

粒状体の画像計測について

山本春行

広島大学大学院国際協力研究科・助教授
〒739-8529 東広島市鏡山 1-5-1
E-mail: yamamoto@idec.hiroshima-u.ac.jp

山本達史

広島大学大学院国際協力研究科・大学院生
E-mail: tatsushi@hiroshima-u.ac.jp

徐 挺

広島大学大学院国際協力研究科・助手
E-mail: ting@hiroshima-u.ac.jp

富永晃司

広島大学大学院国際協力研究科・教授
E-mail: tomi@hiroshima-u.ac.jp

1. はじめに

様々な分野で使用される材料は多種にわたっており、またそれらの諸性質も多様である。しかし、外力に対する変形や破壊を考える場合、通常、ほとんど全ての材料において連続体仮定の基でモデル化されている。一方、砂のような地盤材料を考える場合、砂粒子の大きさに対してはるかに大きい事象を対象にすれば連続体近似は可能であるが、破壊時に形成されるせん断帯やダイレイタンシー等、砂粒子の大きさや配列構造に依存する挙動を対象にする場合には、粒子の動きを直接観測することが重要となる。このような観点からアクリル円盤やアルミ棒による二次元積層モデルによる観察実験が行われてきた。しかし、この手法では現実の砂粒子と異なっていることより限界があり、また実際の砂粒子の動きを観察するための容易な手段も無かったため困難な状態であった。しかし、最近リモートセンシングや流体の流れ観測

等（大林 1995, 谷田 1996）、様々な分野において画像計測・解析が適用され発達したことにより簡便な環境で容易にこれらの計測技術が利用できるようになった（谷尻 1996）。そして、砂粒子の形や大きさ、ならびにその集合体の間隙量などの特徴量を計測するために画像解析を利用した研究は多く（Shobha et al. 1990, Chun-Yi et al. 1996）、その手法は確立してきている（J. David Frost and Sue McNeil 1997）。ただし、変形過程にある粒状体中の個々の砂粒子の動きを直接計測して解析した研究はほとんどなく、その適用性については様々な検討が必要な状態にある。

本研究では、この画像計測・解析分野の中の位置計測技術を利用し、実際の砂粒子の動きを観察しようとするものである。具体的には、土質試料のせん断強度試験の内、最も容易であるが、機構上試験体中の応力状態が最も複雑である一面せん断試験（左右側面の中間の一点から試料内部へとせん断破壊領域がレンズ状に広がっていくという

複雑で非一様な応力場であるが、せん断破壊域を予め特定できる。)により粒状体中にせん断状態を作り出し、各所の砂粒子の動きを観察することによって破壊の進行過程を追跡した。そして、巨視的に定義される応力やひずみと砂粒子の動きとの関連について調べた。

2. 実験概要

図1は本研究に用いた実験装置の全体概要を模式的に示したものであり、大別すると、一面せん断試験機、CCDカメラからRGBモニターに至る画像計測部ならびにせん断試験の変位や荷重の計測部の3つの部分より構成されている。図2ならびに図3は、それぞれ一面せん断試験の全体とせん断箱部分を示したものである。せん断箱の内法の大きさは、幅120mm、高さ120mmおよび奥行き100mmで側面と後面は鋼製、前面は透明な強

化ガラス製であり、中央部分で上箱と下箱に分離できる。また、上箱は外フレームに固定されたロードセルにより水平方向に支持されており、下箱はローラー盤上を滑動し、内部の試料をせん断する機構となっている。さらに、鉛直方向の載荷圧

