

波浪中における曳船・被曳船の船体運動  
に関する研究

Wave-Induced Motions of Tow and Towed Ships  
in Regular Seas

2013年3月

中山 喜之

# 目次

第1章	緒論	1
1.1	研究背景	1
1.2	既往の研究	2
1.3	本論文の目的	4
1.4	本論文の構成	4
第2章	正面向波中における曳船・被曳船の運動に関する理論計算法	6
2.1	被曳船及び曳航索の運動に関する理論計算法	6
2.1.1	座標系	6
2.1.2	索の運動方程式	8
2.1.3	被曳船の運動方程式	10
2.1.4	曳船側曳航点に作用する索張力	11
2.2	曳船の運動に関する理論計算法	12
2.2.1	座標系	12
2.2.2	曳船の運動方程式	13
2.2.3	曳船側曳航点に関する関係式	14
2.3	本章のまとめ	14
第3章	水槽試験による検証及び曳船・被曳船の運動連成に関する考察	15
3.1	水槽試験の概要	15
3.1.1	対象船	15
3.1.2	正面向波中曳船・被曳船試験の概要	16
3.2	理論計算結果と水槽試験結果の比較	18
3.2.1	計算条件	18

3.2.2	時刻歴での船体運動比較	20
3.2.3	時刻歴での索張力比較	22
3.2.4	周波数応答での船体運動比較	23
3.3	曳船・被曳船の運動連成に関する考察	25
3.3.1	線形化における仮定	25
3.3.2	運動方程式の線形化	26
3.3.3	線形化された運動方程式の簡略化	30
3.3.4	被曳船の surge 運動について	34
3.4	本章のまとめ	35
<b>第 4 章</b>	<b>曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関する実用計算法</b>	<b>37</b>
4.1	理論計算法	38
4.1.1	座標系	38
4.1.2	曳船・被曳船の運動方程式	40
4.1.3	被曳船の従属運動および索張力の表示	41
4.1.4	運動方程式の簡略化	43
4.1.5	船体に作用する外力	46
4.1.6	変位と速度の関係式	49
4.2	運動方程式の具体的表記	50
4.2.1	被曳船の運動変数の成分別表記	50
4.2.2	運動方程式の低周波数成分 (操縦運動)	53
4.2.3	運動方程式の高周波数成分 (波浪動揺)	58
4.3	本章のまとめ	64
<b>第 5 章</b>	<b>水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察</b>	<b>65</b>
5.1	水槽試験の概要	65
5.1.1	対象船	65
5.1.2	波浪中曳船・被曳船試験の概要	66
5.2	水槽試験結果に関する考察	68
5.2.1	水槽試験における計測精度の確認 (三菱 - 広大の結果比較)	68

5.2.2	向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) の場合の水槽試験結果 . . . . .	70
5.2.3	斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) の場合の水槽試験結果 . . . . .	72
5.2.4	横波 ( $\chi=90\text{deg}$ ) の場合の水槽試験結果 . . . . .	74
5.3	シミュレーション計算の概要 . . . . .	76
5.3.1	計算に必要な流体力係数 . . . . .	76
5.3.2	計算に必要な波漂流力係数 . . . . .	77
5.4	シミュレーション計算結果と水槽試験結果の比較 . . . . .	78
5.4.1	ストリップ法の精度確認 . . . . .	78
5.4.2	時刻歴での船体運動比較 . . . . .	80
5.4.3	周波数応答での船体運動比較 ( $\chi=0\text{deg}$ ) . . . . .	88
5.4.4	周波数応答での船体運動比較 ( $\chi=30\text{deg}$ ) . . . . .	89
5.4.5	周波数応答での船体運動比較 ( $\chi=90\text{deg}$ ) . . . . .	89
5.5	本章のまとめ . . . . .	93
<b>第6章 結論</b>		<b>95</b>
謝辞		100
参考文献		101
表目次		104
図目次		105
付録 曳船の操縦性試験結果		107

