_t=\sum_{s=1}^{\infty} PS_{t+s}/\prod_{i=1}^{s}(1+r_{t+i}) \qquad (9-7)$$

であって、将来までに予想されるプライマリーサープラスで相殺されることを意味する。いいかえれば、（9－6）式が成立していない状況は、政府が新規債務で過去の債務を返済するというポンジーゲームを行っていることを示す。その意味で（9－6）式は、将来のどこかで政府のポンジーゲームを食い止めなければならないことを求める。これが、非ポンジーゲーム（no-Ponzi games）条件、あるいは横断条件（transversality condition）といわれるゆえんである。[48)]

定常性の検証

しかし、このままでは実証分析に使いにくい。そこで、これに若干、修正を加える。例えばHakkio-Rush（1991）では、実質利子率（r）は定常的であると仮定して、次のような補助変数

$$E_t=G_t+(r_t-r)B_{t-1} \qquad (9-8)$$

を定義する。

このとき、（9－1）式は、

$$E_t+(1+r)B_{t-1}=T_t+B_t \qquad (9-9)$$

となる。これから、

$$B_{t-1}=(T_t-E_t)/(1+r)+B_t/(1+r) \qquad (9-10)$$

をえる。これを、改めてうえと同じように前向きに解けば、例えば B_t、B_{t+1}、B_{t+2}をえる。そしてこれらを順次、B_tに代入すると、

$$B_t=(T_{t+1}-E_{t+1})/(1+r)+(T_{t+2}-E_{t+2})/(1+r)^2+B_{t+2}/(1+r)^2 \qquad (9-11)$$

をえる。そこで、これを（9－10）式に代入し、整理すると、（9－10）式は

$$B_{t-1}=(T_t-E_t)/(1+r)+(T_{t+1}-E_{t+1})/(1+r)^2+(T_{t+2}-E_{t+2})/(1+r)^3+B_{t+2}/(1+r)^3 \qquad (9-12)$$

となる。

以上のプロセスを、無限先まで繰り返せば、

$$B_{t-1}=\sum_{s=0}^{\infty}(T_{t+s}-E_{t+s})/(1+r)^{s+1}+\lim_{s\to\infty} B_{t+s}/(1+r)^{s+1} \qquad (9-13)$$

をえる。これは、（9－5）式に対応するものである。これから、財政政策が持続可能であるためには、公債残高の現在価値が無限先でゼロになることを保証しなければならない。すなわち、

$$\lim_{s\to\infty} B_{t+s}/(1+r)^{s+1}=0 \qquad (9-14)$$

である。これは、公債が利子率以上のスピードで増大しないことを制約条件とすることを意味する。このように、政府は将来、公債残高に等しいプライマリーサープラスを出さなければならない。また公債は、実質利子率を超える勢いで無限に増大していくこともできない。

これらから、財政政策あるいは財政赤字の持続可能性について、2つの補完的な定義がえられる。一つは、現在の公債の価値は将来のプライマリーサープラスの合計に等しくなければならない。そしてもう一つは、公債の現在価値は、無限先においてゼロにならなければならない、である。

そこで、直接、広義の政府支出（G'）と税収（T）の長期的な関係に注目して、

$$G'_t=G_t+r_tB_{t-1} \qquad (9-15)$$

とおけば、（9－1）式より、

$$G'_t-T_t=G_t+r_tB_{t-1}-T_t=B_t-B_{t-1} \qquad (9-16)$$

48) O' Connell-Zeldes（1988）。これから、基本的には（9－5）式の極限項の値が、有意にゼロであるかどうかの検証を試みればよい。これが有意にゼロであれば、持続可能であるといえる。

をえる。これに、（９－11）式および（９－12）式を代入すれば、

$$\begin{aligned} G'_t - T_t = & (\Delta T_t - \Delta E_t)/(1+r) \\ & + (\Delta T_{t+1} - \Delta E_{t+1})/(1+r)^2 \\ & + (\Delta T_{t+2} - \Delta E_{t+2})/(1+r)^3 \\ & + \Delta B_{t+2}/(1+r)_3 \end{aligned} \quad (9-17)$$