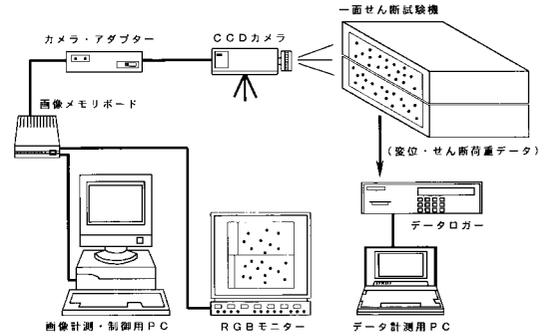


図1 実験装置の全体概要

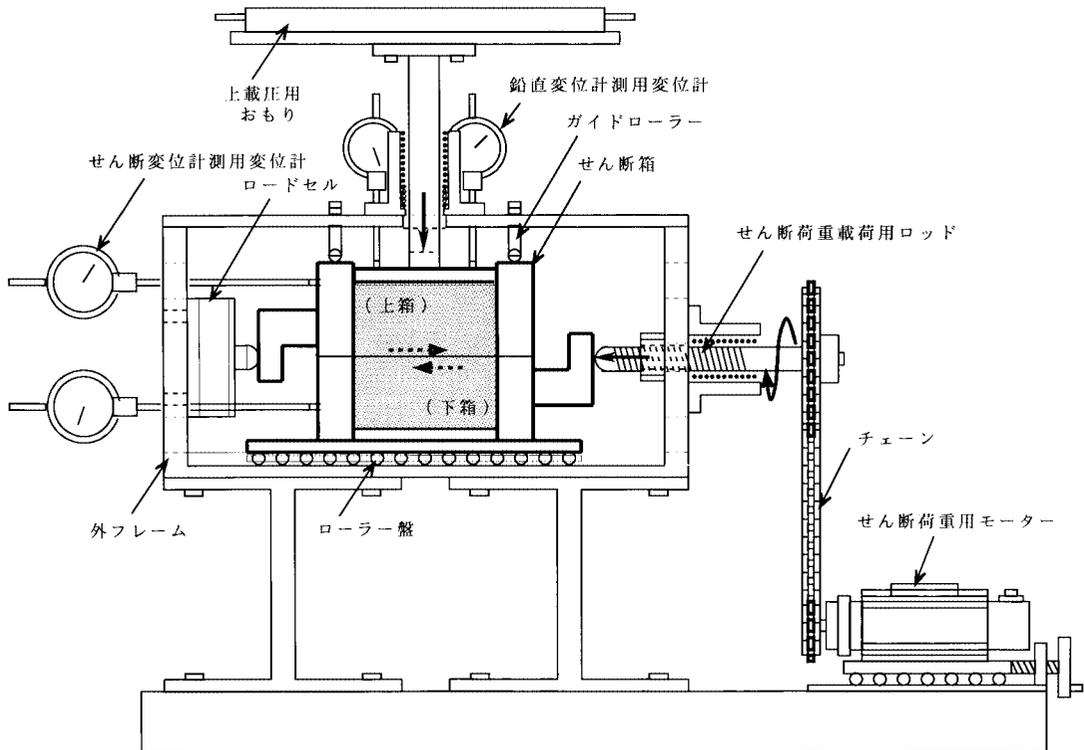


図2 一面せん断試験機の全体図

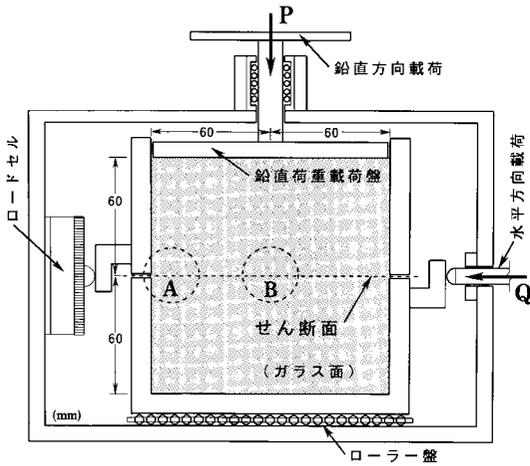


図3 せん断箱の詳細図

は鉛直荷重載荷盤を介して直接重錘により載荷し、水平方向のせん断変位は電動モーターにより駆動する載荷ロッドにより制御している。

一方、画像計測には観測対象物を画像データとして取り込む時、光学系の計測誤差が必ず存在し、画像撮影時の倍率（本実験では約3倍）に伴うレンズの収差、さらには今回の実験のようにガラス面境界での光の屈折による計測誤差等が考えられる。これらの計測誤差は関連する測定条件が定めれば理論的に算定可能なものであろうが、複雑で補正計算が困難なため、図4に示すようなキャリブレーションを行った。すなわち、同図中の画像中心A点から発する光はガラス面ならびレンズに対して直交入射するため光学系の計測誤差は生じない。したがって、実際の実験と同じ条件でA点を原点にしたスケール（最小目盛り 0.5mm：JIS 1級）の画像を読みとり各目盛り点でのピクセル数（画像データを構成する最小の単位：画素数）をカウントし、スケールの目盛りとの関係を調べた。詳細に見れば、原点（画像中心）から遠ざかるほどピクセル数の増加率がスケールの目盛りの増加率よりわずかに大きくなる傾向があるが、図5に示すようにほとんど直線関係にあり、今回の撮影条件では前述の光学系の計測誤差は無視できることが分かる。

実験に用いた砂試料は図6の粒径加積曲線に示

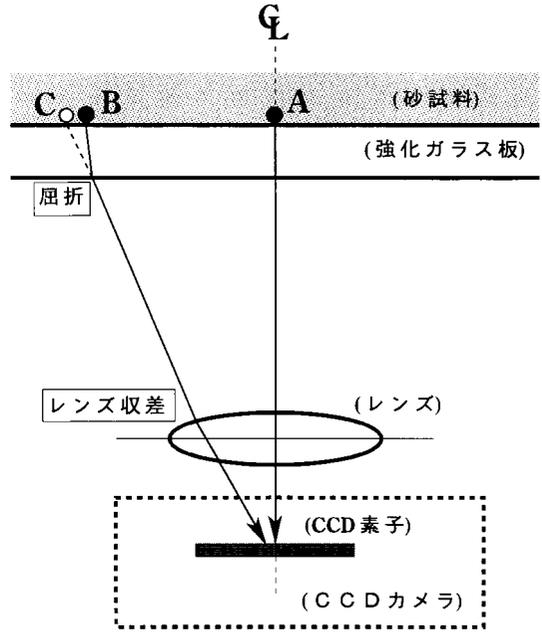


図4 光学系計測誤差の模式図

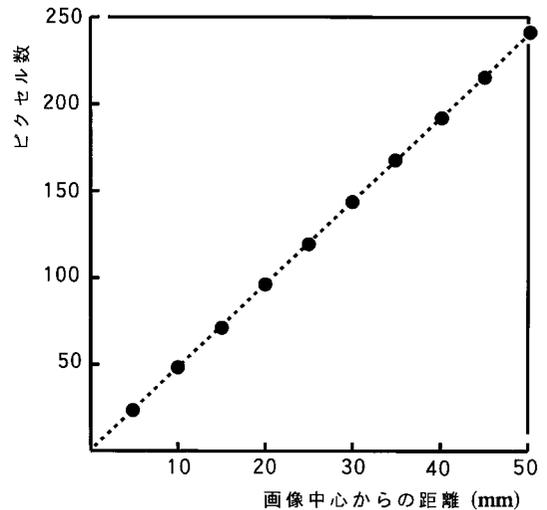


図5 計測位置とピクセル数の関係

されている豊浦標準砂であり、画像計測において砂粒子の追跡作業がスムーズに行えるように、次のような作業を施した。まず、粒径の大きい方から重量比で6.25%分の砂（約0.35～0.4mm 粒径）

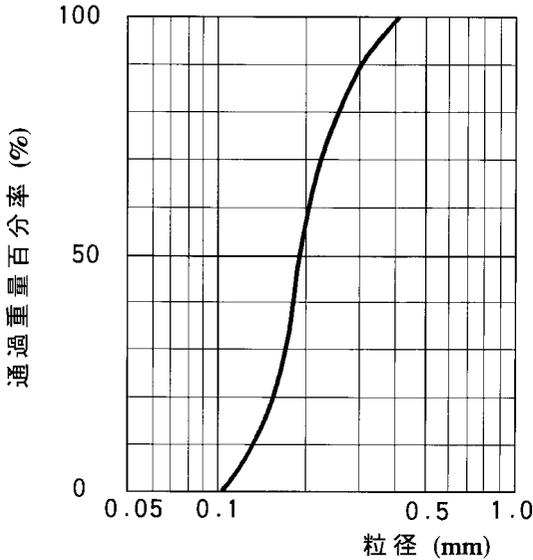


図6 豊浦標準砂の粒径加積曲線

表1 豊浦標準砂の緒元

50% 粒径	0.18 mm
均等係数	1.21
砂粒の密度	2.656 g/cm ³
最小密度	1.332 g/cm ³
最大密度	1.646 g/cm ³
相対密度	90 %
内部摩擦角	45.0 °

