広島大学　学部・附属学校共同研究機構研究紀要
〈第34号　2006. 3〉

技能と考え方をバランスよく育てる算数・数学科の学習（3年間のまとめ）

山﨑　裕昌　　藤井　雅洋　　谷川　佳万　　植田　敦三
池畠　　良

1　はじめに

「21世紀に必要とされる学力」とは何か，なぜこの研究課題を設定したのかを述べたい。

これまで算数・数学教育の重点は，指導要領の改訂とともに「技能」か「考える力」かというように，どちらかのみに比重を置かれることが多かった。また，学力の低下が声高に叫ばれる現在，算数・数学の基礎・基本がいわゆる「知識・技能」に限定される傾向にある。しかし，「技能」と「考え方」は互いに支えあうもので，どちらか一方だけが秀でていても生活に活かせる算数・数学の力とはなりにくいのではないかと考えたのである。

教育課程実施状況調査報告書（平成14年2月実施）によると，第5学年「小数の計算」については，計算の技能と比べると，計算の意味理解と，計算の仕方の思考・判断についての問題での通過率が全体として低いという状況であった。さらに，比較的によいとされている計算技能においても，9.3×0.82の答えを76.26や0.7626とするなど計算を処理する過程での小数点の打ち間違えがみられた。かける数（0.82）は1より少し小さい数だから，積はかけられる数（9.3）より少し小さくなるだろうという見通しを持つことができていれば防げたミスである。また，中学校では，計算技能を中心とした技能は比較的高いが，そこから規則性を見いだす力や図形の証明などにおいて考え導いたことを表現する力の不足などがあげられる。

このことから，私たちは21世紀に必要な算数・数学科の学力とは，単独としてある「技能」や「考え方」ではなく，「技能」と「考え方」がバランスよく統合され様々な場面でそれらを活用できる力であるととらえ，本研究主題を設定した。

さらに，平成17年度より上記の教科の目標に加え，「協同的創造力」の観点でも子どもたちを見て，集団としての学習能力の高まりをめざしたいと考えた。算数・数学科が捉える『協同的創造力』とは，「課題の解決に向けて友だちと意見交流・討議する中で，コミュニケーションを育てながら，これまで学習した知識や技能を活かし，新しい考え方を見つけていく力」と捉えている。単に答えを求めるだけではなく，小グループでの討議やそれを発表する過程で，「自分の考え方のここの部分まではよかったんだ。」「なるほど，そういう考えもあるのか。」といった実感のもてる練りあいを大切にしていこうと考え，その積み重ねが，次の学習へ意欲をつなぐものとなりうるものではないかと仮定した。

これらをふまえ，本研究をすすめた。

2　研究計画

ここでは，広島大学附属三原小中学校での3年間の研究計画を示した。算数・数学科の構成メンバーは替わっていったが，3年間というスパンで研究をどのようにすすめたかを平成15年度（2003年度）から平成17年度（2005年度）までをあげたものである。

第1年次・・・平成15年度
- 小学校第1学年から中学校第3学年までの一貫カリキュラムの開発
- 中学校3年生に期待する姿（力）を育てるものになっているかという観点での現行教育内容の見直し
- 一貫カリキュラムモデルの作成
  技能の定着と考え方の育成という2つの側面を統合的に埋め込んだ学習材の収集開発

第2年次・・・平成16年度
- 小学校第1学年から中学校第3学年までの一貫カリキュラムの開発・実践
- 評価の規準作成
- 技能の定着と考え方の育成という2つの側面

Hiromasa Yamasaki, Masahiro Fujii, Yoshikazu Tanigawa, Atsumi Ueda, Ryo Ikehata ; Teaching and learnig mathematics through the situation integrating the mathematical thinking with skills