をえる。ただし、$\Delta X_t = X_{t+1} - X_t$ である。

この関係を一般化して示すと、

$$G'_t - T_t = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\Delta T_{t+s} - \Delta E_{T+s}}{(1+r)^{s+1}} + \lim_{s \to \infty} \frac{\Delta B_{t+s}}{(1+r)^{s+1}} \quad (9-18)$$

をえる。このとき、上でみた（９－14）式が成立しているならば、（９－18）式の右辺の第２項はゼロとなり、財政は持続可能性条件を満たすことになる。このような視点から、一般に、

$$T_t = \alpha + \beta G'_t + \gamma \quad (9-19)$$

のような回帰式を推定し（ただし、γ は誤差項である）、政府支出と税収の間に長期でみて安定した関係が存在するかどうかの検証が試みられる。[49]

b とPBの相関関係

最後に、持続可能性と公債残高・国民所得比率の安定性の関係をみておこう。このような視点からの分析は、特にMcCallum（1984）以降の成長経済モデルにとってより適切なものといえよう。

そこで、政府の予算制約を対GDP比で示す。そうすると、

$$B_t/Y_t = (1+r_t) B_{t-1}/(1+y_t) Y_{t-1} + G_t/Y_t - R_t/Y_t \quad (9-20)$$

をえる。ただし、$Y_t = (1+y_t) Y_{t-1}$ である。もし経済の成長率が利子率を上回ると、$(1+r_t)/(1+y_t) < 1$ である。従って、このような状況では公債・国民所得比率は、プライマリーサープラス（$G_t/Y_t - R_t/Y_t < 0$）が生じないときでも低下する可能性がある。しかし、もし成長率が利子率以下であるときは、プライマリーサープラスがなければ、公債・国民所得比率は、限りなく増大することになる。例えば、もし公債の増加率が利子率以下であっても、所得の増加率を上回れば、公債・所得比率の増大の可能性は排除できないからである。

Bohn（1998）は、このような視点から、公債残高の対GDP比（b_t）とプライマリーバランスの対GDP比（x_t）の相関関係を基準とした検定方式を提示した。[50] すなわち、

$$x_t = \alpha + \beta b_t + \gamma \quad (9-21)$$

のような推定式を使って、$\beta > 0$ という持続可能性条件を満たしているかどうかで、検定しようとするものである。

上で（９－13）式を導出したと同じ手続きで、実質利子率はrで定常的であると想定し、また一定の実質経済成長率を想定すると、予算制約は

$$b_{t-1} = \sum_{s=0}^{\infty} (1+y/1+r)^{s+1} [\rho_{t+s} - e_{t+s}] + \lim_{s \to \infty} b_{t+s} (1+y/1+r)^{s+1} \quad (9-22)$$

となる。ここで、$b_t = B_t/Y_t$、$e_t = E_t/Y_t$、$\rho_t = R_t/Y_t$ である。

従って、r>y のとき、公債の増大に歯止めをかけるためには、ソルベンシー条件を導入することが必要になる。すなわち、横断条件が

$$\lim_{s \to \infty} b_{t+s} (1+y/1+r)^{s+1} = 0 \quad (9-23)$$

であって、公債・GDP比率の増加率が $(1+y/1+r)^{s+1}$ 以下でなければならない。

予算制約（９－22）式と、ソルベンシー条件（９－23）式より、

$$b_{t-1} = \sum_{s=0}^{\infty} (1+y/1+r)^{s+1} [\rho_{t+s} - e_{t+s}] \quad (9-24)$$