表2 実験条件と実験名

(画像計測部)	鉛直方向載荷圧 (kgf/cm ²)			
	0.027	1.013	1.926	3.000
左端	im0e	im1e	im2e	im3e
中央	im0c	im1c	im2c	im3c

* im0e等は実験名を表す

をふるい分けにより取り出し、インクで黒く染色し、再び一様に混合することにより他の粒子より明確な追跡点とした。また、せん断箱中の砂試料が均一になるように、空中落下法により相対密度 $Dr = 90\%$ の密な供試体を作成した。これは、試料作成時の安定性ならびにより大きな正のダイレ

タンシーの発現を目的としたためである。表1に本試料の緒元をまとめて示している。さらに、せん断箱の壁面と砂試料との摩擦力を低減させるために、せん断箱の側面ならびに後面にはシリコングリスとテフロンシートによる薄い滑り層を設けている。

表2は今回行った全実験の試験条件をまとめて示したものである。鉛直方向載荷圧は4種類であるが、砂粒子の追跡のため CCD カメラの撮影倍率を大きくする必要があり(約3倍)、そのため視野が狭くなるので同じ載荷圧の実験を2回づつ行い、それぞれの撮影場所を変えたため合計8体の実験を行った。同表中の「左端」という表示は、図3中のAゾーンを撮影した場合の実験であり、また「中央」という表示は図3中のBゾーンを撮影した場合の実験である。

実験の手順としては、鉛直方向載荷を行った後に、試験体の沈下が停止するのを待って(ほぼ15分)せん断を開始し、せん断変位は毎分1mmの速度で与え、最大23mmまでせん断した。その際、画像の収録とせん断変位ならびにせん断荷重等のデータ収録はタイマーにより同期させており、6秒間隔毎に計測した。

3. せん断試験結果

平均せん断応力~せん断変位関係を図7に、鉛直方向載荷盤の変位~せん断変位関係を図8に併

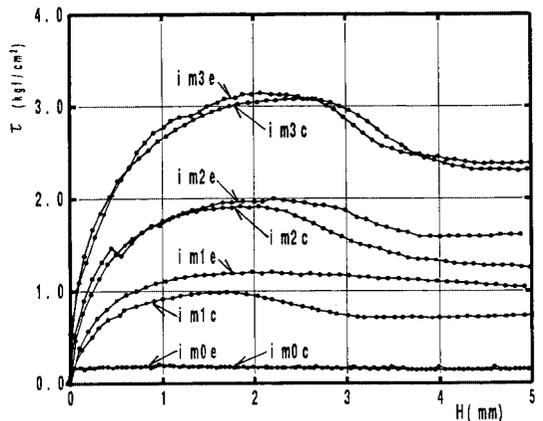


図7 平均せん断応力 ~せん断変位 H 関係

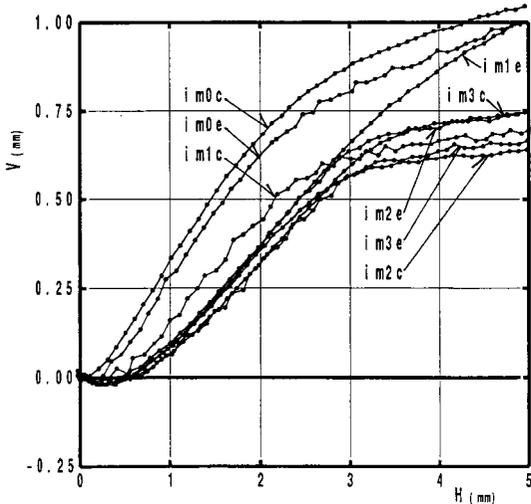


図8 鉛直変位 V ~ せん断変位 H 関係

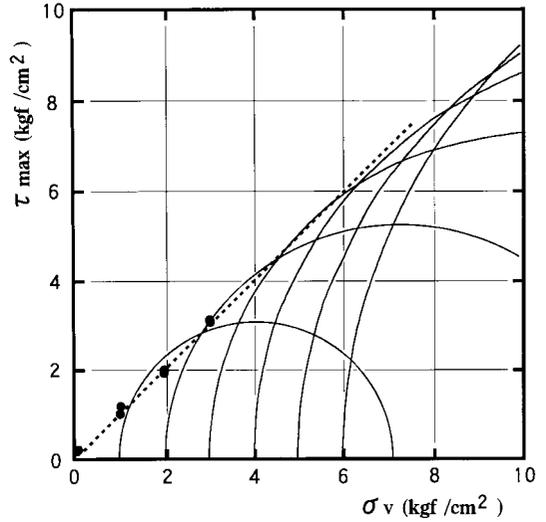


図9 平均せん断応力の最大値 τ_{max} ~ 鉛直載荷圧 σ_v 関係

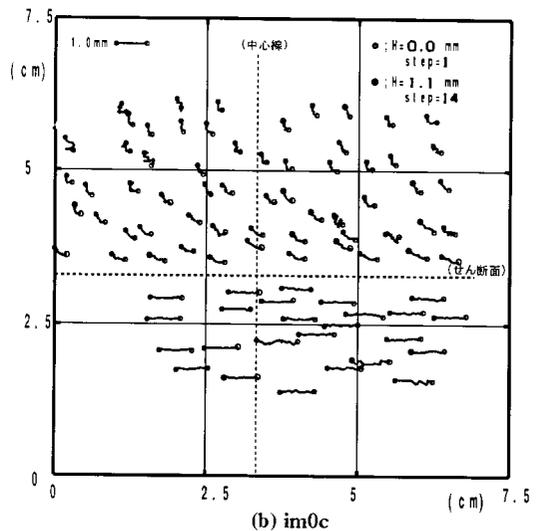
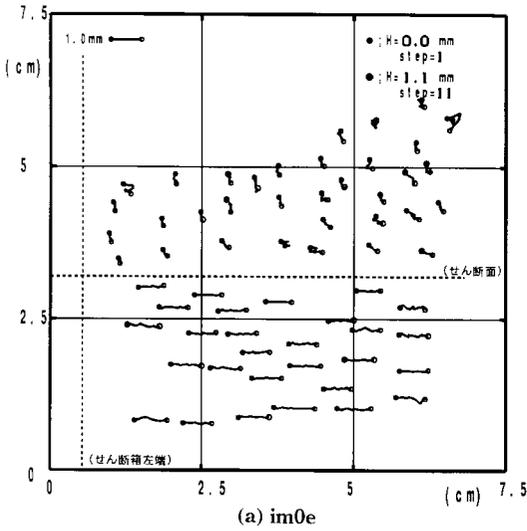