# 主要記号一覧 (第2章, 第3章)

$O - XZ$	空間固定座標系	( $j=1$ : 曳船, $j=2$ : 被曳船 以下同じ)
$G_j - x_j z_j$	等速移動座標系	
$\gamma_j$	索の連結点の高さを示す角度	
$\nabla_i$	$i$ 番目の集中マスの容積 ( $i=1, \dots, N$ )	
$\Delta_j$	船の容積	
$\zeta_A$	波振幅	
$\theta_T, \theta$	曳船ならびに被曳船の pitch 角	
$\theta_i$	空間固定座標系 $X$ 軸と $i$ 番目のトラス要素がなす角度 ( $i=1, \dots, N+1$ )	
$\theta_{N+2}$	空間固定座標系 $X$ 軸と索の連結点と被曳船重心とを結ぶ線分とがなす角度	
$\lambda$	波長	
$\rho$	流体密度	
$A_{kl}^{(j)}$	$\ell$ -mode の運動によって生じる $k$ 方向の付加質量	
$B_j$	船幅	
$B_{kl}^{(j)}$	$\ell$ -mode の運動によって生じる $k$ 方向の造波減衰係数	
$B_R$	舵コード長	
$C_b$	方形係数	
$C_{D_i}$	$i$ 番目の集中マスにおける法線方向の抵抗係数 ( $i=1, \dots, N$ )	
$C_{F_i}$	$i$ 番目の集中マスにおける軸方向の抵抗係数 ( $i=1, \dots, N$ )	
$C_{kl}^{(j)}$	$\ell$ -mode の運動によって生じる $k$ 方向の復原力係数	
$C_{XW}^{(j)}$	波浪中抵抗増加係数	
$d_a, d_f, d_m$	A.P., F.P. ならびに midship における喫水	
$D_P$	プロペラ直径	
$E_k^{(j)}$	$k$ 方向に作用する波強制力	
$F_i, R_i$	$i$ 番目の集中マスの軸方向, 法線方向に作用する抵抗 ( $i=1, \dots, N$ )	
$F_n$	フルード数	
$F_{xj}, F_{yj}$	船体に作用する索張力以外の外力による前後力, 上下力	
$F_{Txj}, F_{Tyj}$	船体に作用する索張力による前後力, 上下力	
$g$	重力加速度	
$G_j$	船の重心位置	
$H_R$	舵高さ	

$I_{yyj}$	船の慣性モーメント
$J_P$	プロペラ前進係数
$k$	波数
$k_{Fi}$	$i$ 番目の集中マスの付加質量係数 ( $i=1, \dots, N$ )
$k_{yy}$	船の慣動半径
$K_P$	プロペラ単独特性
$l_i$	$i$ 番目のトラス要素の長さ ( $i=1, \dots, N+1$ )
$l_{N+2}$	索の連結点と被曳船重心とを結ぶ線分の長さ
$l_T$	索の連結点と曳船重心とを結ぶ線分の長さ
$L_j$	船の垂線間長
$m_j$	船の質量
$m_{\ell i}$	$i$ 番目の集中マスの質量 ( $i=1, \dots, N$ )
$M_{Tyj}$	船体に作用する索張力による縦揺れモーメント
$M_{yj}$	船体に作用する索張力以外の外力による縦揺れモーメント
$n_P$	プロペラ回転数
$N$	索分割数
$p$	プロペラピッチ比
$Q_i$	$i$ 番目の集中マスに作用する一般外力 ( $i=1, \dots, N$ )
$R_{cj}$	平水中直進時の船体抵抗係数
$R_{wj}$	波浪中運動による抵抗増加成分
$S_i$	$i$ 番目の集中マスに流体力が作用する際の仮想的な側面積 ( $i=1, \dots, N$ )
$t_P$	推力減少率
$T$	索系の運動エネルギー
$T_P$	プロペラ推力
$T_S$	$N$ 番目の集中マスと被曳船側曳航点との間に作用する張力
$T_X$	曳船側曳航点に作用する $X$ 方向の張力
$T_Z$	曳船側曳航点に作用する $Z$ 方向の張力
$u, w$	被曳船の前後方向ならびに上下方向速度
$U_i, W_i$	$i$ 番目の集中マスに対する軸方向ならびに法線方向速度 ( $i=1, \dots, N$ )
$V$	索系のポテンシャルエネルギー
$w_{P0}$	直進中の有効伴流率
$x_G$	浮心位置座標
$X_0, Z_0$	曳船側曳航点の座標
$X_i, Z_i$	$i$ 番目の集中マスの座標 ( $i=1, \dots, N$ )
$X_{N+1}, Z_{N+1}$	被曳船側曳航点の座標
$X_{N+2}, Z_{N+2}$	被曳船の重心座標
$X_{P1}$	プロペラによる流体力
$X_T, Z_T$	曳船の重心座標