をえる。GDP比でみた将来のプライマリーサープラスの現在価値が、受け継いだ公債残高に一致するとき、財政政策が持続可能であるという周知の結果をえる。

まとめ

以上、中長期、および短期の指標を使って、財

49) このような視点からの実証分析については、Afonso（2000）のサーベイ参照。また、小野（2004）は、構造変化を考慮した分析を試み、日本の場合、長期政府債務残高は非定常時系列であって、持続可能ではないという結果を導いている。

50) このような検定方式と実証分析については、井堀（2005）pp.72-78が詳しい。なお、わが国の場合、加藤（1997）、土居（2000）、井堀（2005）pp.69-70など、最近のデータを含んだ分析では持続可能性について否定的な結果が多い。

政の持続可能性について検討した。そして、プライマリーバランスの適切なコントロールで、動学的に公債残高を安定化させるという考え方の有効性は、大きく公債残高の初期値に依存することをみた。また、特にそれが歴史的にみてすでに高い水準にある場合には、財政の持続可能性にとって、プライマリーサープラスの段階的な拡大が決定的な要件になることをみた。

もちろん、十分な大きさのプライマリーサープラスが適正な一定の期間で求められるということであるが、現在のままロールオーバーによる債務累積の罠から脱却できなければ、求められるプライマリーサープラスの大きさは累増し、結局、公債の魔力が政府を破産させることになろう。この点から、現行の財政政策の持続は不可能であり、基本的なスタンスの変更は不可避といえよう。以上のような意味で、財政の破綻を回避するためにも、財政規律を回復し、段階的に財政の健全化を促進していくことが急務であることを確認した。

これらから、財政再建のための道筋を提示し、社会的合意を得るためには、歳出構造の改革を前提した年次計画が必要になろう。具体的に、計画期間をどのくらいに設定し、各年度のプライマリーサープラスをどのくらいにし、それをどのような方法で確保していくかの決定をしなければならない。そのためには、現行の制度的枠組みを踏まえたより包括的な経済分析が必要になろう。特に、中長期的視野での持続可能性の論議であるから、財政の論理だけでは限界があろう。財政調整そのものが利子率や成長率に及ぼす影響と、その反作用の分析が欠かせないからである。その際、特に租税の引き上げが、動学的な資源配分に及ぼす撹乱的効果が重要な意味をもつことになろう。また財政政策や金融政策のスタンスや両者の相互関係を対応させ、実証分析につなげていくためには、両部門に関わる現実の制度に即した分析が必要になろう。

これらの点での一般化は、そう単純ではないけれども、文字通り今日的な財政制度の持続可能性論議につなげるためには、政治的・制度的側面からの検討とともに、不可欠な作業といえよう。残された課題である。

参考文献

Abel, A. B. (1992), "Can the Government Roll Over Its Debt Forever?" Federal Reserve Bank of Philadelphia *Business Review*, 3-18.

Afonso, A. (2000), "Fiscal Policy Sustainability: Some Unpleasant European Evidence," Technical University of Lisbon, Working Paper 12/2000.

Barro, R. J. (1979), "On the Determination of the Public Debt," *Journal of Political Economy* 87, 940-971.

Bispham, J. A. (1987), "Rising Public Sector Indebtedness: Some more Unpleasant Arithmetic," in Boskin, M. J., J. S. Flemming and S. Gorini (eds), *Private Saving and Public Debt*, 40-71.

Blanchard, O. J. (1984), "Current and Anticipated Deficits, Interest Rates and Economic Activity," *European Economic Review* 25, 7-27.

Blanchard, O. J. and S. Fischer (1989), *Lectures on Macroeconomics*, The MIT press.

Blanchard, O. J., J. Chouraqui and R. Hagemann and N. Sartor (1990), "The Sustainability of Fiscal Policy: New Answers to an Old Question," OECD *Economic Studies* 15, 7-36.

Blanchard, O. J. (1993), "Suggestions for a New Set of Fiscal Indicators," in Verbon, H. A. A. and F. A. A. M. Van Winden (eds.), *The Political Economy of Government Debt*, North-Holland, Chapter 14.