図10 砂粒子の移動トレース図 (im0e, im0c)

せて示している。図7より、同じ鉛直載荷圧のものはほぼ同じ挙動を示しており、実験の再現性は良好であることが分かる。また、鉛直載荷圧が極く小さい場合 (im0e と im0c) を除けば、せん断変位が約 2mm 前後で平均せん断応力は最大値に至り、その後減少していく傾向にある。一方、図8

によると鉛直方向載荷盤は極く初期にわずかに沈下するものの、その後上昇し、大部分で正のダイレイタンスを示していることが分かる。そして、ちらばりはあるが鉛直載荷圧が小さいもの程上昇量が大きくなる傾向にある。図9は、各実験における平均せん断応力の最大値と鉛直載荷圧との関

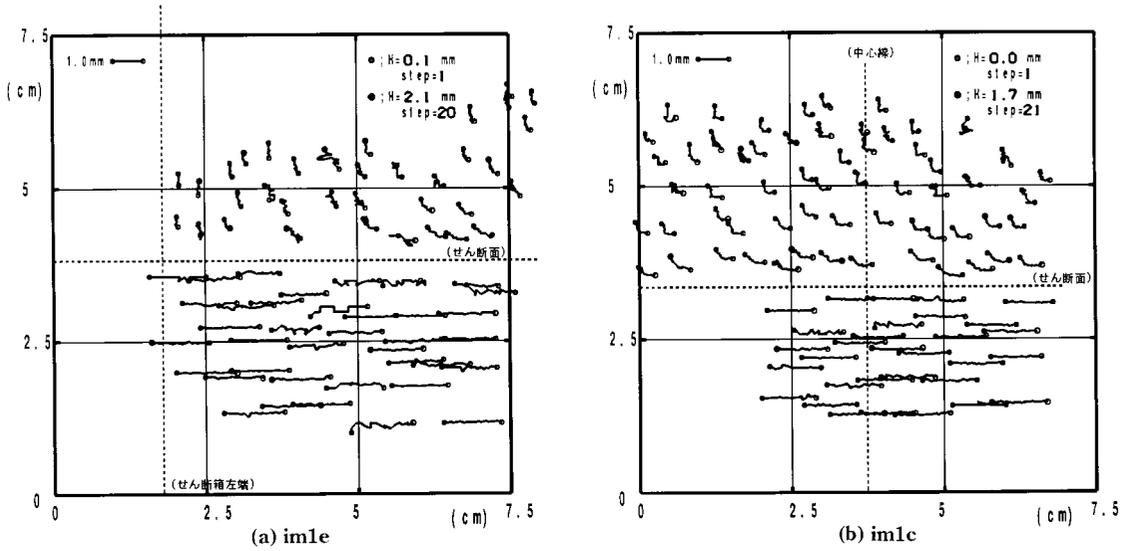


図11 砂粒子の移動トレース図 (im1e, im1c)

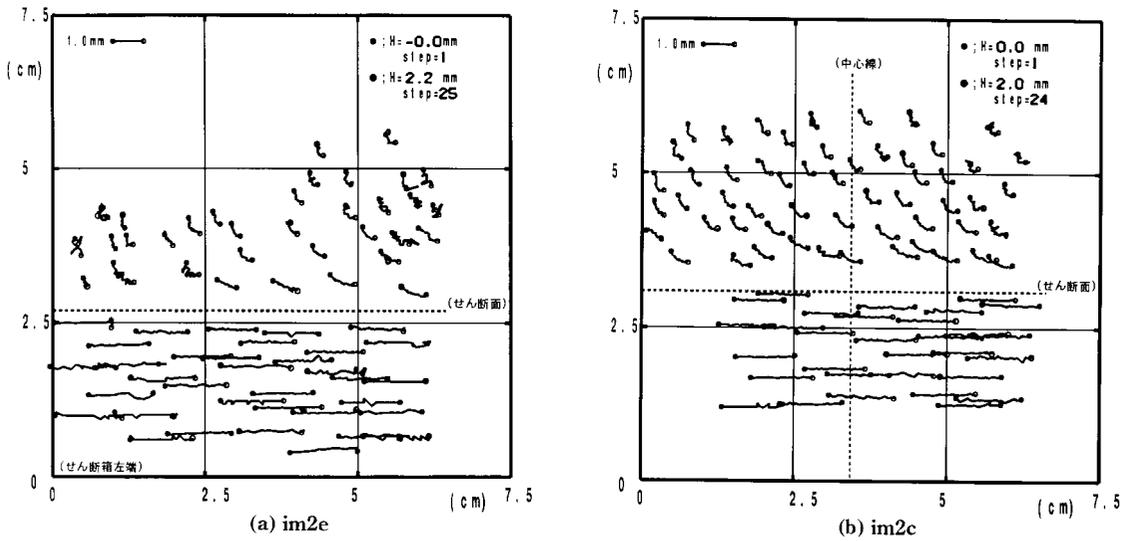


図12 砂粒子の移動トレース図 (im2e, im2c)

係を示したものである。同図より、各点は原点を通る直線上にあり、その直線の傾きより本試験体の内部摩擦角は約45°であることが分かる。また、同図には同じ砂試料の三軸圧縮試験から得た最大軸差応力時のモールの応力円も併記しており、こ