# 主要記号一覧 (第4章, 第5章)

$O - XYZ$	空間固定座標系	( $i=1$ : 曳船, $i=2$ : 被曳船 以下同じ)
$o - x_i y_i z_i$	等速移動座標系	
$o - x'_i y'_i z'_i$	Horizontal Body Axes(HBA) 系	
$\alpha_i$	索の連結点の方位を示す角度	
$\gamma_i$	索の連結点の高さを示す角度	
$\varepsilon, \sigma$	微小量 ( $\varepsilon < \sigma$ )	
$\zeta_A$	波振幅	
$\theta_i$	船の pitch 角	
$\theta_{ih}$	船の pitch 角の高周波数成分	
$\theta_t$	索の pitch 角	
$\theta_{th}, \theta_{tl}$	索の pitch 角の高周波数成分, 低周波数成分	
$\lambda$	入射波の波長	
$\nu$	入射波の波数	
$\xi_{ih}, \eta_{ih}, \zeta_{ih}$	船の並進運動の高周波数成分	
$\phi_i$	船の roll 角	
$\phi_{ih}, \phi_{il}$	船の roll 角の高周波数成分, 低周波数成分	
$\phi_{I_i}$	入射波の速度ポテンシャル	
$\chi$	入射波の角度	
$\psi_i$	船の yaw 角	
$\psi_{ih}, \psi_{il}$	船の yaw 角の高周波数成分, 低周波数成分	
$\psi_t$	索の yaw 角	
$\psi_{th}, \psi_{tl}$	索の yaw 角の高周波数成分, 低周波数成分	
$\omega$	入射波の波周波数	
$\omega_{ei}$	入射波の船との出会い周波数	
$A$	入射波の振幅	
$A_{kj}^{(i)}$	$j$ -mode の運動によって生じる $k$ 方向の付加質量	
$B_{kj}^{(i)}$	$j$ -mode の運動によって生じる $k$ 方向の造波減衰係数	
$C_b$	方形係数	
$C_{kj}^{(i)}$	$j$ -mode の運動によって生じる $k$ 方向の復原力係数	
$C_{XW}^{(i)}, C_{YW}^{(i)}, C_{NW}^{(i)}$	船の前後方向, 横方向, 回頭方向に関する波浪中抵抗増加係数	

$F_{kc}^{(i)}, F_{ks}^{(i)}$	$k$ 方向に作用する波強制力成分
$F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}$	船の並進方向に対して作用する外力 (索張力以外による)
$F_{xih}, F_{yih}, F_{zih}$	上記外力の高周波数成分
$F_{xil}, F_{yil}$	上記外力の低周波数成分
$G_i$	船の重心位置
$GM_i$	船の重心からのメタセンタ高さ
$I_{xxi}, I_{yyi}, I_{zzi}$	船の回転運動に関する慣性モーメント
$J_{xxi}, J_{zz}$	船の回転運動に関する付加慣性モーメント
$k_{xx}, k_{yy}, k_{zz}$	船の回転運動に関する慣動半径
$KG_i$	船の基線からの重心高さ
$K_{Hi}, K_{Pi}, K_{Ri}$	船体, プロペラ, 舵によって roll 方向に作用する流体力
$K_{Ti}, L_{Ti}, N_{Ti}$	船の回転方向に対して作用するモーメント (索張力による)
$K_{Tih}, L_{Tih}, N_{Tih}$	上記モーメントの高周波数成分
$K_{Til}, L_{Til}, N_{Til}$	上記モーメントの低周波数成分
$l_i$	索の連結点と船の重心とを結ぶ線分の長さ
$l_t$	曳航索長
$L_i$	船の垂線間長
$m_i$	船の質量
$m_{xi}, m_{yi}$	船の付加質量
$M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}$	船の回転方向に対して作用するモーメント (索張力以外による)
$M_{xih}, M_{yih}, M_{zih}$	上記モーメントの高周波数成分
$M_{xil}, M_{zil}$	上記モーメントの低周波数成分
$N_{Hi}, N_{Pi}, N_{Ri}, N_{Wi}$	船体, プロペラ, 舵, 波漂流力によって yaw 方向に作用する流体力
$p_i, q_i, r_i$	船体固定系で定義される角速度
$T_{\phi i}$	船の横揺れ動揺周期
$T_S$	索張力
$T_{Sh}, T_{Sl}$	索張力の高周波数成分, 低周波数成分
$U_i, V_i, W_i$	船の並進方向における速度
$U_{ih}, V_{ih}, W_{ih}$	船の並進方向における速度の高周波数成分
$U_{il}, V_{il}$	船の並進方向における速度の低周波数成分
$X_{Hi}, X_{Pi}, X_{Ri}, X_{Wi}$	船体, プロペラ, 舵, 波漂流力によって前後方向に作用する流体力
$X_i, Y_i, Z_i$	空間固定座標系における船の位置座標
$X_{Ti}, Y_{Ti}, Z_{Ti}$	船の並進方向に対して作用する外力 (索張力による)
$X_{Tih}, Y_{Tih}, Z_{Tih}$	上記外力の高周波数成分
$X_{Til}, Y_{Til}, Z_{Til}$	上記外力の低周波数成分
$Y_{Hi}, Y_{Pi}, Y_{Ri}, Y_{Wi}$	船体, プロペラ, 舵, 波漂流力によって横方向に作用する流体力
$Z_{Gi}$	船の重心高さ