Blejer, M. I. and A.Cheasty (1991), " The Measurement of Fiscal Deficits: Analytical and Methodorogical Issues," *Journal of Economic Literature* 29, 1644-1678.

Bohn, H (1998), "The Behavior of U. S. Public Debt and Deficits," *Quarterly Journal of Economics* 113, 949-963.

Boskin, M. J., J. S. Flemming and S. Gorini (eds) (1987), *Private Saving and Public Debt*, Oxford: Baisil Blackwell.

Bovenberg, L. and C. Peterson (1992), "Public Debt and Pension Policy," *Fiscal Studies* 13, 1-14.

Bovenberg, L., J. M. Kremers and P. R. Masson (1991), "Economic and Monetary Union in

Europe and Constraints on National Budgetary Policies," IMF *Staff Papers* 38, 374-398. Reprinted in Verbon, H. A. A. and F. A. A. M. Van Winden (eds.), *The Political Economy of Government Debt*, North-Holland, Chapter 6.

Buiter, W. H., G. Corsetti, and N. Roubini (1993), "Excessive Deficits: Sense and Nonsense in the Treaty of Maastrucht," *Economic Policy* 16, 57-100.

Buiter, W. H. and K. M. Kletzer (1992), "Who's Afraid of Public Debt?" *American Economic Review* 82, 290-294.

Burger, P. (2003), *Sustainable Fiscal Policy and Economic Stability*, Edward Elgar.

Congdon, T. (1987), "The Link between Budget Deficits and Inflation: Some Contrasts between Developed and Developing Countries," in Boskin, M. J., J. S. Flemming and S. Gorini (eds), *Private Saving and Public Debt*, 72-91.

Domar, E. D. (1944), "The 'burden of the Debt' and the National Income," *American Economic Review* 34, 798-827, in *Essays in the Theory of Economic Growth*, 1957.

Ferguson, J. M. (ed.) (1964), *Public Debt and Future Generations*, The University of North Carolina Press.

Friedman, B. M. (1992), "Learning from the Reagan Deficits," *American Economic Review* 82, 299-304.

Frisch, H. (1998), "The Algebra of Government Debt," *Finanzarchiv*, 586-599.

Giavazzi, F. and L. Spaventa (1988), *High Public Debt : The Italian Experience*, Cambridge University Press.

Hakkio, G. and M. Rush (1991), "Is the Budget Deficit too Large?" *Economic Inquiry* 29, 429-445.

Haliassons, M., and J,. Tobin (1990), " The Macroeconomics of Government Finance," in Friedman, B. M. and F H. *Hahn, Handbook of Monetary Economics*, North-Holland.

Hamilton, J. and M. Flavin (1986), " On the Limitations of Government Borrowing: A Framework for Empirical Test," *American Economic Review* 76, 808-816.

Ihori, T. and M.Sato (2002), *Government Deficit and Fiscal Reform in Japan*, Kluwer Academic Publishers.

Kaounides, L. C. and G. E. Wood (eds.) (1992), "Public Debt and Classical Political Economy," *Debt and Deficits* I, The International Library of Macroeconomic and Financial History Series.

Keynes, J. M. (1923), *A Tract on Monetary Reform*, in The Collected Writings of John Maynard Keynes Ⅳ, Macmillan, 1971.

Kremers, J. M. (1989), "U. S. Federal Indebtedness and the Conduct of Fiscal Policy," *Journal of Monetary Economics* 23, 219-238.

McCallum, B. T. (1984), "Are Bond-Financed Deficits Inflationary? A Ricardian Analysis, " *Journal of Political Economy* 92, 123-135.

Musgrave, R. A. (1959), *The Theory of Public Finance: A Study in Public Economy*, McGraw-Hill.

O'Connell, S. and S. Zeldes (1998), "Rational Ponzi Games," *International Economic Review* 29, 431-450.