れらの応力円の包絡線ともほぼ対応している。

4. 画像計測結果とひずみの解析

図10～13は、せん断変位 H=0 から平均せん断

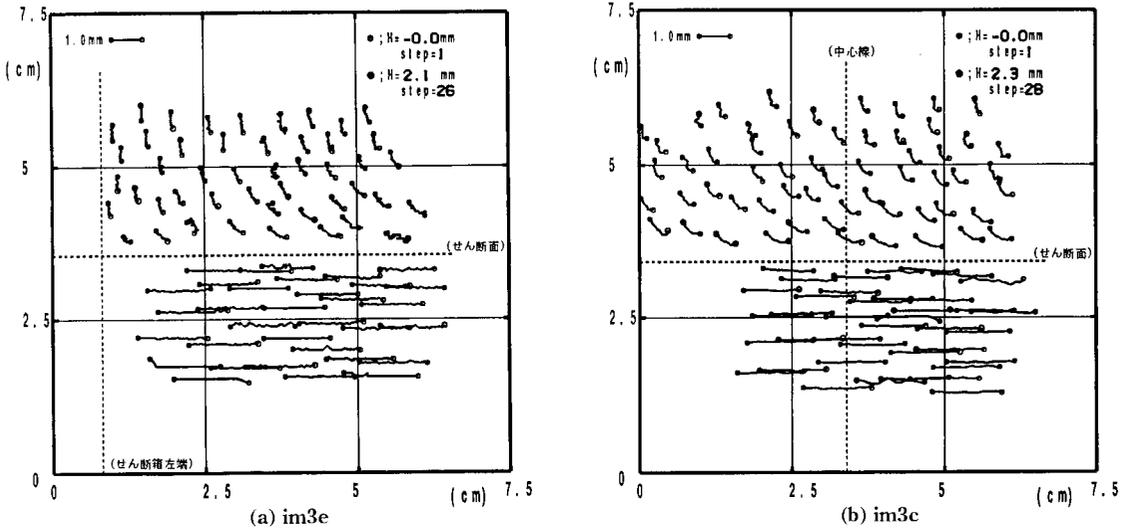


図13 砂粒子の移動トレース図 (im3e, im3c)

応力が最大に至る間の砂粒子の移動位置を、画像計測によりトレースした結果である。なお、これらの図における横軸ならびに縦軸は CCD カメラによる物理的な全計測範囲を示している。同図より、せん断面より下の砂粒子はわずかに鉛直方向に上昇しながら(図からは明確に判断できないが、画像計測数値データによると水平移動に伴い初期位置から鉛直方向に上昇している結果が得られている。)水平方向に与えたせん断変位とほぼ同じ量だけ移動していることが分かる。これに対して、せん断面より上の砂粒子は水平方向の移動量が与えたせん断変位よりもかなり小さくなっているが、鉛直方向の上昇量はかなり大きくなっている。また、せん断箱の左端の画像 (im0e, im1e, im2e, im3e) の場合には、上箱の左壁面により水平方向の移動が拘束されるため、壁面近くの砂粒子はほとんど鉛直方向にのみしか変位していない様子が示されている。

以上の砂粒子のトレース結果を基に、互いに近くの3つの追跡点から成る三角形要素を用いて、ひずみの解析を行った。その際、三角形の頂点の初期位置は、せん断開始前の追跡点の座標値から定め、変位は移動後の座標値と初期座標値との差から求めた(図14参照)。そして、三角形内の変

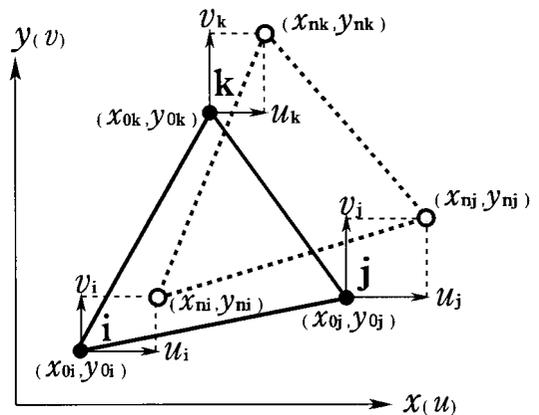


図14 三角形要素における変位

位は x (水平) - y (鉛直) 座標に関して線形に変化するものと仮定すれば、(1)式のように表され、ひずみは(2)式で計算できる(O.C.Zienkiewicz 1975)。

以上のようにして求めたひずみ分布(それぞれの平均せん断応力が最大になった時点)の例を、図15~18に示す。なお、同図中の Scale は左の基準円の直径の大きさに対応したひずみの大きさを表しており、ひずみ分布はこの基準円を単位とし、

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} \quad \dots \quad (1)$$

ここに,

$$N_i = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y)$$

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad b_i = y_j - y_k, \quad c_i = x_k - x_j$$

$$N_j = \frac{1}{2A} (a_j + b_j x + c_j y)$$

$$a_j = x_i y_k - x_k y_i, \quad b_j = y_k - y_i, \quad c_j = x_i - x_k$$

$$N_k = \frac{1}{2A} (a_k + b_k x + c_k y)$$

$$a_k = x_i y_j - x_j y_i, \quad b_k = y_i - y_j, \quad c_k = x_j - x_i$$

A: 三角形の面積

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} \quad \dots \quad (2)$$

各要素の重心位置に円の大きさで表示されている。x-方向ひずみ分布図には明確な特徴は無いが、y-方向ひずみ分布図ならびにせん断ひずみ分布図においては、せん断面上の要素のせん断ひずみは他の位置のものより極端に大きく、それに伴って大きなy-方向の伸張ひずみが発生している様子が分かる。このことより、本画像計測方法により粒状体の破壊時に発生するせん断帯の抽出が可能であったといえる。

図19は、図15~18におけるせん断面上にある全ての要素のy-方向ひずみとせん断ひずみとの関係をまとめて示したものである。せん断ひずみが小さい部分では、ほぼ比例関係にあり、その後、y-方向ひずみの増加が停止している様子が示されている。粒状体は、せん断中に体積が増減するといった特異な挙動(ダイラタンシー)を示し、この初期の比例関係にある部分の勾配は、ダイラタンシー角の正接 $\tan(\quad)$ に対応する。図20には、これらの勾配をまとめて示しており、それぞ