を統合的に埋め込んだ学習材の収集開発

第3年次・・・平成17年度

・小学校第1学年から中学校第3学年までの一貫カリキュラム検証・改善
・評価と評価の規準の修正
・技能と考え方の定着度の検証
・「協同的創造力」の研究

3　具体的方策

～系統的に技能と考え方を育てる指導方法・教育課程の改善～

【小中一貫カリキュラムの作成にあたって】

9か年間のゴールの姿として中学3年生がある。そこで，中学3年生で身につけさせたい算数・数学の力を設定し，そのためにはどのような9か年であればよいのか，学習の始期やスパイラル性を考慮し小中一貫のカリキュラムを作成していくこととした。例えば，中学生にとって3次元の空間認識の理解は困難なものとなっている。そこで，小学校のどの時期からどのような学習を行うことでそれを克服することができるのかという観点で小学校の教育内容・教育課程の見直しを行った。

小学校での教育内容・教育課程の見直しを行うにあたって，中学生にみられる傾向を分析したところ次のようにまとめられた。

・数と式においては，数の代わりに文字を用いて表すことへの抵抗感があり，数量関係を見つけ文字を用いて表したり，数量を読みとったりすることが苦手である。
・数量関係においては，表，グラフ，式の一つ一つは理解できるが，それら相互の関係が捉えにくい。
・図形においては，三次元の空間を二次元で捉えることができにくく，平面上に図で表すことができにくい。
・生活に密着した考え方へと発展しにくい傾向にある。筋道を立てて考えたり説明したりすることが苦手と思う生徒が比較的多い。

したがって，中学生がめざす姿・つけたい力として，つぎのように考えた。

・数と式においては，文字の持つ意味，特に変数の意味を理解し，文字式に表したり文字式の意味を読みとったりすることや文字式の計算や処理ができるようになる。
・数の拡張と数概念を理解し，新しく導入された数の四則計算の意味と方法を理解し，その計算ができるようになる。
・数量関係においては，ともなって変わる2つの数量の間の変化や対応を，表，式，グラフによって調べることができるようになる。また，関数について基礎的な概念や性質を理解し，関数を利用することができるようになる。さらに，確率の意味を理解し，確率的な見方や考え方が定着し，発展できるようになる。
・図形においては，立体図形や空間認識を容易に理解できるようになる。また，三角形の合同条件を使った証明を筋道立てて説明ができるようになる。

これらのことをもとにして，小中一貫のカリキュラム（註）を編成した。

改善点としては，

・指導と評価の一体化をめざし，子どもの実態にあわせ既習事項の理解を深めることができるよう，小学校では2単元ごとに復習の時間を設けたこと
・「数の考え」「関数の考え」「統計的な考え」「空間認識」「計算をしながら，そこに含まれている数理的現象に気づき，追求していく主体的な問題解決的思考」を子どもたちにつけたい『5つの力』として設定したこと
・子どもたちにつけたい『5つの力』の定着と向上に重点を置いた単元を配置したこと

の3点があげられる。

次のページには，本学園の「算数・数学科　単元配列一覧表」を掲載している。5つの力の定着や向上に向け，新たに開発した単元や指導要領にない内容を付け加えているが，その代表的なものをあげておく。

～配置単元～

・小学校第1学年に関係をとらえることを重視した教材（キズネールの色棒）を使った単元
・小学校第1・2学年に生活との結びつきを重視した複合単元
・小学校第2学年に立体の切断面を扱う単元
・小学校第4学年に平面から立体を作る単元
・小学校第4学年から中学校までに，技能と考え方を統合する学習材を使った単元
・中学校第1学年に「立体の切断面」を扱う単元
・中学校第2学年に「資料・統計」を扱う単元
・中学校第3学年に「2次方程式の解の公式」を扱う単元

