

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	大 石 峰 暉
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 ①・② 項該当		
論文題目			
Ridge Parameters Optimization based on Minimizing Model Selection Criterion in Multivariate Generalized Ridge Regression (モデル選択規準最小化に基づく多変量一般化リッジ回帰のリッジパラメータ最適化)			
論文審査担当者			
主 査	教 授	柳原 宏和	
審査委員	教 授	若木 宏文	
審査委員	教 授	井上 昭彦	
〔論文審査の要旨〕			
<p>本論文では、互いに相関を持つ p 個の目的変数を k 個の説明変数で記述する多変量線形回帰モデルにおいて、Hoerl and Kennard (1970) により提案された、回帰係数の縮小推定の 1 つである一般化リッジ回帰を考えている。一般化リッジ回帰では、通常 of 残差平方和に説明変数を並べた説明変数行列の特異値分解により得られる直交行列により変換した回帰係数の L_2 ノルムを罰則項として加えた、罰則付き推定により回帰係数を推定する。どの程度の縮小推定を行うかは、その程度強い罰則を付加するかで決まり、罰則の強さを調整するリッジパラメータの最適化が重要となる。リッジパラメータの最適化は、Mallows の C_p 規準 (Mallows, 1973) や赤池情報量規準 (AIC; Akaike, 1973) に代表される、モデル選択規準の最小化、つまりモデル選択規準最小化法により行うことが一般的である。しかしながらモデル選択規準を最小とする解は、ほとんどの場合で陽な形で解くことができず、最適化を行うためには、計算機を用いた繰り返し計算が必要となる。そこで、著者は、自身が行った先行研究である Ohishi, Yanagihara and Fujikoshi (2020) において、p が 1 である重回帰モデルの場合で、C_p 規準や AIC など多くのモデル選択規準を含むモデル選択規準のクラスを考え、そのクラスにおいてモデル選択規準の最小化を素早く行えるアルゴリズムを提案した。本論文は、この先行研究の結果を多変量線形回帰モデルに拡張することを目的としている。一般化リッジ回帰では、モデルの当てはまりの良さを測る目的変数と当てはめ値の残差に基づく距離と、モデルの複雑さを測る自由度との二変数関数によってモデル選択規準が定義される。多変量モデルの場合、目的変数と当てはめ値の残差はベクトルとなり、モデル選択規準は残差ベクトルから成る行列の距離により定義される。一般的な行列の距離としては、行列式やトレースなど複数考えることができ、最小化問題の解法もそれぞれの距離に依存するために最小化問題を解くアルゴリズムを統一的に取り扱うことは難しくなる。そこで著者は、残差の行列をリッジパラメータに依存していない行列と依存</p>			

している行列の2つに分け、前者を群内変動行列、後者を群間変動行列として捉えると、AIC や C_p 規準で用いられている行列の距離は、多変量モデルでの仮説検定統計量で用いられている尤度比距離や Lawley-Hotelling トレース距離などの行列の距離と同じになっていることを見つけ、これらの距離を一般的に表現したモデル選択規準のクラスを導入し、そのモデル選択規準の最小化を素早く行える統一的なアルゴリズムを提案している。著者が提案したモデル選択規準のクラスは、AIC の一般形である GIC (Nishii, 1984), C_p 規準の一般形である GC_p 規準 (Atkinson, 1980), GCV 規準 (Craven & Wahba, 1979) の一般形である EGCV 規準 (Ohishi, Yanagihara & Fujikoshi, 2020), 小標本修正 GCV (GCV_c) 規準 (Boonstra, Mukherjee & Taylor, 2015), バイアス補正 AIC (AIC_c ; Hurvich & Tsai, 1989) などの既存のモデル選択規準だけでなく、Bartlett-Nanda-Pillai トレース距離、分散共分散行列の検定に用いられるスタイン距離や一般化最小二乗距離などに基づく新たなモデル選択規準をも含む広いものとなっている。実際のアルゴリズムとしては、導関数が0となる点を探索する一般的な方法に基づくが、そのアルゴリズムが必ず収束することを示し、そして高速化のためのアルゴリズムの更新式を陽な形で求めている。

以上のように、本論文では、多変量一般化リッジ回帰でのリッジパラメータをモデル選択規準最小化法により最適化するときの、最小化問題を解くためのアルゴリズムを提案している。最小化問題が陽な形で解けるという点で、今までは、多変量一般化リッジ回帰でモデル選択規準最小化法に用いるモデル選択規準として GC_p 規準しか考えられていなかった。そのため、データの性質などで他のモデル選択規準で最適化を行いたいという要望があっても今までは有効なアルゴリズムがなかったが、著者が提案したアルゴリズムを使うことでその問題点を解決することができるため、実用的な面での貢献は非常に高いと考える。また、アルゴリズムの更新式は、多くのモデル選択規準を含む広いクラスで考えており、モデル選択規準を成す二変数関数と行列の距離の導関数を計算するだけで求めることができ、非常に簡便で汎用性の高い結果になっている。また、多変量モデル独自の問題を、行列の距離として一般的形で導入することで回避したアイデアにも高い独創性を感じる。

以上のことから、審査の結果、著者の博士(理学)の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

主論文:

Ridge Parameters Optimization based on Minimizing Model Selection Criterion in Multivariate Generalized Ridge Regression

(モデル選択規準最小化に基づく多変量一般化リッジ回帰のリッジパラメータ最適化)

Hiroshima Mathematical Journal. Vol.51 No.1 または No.2 に出版予定

参考論文:

- (1) A fast algorithm for optimizing ridge parameters in a generalized ridge regression by minimizing a model selection criterion. Ohishi, M, Yanagihara, H. & Fujikoshi, Y. Journal of Statistical Planning and Inference, 204 (2020) 187-205.
- (2) Optimization of generalized C_p criterion for selecting ridge parameters in generalized ridge regression. Ohishi, M., Yanagihara, H. & Wakaki, H. Smart Innovation, Systems and Technologies, 193 (2020) 267-278.
- (3) A fast optimization method for additive model via partial generalized ridge regression. Fukui, K, Ohishi, M., Yamamura, M. & Yanagihara, H. Smart Innovation, Systems and Technologies, 193 (2020) 279-290.
- (4) Equivalence between adaptive Lasso and generalized ridge estimators in linear regression with orthogonal explanatory variables after optimizing regularization parameters. Ohishi, M., Yanagihara, H. & Kawano, S. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 72 (6) (2020) 1501-1516.