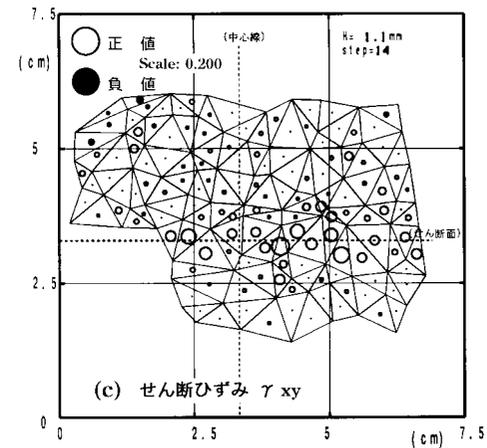
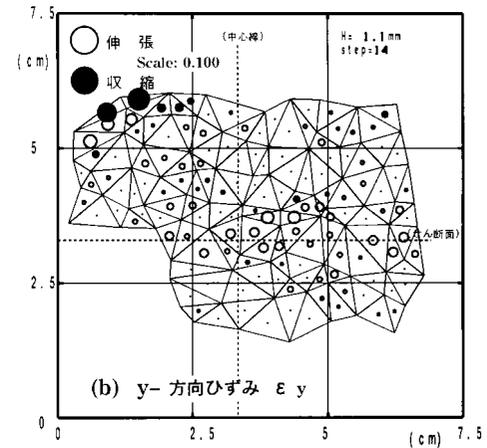
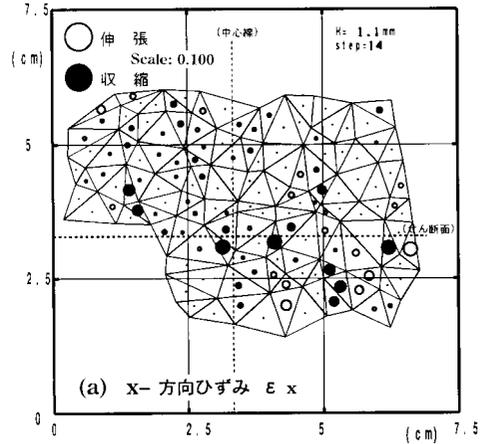


図15 ひずみ分布 (im0c)

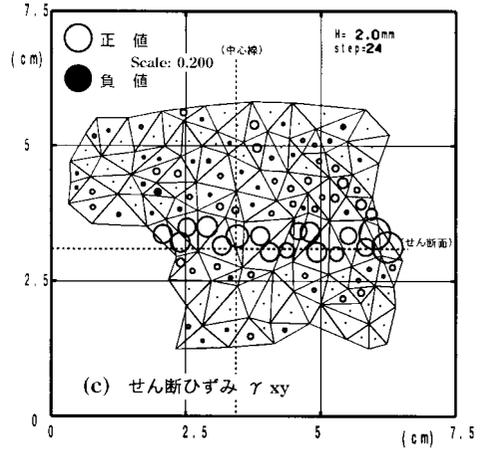
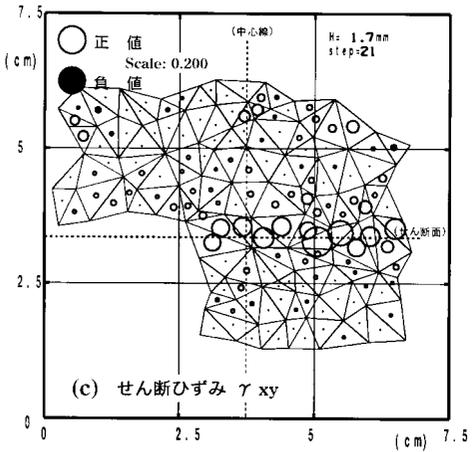
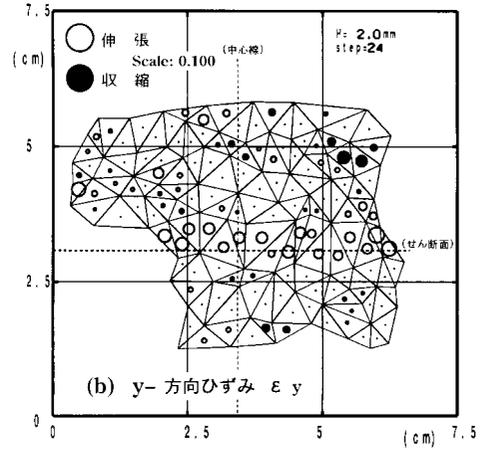
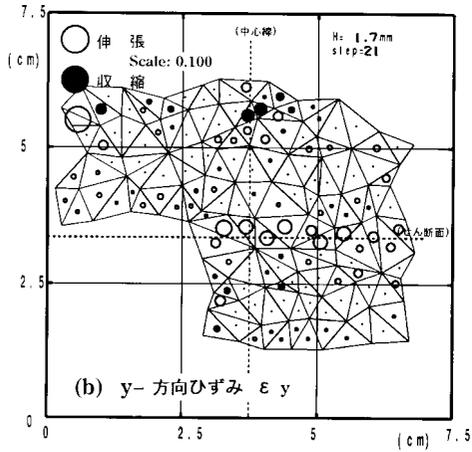
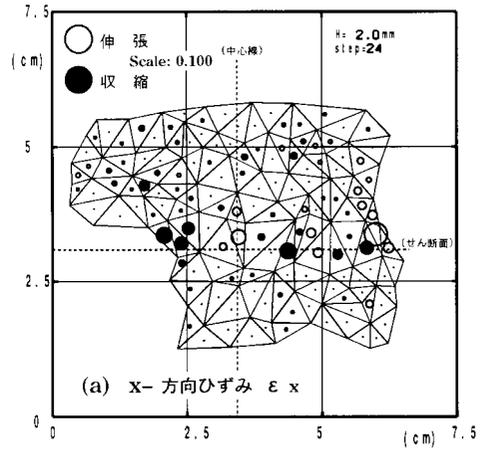
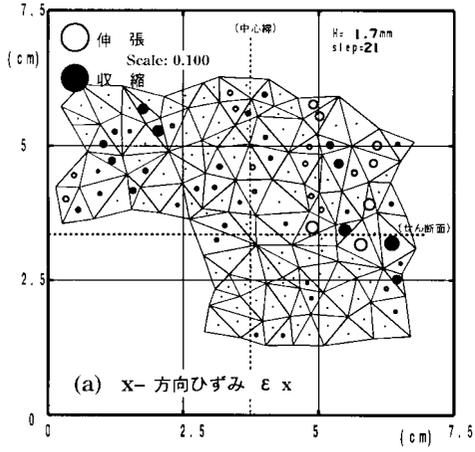


図16 ひずみ分布 (im1c)

図17 ひずみ分布 (im2c)