算数・数学科 単元配列一覧表

広島大学附属三原小学校・中学校

	小学校			小学校				中学校		
	1年	2年	3年	4年	5年	6年		1年	2年	3年
数と計算	きゃんぷにいこう きゃんぷにいこう 10までのかず なんばんめ いろぼうで かんがえよう いくつといくつ たしざん（1） いろぼうで かんがえよう2 ひきざん（1） いろぼうで かんがえよう3 10よりおおきいかず いろぼうで かんがえよう4 たしざん（2） いろぼうで かんがえよう5 おおきなかず	本日かいてん ○○やさん 1000までのかず たし算 ひき算 たし算とひき算（1） かけ算 かけ算（2） 数を数えよう 1000より大きい数 たし算とひき算	たし算とひき算 かけ算 かけ算のひっ算 わり算 大きな数 あまりのあるわり算 2けたのかけ算 そろばん	大きな数 わり算 1けたでわるわり算 2けたでわるわり算 がい数 分数	小数と整数 小数のかけ算 小数のわり算 分数	倍数と約数 分数 分数のかけ算とわり算(1) 分数のかけ算とわり算(2)	数と式	正の数・負の数 文字と式 方程式	式の計算 連立方程式	式の計算 平方根 2次方程式
数量関係		本日かいてん ○○やさん ひょうとグラフ	表とグラフ	しりょうの整理 公式 折れ線グラフ 式と計算 ともなって変わる量	交換・結合・分配法則 割合とグラフ	平均 比 倍と割合 比例	数量関係	比例・反比例 【資料・統計グラフ】	1次関数 確率	2乗に比例する関数
量と測定	ながさくらべ	本日かいてん ○○やさん とけい 長さ	長さ かさ 時間と時こく 重さ	角 面積	図形の面積 円（面積）	単位量当たりの大きさ 体積	図形	平面図形 【回転移動】 【平行移動】 【対称移動】 立体図形 【立体の切断】	図形の調べ方 三角形・四角形・円 平行線と角 【接弦定理】	相似な図形 三平方の定理 【ピタゴラスになったつもりで定理を発見する】
図形	かたち	いろいろなかたち【切ってみるとどんなかたち】 三角形と四角形	形 箱の形	円と球 三角形 【こんな形かな】	垂直と平行 いろいろな四角形 図形の角 円（直径と円周）	いろいろな立体				
技能と考えを統合する教材		4つのかずのたし算	かけ算スクエア	くるくるたし算	ふしぎなかけ算 かけ算スクエア 分数のたし算	カレンダーの秘密 （分数スクエア） 長さ2倍BOX	技能と考えを統合する教材	【比例・反比例の関係を身のまわりから見つけよう】	平行線と角 【三角形の合同条件を見つけよう】	式の計算 【2次方程式の解の公式の導き方】 相似な図形 【簡単に高さが測れないものを計算で求める】

（波線の囲み）は開発した教材・単元名。【　】は学習指導要領にはないが取り入れている内容。

図　算数・数学科　単元配列一覧表

4　授業実践例

技能の習熟と考え方の育成という２つの側面を統合する学習材について，実践例を３例あげておく。この学習材の特徴は，はじめは子どもたちにとっては計算練習の場であるが，そこに埋め込まれた規則性に気づくと同時に計算問題であったものが探求の場に変容し，子どもたちのかかわりの中で活動が広がっていくところにある。

① 授業実践－「不思議なかけ算」小学校5学年－

> **次のかけ算は　不思議なかけ算です。**
> （1）１５×１５＝
> （2）２５×２５＝
> （3）３５×３５＝
> ☆　**きまりを見つけてほかの不思議なかけ算をつくろう。**

かけ算の計算技能の習熟を図るとともに，式と積との間にあるきまりに気づき，練習をする中で，式と積との関係について考えることができる教材である。

《気づかせたいこと》

○　積の下２けたは25になり，他の位は（十の位の数）×（十の位の数＋1）になる。

○　きまりを用いて，他の不思議なかけ算の問題をつくる。

児童は，どの問題の積も下２けたが25になっていることに容易に気づき，その理由も「5×5があるので25になると思います。」という意見でまとまった。

また，積の下２けた以外の数のあるきまりについては説明できるところまで考えがまとまった児童が少なかったため，班ごとに個人の意見を交流する時間を設けた。

その結果，「（十の位の数）×（十の位の数）をして（問題番号の数）を足した数になっています。(2)の25以外の数も，（十の位の数）×（十の位の数）をして（問題番号の数）を足した数になっています。(3)も同じです。」「他の言い方をします。わたしは，（十の位の数）×（十の位の数）をして（十の位の数）を足せばいいと思います。(2)だったら，2×2＋2＝6です。」との意見には「なるほど。」「本当にそうなっているね。」と多くの児童が納得していた。