Poterba, J. M. and J. von Hagen (eds.) (1999), *Fiscal Institutions and Fiscal Performance*, The University of Chicago Press.

Posner, M. V. (1987), "A Survey of the Debate," in Boskin, M. J., J. S. Flemming and S. Gorini (eds), *Private Saving and Public Debt*, 395-414.

Prskawetz, A., G. Feichtinger and M. Luptǎčik (1998), "The Accomplishment of the Maastricht Criteria with Respect to Initial Debt," *Journal of Economics* 68, 1998, 93-110.

Roubini, N. (1991), "Economic and Political Determinants of Budget Deficits in Developing Countries," *Journal of International Money and Finance* 10, 49-72.

Rowley, C. K. (1986), "Classical Political Economy and the Debt Issue," in Buchanan, J. M., C. K. Rowley and R. D. Tollison (eds.), *Deficit*, 49-74.

Rudin, J. R. and G. W. Smith (1994), "Government Deficits: Measuring Solvency and Sustainability, " in Robson, W. B. P. and W. M. Scarth (eds.), *Deficit Reduction: What Pain, What Gain?*, C. D.

Howe Institute., 127-157.

Sargent, T. and N. Wallace (1982), "Some Unpleasant Monetarist Arithmetic," Federal Reserve Bank of Minneapolis *Quarterly Review*, 15-31.

Spaventa, L. (1987), "The Growth of Public Debt," IMF *Staff Papers* 34, 374-399.

Van Velthoven, B. H. Verbon, and F. Van Winden, (1993), "The Political Economy of Government Debt: A Survey," in Verbon, H. and F. Van Winden (eds.), *The Political Economy of Government Debt*, North-Holland.

Verbon, H. A. A. and F. A. A. M. Van Winden (eds.), (1993), *The Political Economy of Government Debt*, North-Holland.

Von Hagen, J. (1998), "Discussion of Winckler, Hochreiter and Brandner's Paper," in Calvo, G. and M. King (eds.) (1998), *The Debt Burden and Its Consequences for Monetary Policy*, Macmillan Press Ltd.

Winckler, G., E. Hochreiter and P. Brandner (1998), "Deficits, Debt and European Monerary Union: Some Unpleasant Fiscal Arithmetic," in Calvo, G. and M. King (eds.) (1998), The Debt Burden and Its Consequences for Monetary Policy, Macmillan Press Ltd.

井堀利宏（2000）、『財政赤字の正しい考え方』、東洋経済新報社。

井堀利宏編（2005）、『日本の財政赤字』、岩波書店。

小野宏(2004)、「財政の持続可能性と単位根検定」、『経済論叢』27-3、15-30。

加藤久和（1997）、「財政赤字の現状と政府債務の持続可能性」、電力中央研究報告Y970001。

土居丈朗（2000）、「我が国における国債の持続可能性と財政運営」、経済企画庁経済研究所編『財政赤字の経済分析』、第1章。

畑農鋭矢（1999）、「財政運営の持続可能性」、『一橋論叢』122-6、715-732。

米原淳七郎（1985）、「財政赤字と公債負担」、大阪大学財政研究会編『現代財政』第4章、創文社。

吉田和男（1997）、『破綻する日本財政』、大蔵財務協会。

拙稿（1990）、「財政赤字の持続可能性について—Domar定理と資本蓄積—」、『経済論叢』14-1、135-164。

拙稿（1993）、『マクロ財政政策理論の研究—財政赤字動学の分析—』、広島大学経済研究双書10、広島大学経済学部。

拙稿（1998a）、「財政健全化の経済学」、『南山経済研究』12、231-255。

拙稿（1998b）、「財政政策のクレディビリティーと持続可能性について」、『経済論叢』22-1、125-151。

拙稿（2003）、「財政赤字と財政再建—政府予算制約の含意を中心に—」、『経済論叢』27-1、27-55。