# 第1章 緒論

## 1.1 研究背景

曳航とは、海上構造物等の大型浮体やバージ(舢)または機関故障船といった自力航行ができない浮揚体を、タグボート等の推力を有した船舶が曳航索を介して曳く行為の総称である。一般に、曳く側の船舶を曳船、曳かれる側の浮揚体を被曳船と呼ぶ。曳航は、海上構造物の移設、タグバージシステムによる海上物流、さらには自力航行が不能となった船舶による衝突や乗揚げといった二次災害を防ぐための海難処理等、幅広く実施されているものであるが、曳船と被曳船とが曳航索により拘束されるという性格上、その作業には常に危険が伴う。曳航作業中に発生する事故例として、以下の様なものが挙げられる。まずは、曳船の操船ミスもしくは操船能力不足による衝突・乗揚げの事案である。被曳船は基本的に無人の状態では曳船に曳かれるため、被曳船側で舵を取ることはできない。よって、曳船は、被曳船の挙動を考慮した上で操船する必要があるが、これには熟練の技術を要する。また、熟練した技術を持ってしても、曳船に被曳船の運動を制御できるだけの能力が備わっていなければ安全な曳航は難しい。このような場合、2船間での衝突、第3船あるいは岸壁等との衝突、浅瀬への乗揚げ等が発生する危険性がある。次に、曳航索の破断によって被曳船が漂流し、その結果、二次災害として衝突・乗揚げが起こるという事案がある。また、曳航索の破断が起こった場合には、その反力で曳航索が激しく運動し、その運動に巻き込まれた乗組員が負傷、最悪の場合には死亡することもある。曳航中の被曳船には、一種の自励振動である振れまわり運動が発生することが知られている。この運動によって曳航索に過大な張力が発生し、それが原因で曳航索が破断するケースが多いようである。これら曳航作業に伴う危険を減らすため、曳船の操船能力、被曳船の振れまわり運動、それらに伴う針路安定性の問題、さらには曳航時における2船の動的な挙動及びそれに対応する索張力について検討することが求められている。

安全に曳航を行うためには、曳航作業時の気象・海象についても考慮すべきである。風・潮流のある海域では、曳船・被曳船ともに一定方向への圧流を受けるが、その力の作用する大きさや向きは各船の形状に依存するため、そのような状況下での操船は単純ではなく、針路安定性にも影響が生じる。波浪中での曳航は、平水中とは異なり、各船に波浪動揺が生じることから、索張力の挙動について、より慎重に把握しながら

航行する必要がある。また、併せて、各船には波浪による漂流力が作用するため、操船にも注意を要する。一方、タグバージシステムによる海上物流や機関故障船を目的港に移送するといった場合には、当然ながら、港内まで曳航を行わねばならない。よって、曳航時における浅水影響及び狭水路影響について把握することも、曳航作業の安全性向上のため重要である。

以上のように、曳航には、様々な危険が内在している。しかしながら、実際に曳航作業を実施している現場では、曳航時の操船方法について操船者のノウハウに頼る部分が多く、作業の安全性が保たれているとは言い難い。よって、曳航作業に伴う危険を、除去もしくは低減させるための対策を確立することが求められている。そのためには、曳航作業時に起こる現象を理論的に解明することはもとより、各船の要目や気象・海象等の各種条件から曳航時の運動及び索張力を計算することができるシミュレーションツールを開発することが必要である。