さらに，「(2)の積は(1)の積より400多く，(3)は(2)より600多いですね。答えのちがいが200ずつ広がっているから，次の問題（45×45の意）では800多くなって答えが2025になるはずです。」との意見が出され，実際に計算で確かめた。

《授業を終えて》

昨年度の実践の追試として指導をおこなった。計算技能の習熟と，一定条件下の中でのきまりを見つけ，さらに既習事項を用いてそのきまりが成り立つ理由を考えるといった数学的な思考力を培うことに有効な学習材であった。また，個人思考による解決に至らない場合でも，小集団での思考を取り入れたことで「いい考えだなあ。」「なるほど，そうだったのか。」「よく気がついたなあ，すごい。」といったつぶやきが聞かれるなど，児童は数学的な思考のおもしろさ・よさを実感することができた。

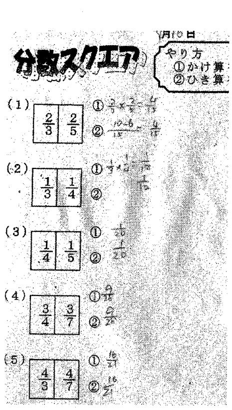
② 授業実践―「分数スクエア」小学校６学年―

□（スクエア）の中にある二つの分数を，①かけ算をする　②ひき算をするという手順で問題をしていく中で，きまりを見つけ，なぜそうなるのか考えることができる教材である。

《気づかせたいこと》

○　かけ算とひき算の答えが同じになる。

○　（右の分母）－（左の分母）＝（分子）となる。



２問行ったところで何か気づいたことがないか尋ねたら，答えが同じであることに気がつく子がいた。ではなぜ答えが同じになるのか考えていくことになったが，計算のきまりを用いて考えを説明する子はいたが，図で説明する子はいなかった。気づいたことの中には，分子が同じであることや，（右の分母）－（左の分母）＝（分子）ということがあげられた。きまりを見つけることができたらやっている途中からの計算では，そのことを活かし，答えを書いていく児童もいた。（上図参照）

《授業を終えて》

「算数には不思議なことがあるのだなあと思いました。そういうことはおもしろいのでもっといろいろな不思議を知りたいと思いました。」

「自分でもこのようなきまりがある計算を見つけたいです。」「他にも不思議なこともあると思うので調べてみたいし，なぜなのか考えたい。」等，児童の感想から，計算をしている中で見つけた規則性がなぜなのかを考えることを通して，もっと知りたい，見つけたい，調べたい，自分で考えてみたい，というように意欲を感じることができる。このような児童の姿から本教材は，計算の技能の定着をしていきながら，きまりをみつけようとする考え方の両面が育くまれるものであるといえる。考えを説明するために，既習事項を活かしたり図をかいたりしながら，みんなで考えることが楽しいということを実感させるような発問や学びあいの場を大切に今後も行っていきたい。

③　授業実践

－「２次方程式をより簡単に解くために（２次方程式の解の公式の発見)」中学校第３学年－

次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$\chi^2-5\chi=0$

(2)　$\chi^2+5\chi+6=0$

(3)　$\chi^2-6\chi+10=1$

(4)　$\chi^2-10\chi+24=0$

(5)　$\chi^2-49=0$

(6)　$3\chi^2-20=0$

(7)　$(\chi+1)^2=16$

(8)　$(\chi-5)^2=8$

(9)　$\chi^2+6\chi-1=0$

(10)　$2\chi^2-5\chi-3=0$

２次方程式の基本的な解き方【(1)～(8)の内容】を学習してから復習ドリルを行う。問題を解かせていくうちに因数分解できない式に至った場合，どうしたらよいか考えさせ，$(\chi+p)^2=q$ の形を利用した解き方に着目させる。このことを活かしながら，２次方程式の一般式 $a\chi^2+b\chi+c=0$解の公式を導く教材である。