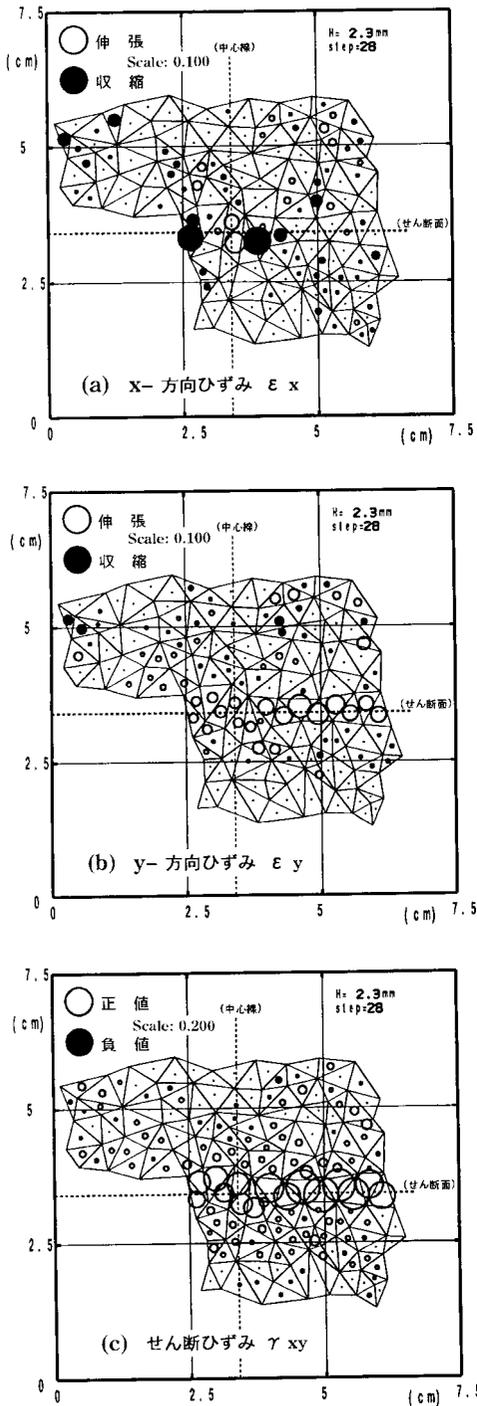


図18 ひずみ分布 (im3c)

れの試験体の平均値は、0.31～0.26の範囲にある。また、ちらばりはやや大きい、鉛直圧が極く小さい im0c の場合には他のものよりこの値が大きくなっていることが分かる。そして、これらの値は同じ砂試料（豊浦砂、Dr = 85%）を用いた平面ひずみ圧縮試験（側圧 = 4.0kgf/cm²）による既往の研究結果（米今ら 1997）の値、tan () = 0.23 とほぼ一致している。

5. 結 語

本報告では粒状体中に明確なせん断帯を形成させるために、一面せん断試験機を用いて実験を行い、せん断域内の砂粒子の移動からひずみを算定し、それらの検討を行った。その結果、本画像計測方法により粒状体の破壊時に発生するせん断帯の抽出が可能であり、せん断面上の要素から算定されたダイレタンシー角は、既往の研究結果の値とほぼ一致していることが分かった。ただし、一面せん断試験機の機構上、非一様な変形場となるため任意の観測点から形成される三角形の大きさや場所に客観性が乏しく、それらから算定されるひずみには定量的に曖昧な面がある。したがって、できるだけ純せん断状態に近い一様な変形場での画像解析を試みると同時に、さらに細かい領域での計測により、砂粒子の移動量からの直接的なひずみ計測の適用性についての検討を行うことが今後の課題である。

(謝 辞)

本実験を実施するにあたり、文部技官・原田誠一氏ならびに工学部学部生・中川幹太氏には多大な協力を頂きました。ここに記して、感謝いたします。

参考文献

- [1] Chun-Yi Kuo et al. (1996), Uniformity Evaluation of Cohesionless Specimens Using Digital Image Analysis, *A.S.C.E., GE5*, 122 (5), 390-396
- [2] J.David Frost and Sue McNeil (1997), *IMAGING TECHNOLOGIES*, Virginia, A.S.C.E.
- [3] O.C.Zienkiewicz (1975) : 吉識雅夫他 (訳), 『基礎工学におけるマトリックス有限要素法』,