《気づかせたいこと》

○　(10)の問題において，最初に両辺を2でわれば，$(\chi+p)^2=q$ の形にでき解ける。

○　２次方程式の一般式 $a\chi^2+b\chi+c=0$も同様に解が求められ，解の公式として導き，それが利用できるようにする。

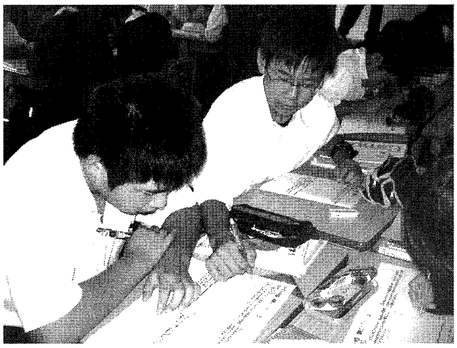
《授業を終えて》

何とか(1)～(8)までは理解できる生徒は多かった。しかし，(9)(10)には手がつけられていない状況であった。そこで，グループ討議をさせどうしたら解が求められるか考えさせていった。

この授業に至るまでに，過去いろいろなドリルなど学習の場面に，少し考えさせるような応用問題を入れて取り組ませてきた。基本的な内容がしっかり身についていれば，発展的な問題にもあきらめずに取り組めていけたように思う。しかし，今回は，立ち止まって投げ出してしまうような生徒もいた。しかし，グループ討議を活用することで，私語が増えたりすることもなく「こうしたら解けたよ」「その考え途中まであっていたよ」などの声があがっていた。

発見したことを具体的な公式にしてみたり，見つけたことがうまくまとめられたりしたときに，生徒たちからの感想や授業のふり返りから「満足感や達成感が得られた」ということがわかった。

学習の理解度に差があるか，また楽しく興味を持って取り組めたか，何が今回の学習でわかったのかを問い続けながら今後もすすめたいと思う。



5　まとめ

技能の定着と考え方の育成という2つの側面を統合的に埋め込んだ学習材の児童・生徒の解決例や反応を指導者側から見取ると，児童や生徒は自力解決にあたり「別の考え方はできないか」「何かきまりはないか」という見方をすることができるようになってきている。また，新しい見方を次の場面に活用しようとする意識や，学習意欲の高まりも感じている。このことから，私たちは，ドリル計算の中にパターンを埋め込んだ問題場面というのは，技能・数学的な思考をバランスよく育てていくという目的に合うものだと考え，これからも，問題の中へ規則性を組み込んだ学習材を制作していきたいと考えている。

最後に，本研究の課題をまとめておく。

(1) 現時点で，ドリル計算の中にパターンを埋め込んだ学習材が十分に開発されているわけではない。
今後，学習材の開発が必要である。

(2) 開発した教材が児童や生徒にとっての学びに効果があったかどうかという評価については，明確な基準がないまま児童や生徒のつぶやきや感想を把握するにとどまっている。そこで，児童・生徒にとって学習した反応や感想などから，満足度や到達の度合いを数値的に把握するための基準づくりを行う必要がある。

(3) 班などの小集団での学習形態をとることで，児童・生徒の意見の交流がしやすくなり，個人の思考内容が互いに確認しやすくなった。また，友達の考えにふれることで新しい見方に気づくようになってきている。しかし，発言力の強い者の意見にとらわれたり，個が埋没したりすることもある。

発表のさせ方や学習規律を含め，数学的アイデアの練りあいを積み重ねていくことで，これからも「なるほど，そういう考えがあるのか。」「自分の考え方のこの部分まではよかったんだなあ。」といった実感を持たせることのできる小集団活動のあり方について研究を深めていく必要がある。

研究３年目の本年度，研究授業の際に小中の教員が互いの授業に参加しあい児童・生徒の様子を観察するにとどまっており，児童・生徒の実態把握は十分とはいえない。小中間の日常の授業観察を大切にし，改めて児童・生徒の実態把握と一貫カリキュラムの追加・修正に継続して取り組んでいく。

註　広島大学附属三原学園のホームページにカリキュラムを掲載

http://home.hiroshima-u.ac.jp/fmihara/

参考文献

(1) 広島大学附属三原学園小中連携学習開発部会
算数・数学科1年次資料(2003年)

(2) 広島大学附属三原学園小中連携学習開発部会
算数・数学科2年次資料(2004年)