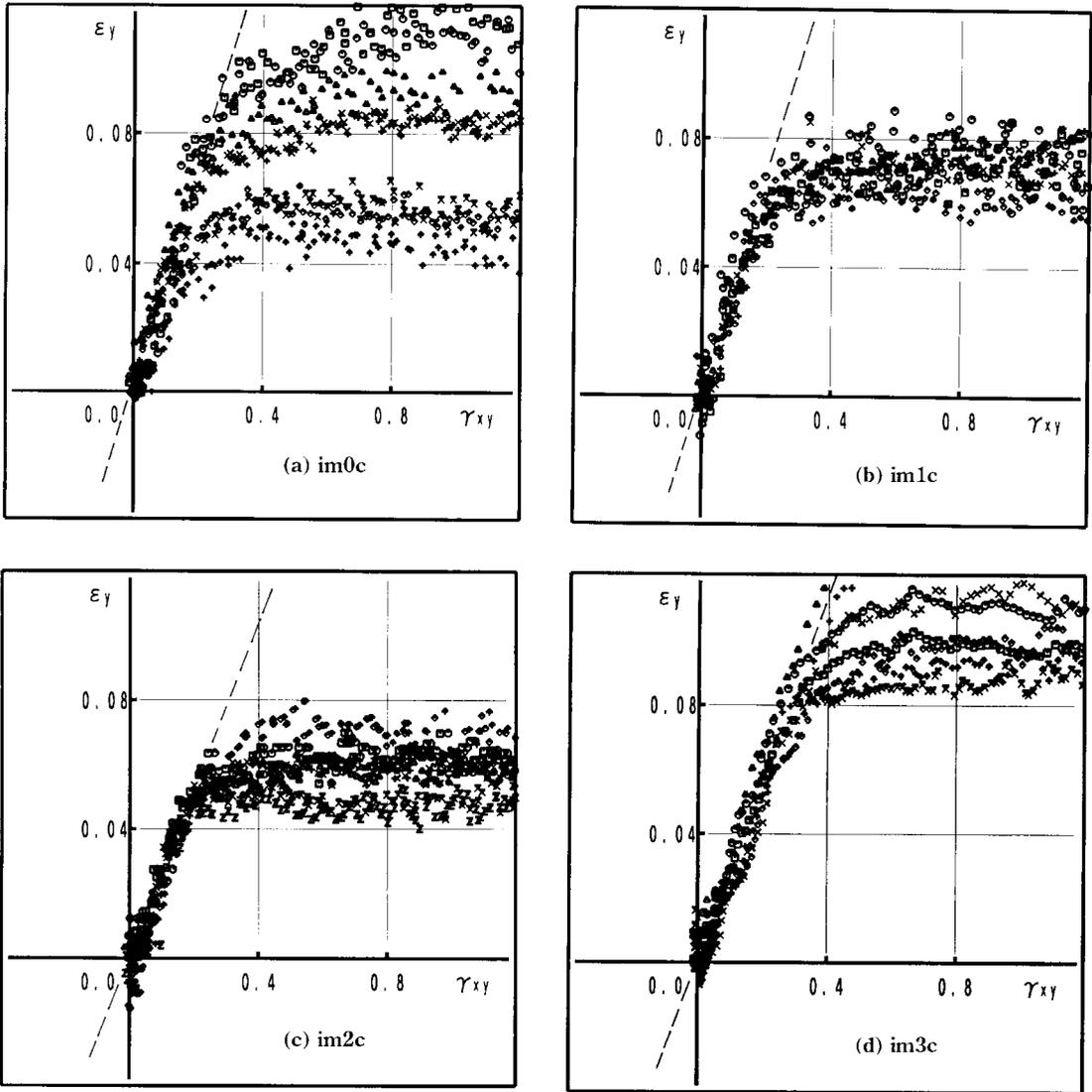


図19 y方向ひずみとせん断ひずみの関係

培風館, 50-53

[4] 大林成行 (編著) (1995), 『実務者のためのリモートセンシング』, フジ・テクノシステム, 47-214

[5] Shobha K.Bhatia et al. (1990), FREQUENCY DISTRIBUTION OF VOID RATE OF GRANULAR MATERIALS DETERMINED BY AN IMAGE ANALYZER, *Soils and Foundations*, 30 (1), 1-16

[6] 谷田好通 (監修) (1996), 『カラー表現による可視化技術』, フジ・テクノシステム, 277-308

[7] 谷尻豊寿 (1996), 『パソコンによる最新画像処理入門』, 技術評論社

[8] 米今智信 他 (1997), 密な砂におけるせん断帯体内の粒子挙動の微視的観察, 『第32回地盤工学会研究発表梗概集』, 483-484

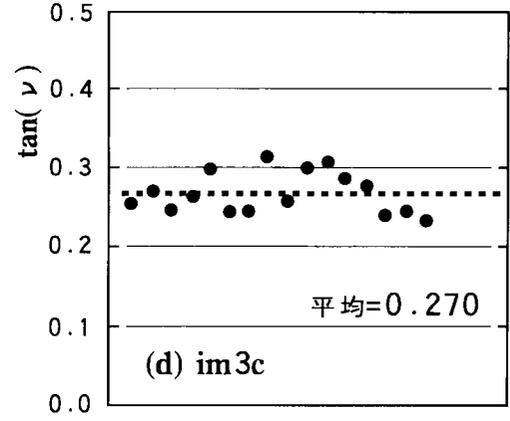
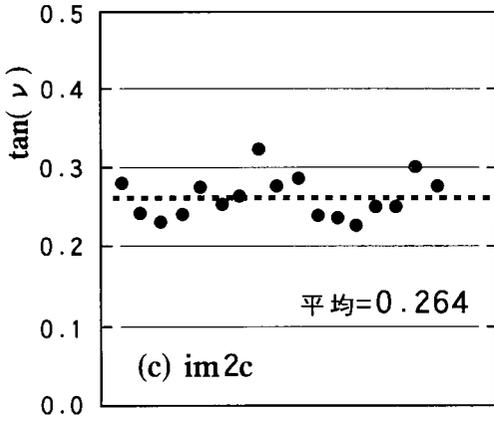
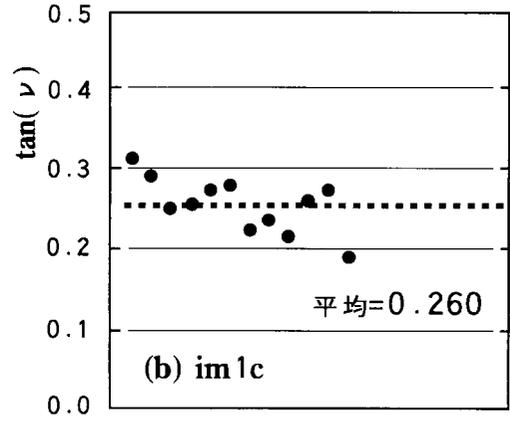
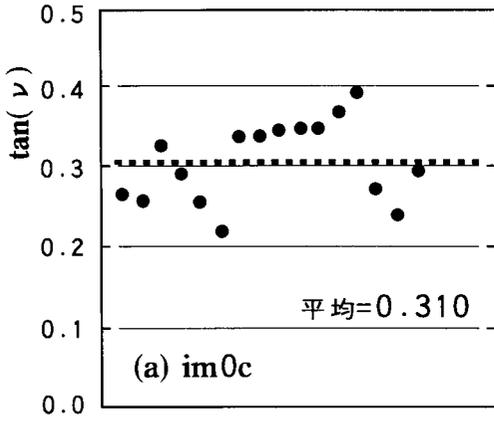


図20 ダイレタンシー角 の正接 $\tan(\nu)$

Abstract

**Observation of Sand Particles in Shear Zone
using Digital Image Analysis**

Haruyuki YAMAMOTO

Associate Professor, Graduate School for International Development and Cooperation,
Hiroshima University
1-5-1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima 739-8529, Japan
E-mail: yamamoto@idec.hiroshima-u.ac.jp

Tatsushi YAMAMOTO

Graduate School for International Development and Cooperation,
Hiroshima University
E-mail: tatsushi@hiroshima-u.ac.jp

Ting XU

Research Associate, Graduate School for International Development and Cooperation,
Hiroshima University
E-mail: ting@hiroshima-u.ac.jp

Koji TOMINAGA

Professor, Graduate School for International Development and Cooperation,
Hiroshima University
E-mail: tomi@hiroshima-u.ac.jp

In this paper, a digital image analysis method is described to observe the deformations of granular particles in sands. First, the movements of granular particles in sands were observed as the image data during the direct shear test of Toyoura sand. And the strains in global scales were calculated continuously by the analysis of the relative movements of adjacent individual particles.

As the result, the shear zone can be determined clearly by the above strain distributions. Furthermore, the conducted dilatancy angle in this study was nearly closed to the value in the previous paper.