## 1.2 既往の研究

曳航作業の安全性向上という観点から、曳航時の曳船・被曳船の挙動に関する問題について、実験、理論あるいはシミュレーション計算等により、数多くの研究がなされてきた。被曳船の運動問題を初めて取り扱ったのは Strandhagen 等 [1] であったと思われる。Strandhagen 等は、線形化された被曳船の操縦運動方程式をベースに、時間が経過した後の運動安定性の理論を用いて被曳船の針路安定性について議論した。なお、その際の索張力は釣り合い位置での値のまま変化が無いと仮定されている。振れまわりの無い定常的な運動を考えると、被曳船の抵抗係数等を用いて索張力を類推できる。貴島等は、独自の索張力に関する推定式を用いて、風圧下における曳船・被曳船の針路安定性について論じ [2]、さらには、浅水域及び狭水域における各船の運動についても検討した [3][4]。また、同様の推定式を用いたシミュレーション計算例が多く発表されている [5][6][7]。類似なものとして、道本等は、索張力の推定に静的なカテナリー理論を用いる方法を提案した [8][9]。この取り扱いを踏襲した計算例が、岸本等 [10] や湯川等 [11] から発表されている。さらに、Bernitsas 等は、索張力の推定にバネモデルを用いる方法を提案し、流体力特性の非線形性を考慮した被曳船の針路安定性を議論した [12]。その後、Jiang 等によって、曳船と被曳船の運動連成を考慮した場合に対し、この扱いは拡張された [13]。以上の方法の特徴は、索張力を求めるための独自の計算式(推定式)を用いる点にある。加えて、索張力を準静的に取り扱うことが多く、索の動的な影響さらには被曳船の加速度の影響が厳密には考慮されない場合も多い。曳船・被曳船の運動を議論する場合、曳航索による張力をどのように表現するかが鍵となるため、そのモデル化には十分な検証が必要であろう。

一方、重廣は、MMG モデルに基づき、索張力の推定式を必要としない曳船・被曳船の操縦運動モデルを提案した [14]。この方法は、被曳船の運動方程式から索張力を誘導するものであるため、推定式を用いるといった理論の曖昧さを排除でき、一貫した理論を構成できる点に特徴がある。その方法による旋回に関する計算結果は実験結果と良い一致を示した。ただし、同計算法は、曳航索を 1 本のトラス要素とみなしているため、索の変形については取り扱うことはできない。安川等は、重廣の計算法を発展させ、索をいわゆるランプドマス法で取り扱うことにより、索の変形とその動的な影響を考慮した被曳船の操縦運動シミュレーション法を提案した [15]。この手法による被曳船の振れ回り運動及び索張力に関する計算結果は実験結果と良く一致している。さらに、安川等は同シミュレーション法を、曳船と被曳船の運動連成を考慮できる形に拡張している [16]。これらの方法は、索張力を推定するためのモデル化が必要なく、理論は力学的に一貫としている。また、実験結果との一致度も良いため、曳航問題を取り扱う上で優れた手法であると言える。

ここまで、曳航を取り扱った研究について概観してきたが、これらは全て静水面上での操縦運動や針路安定性について検討したものである。曳航時の被曳船には振れまわり運動が発生すること、それに伴う曳航索破断の危険性があること等の理由から、水平方向における運動を取り扱う研究が発展することは必然であるが、実務の現場においては波浪中での曳航が行われることも当然考えられるため、その際の縦方向の運動および波浪動揺に伴う索張力の変動について検討することは、曳航作業の安全性を高める上で重要である。しかしながら、波浪中の曳航問題を取り扱った例は、Fang 等 [17] を除いて見当たらない。Fang 等は、不規則波中を航行する曳船・被曳船の運動シミュレーション法を提案した。同計算法は、波による強制力としてフルード・クリロフ力と diffraction 流体力は考慮しているものの、radiation 流体力に関する波の周波数依存性を考慮していない。また、索張力の推定に静的なカテナリー理論を用いる方法を採用しているため、索の動的な影響を考慮することもできない。さらに、実験による検証が行われていないため、その計算法の精度は未だ不明な状態であるというのが現状である。

曳航問題に関する既往の研究をまとめると、静水面上における曳船・被曳船の運動及びそれらの針路安定性に関する問題は十分に議論されており、また、それに伴う曳航時の索張力の取り扱いについても多くの検討がなされているようである。しかし、波浪中における曳船・被曳船の運動及びそれに伴う索張力の変動については、まだまだ検討の余地があるものと思われる。以下に、検討すべき課題を示す。

- 波浪中曳航時における曳船・被曳船運動の定式化は、Fang 等 [17] によってしか行われていない。よって、定式化の理論自体に、まだ慎重な検討が必要である。
- 波浪中曳航時の曳船・被曳船の運動に関するメカニズムについては未だ明らかとはされていない。

- 計算法の精度検証が必要であるが、波浪中曳航時の曳船・被曳船の運動を同時に精度良く計測する水槽試験技術が未だ確立されていない。

### 1.3 本論文の目的

前節で示した課題を踏まえて、本論文では以下の三点を具体的な目的とする。以下の目的を達成する事により、波浪中曳航時における曳船・被曳船の運動に関する実用計算法が確立され、その挙動に関するメカニズムについて考察することが可能となる。

第一の目的は、正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動に関する理論計算法を構築することである。波浪中曳航時における各船の運動の定式化の手法が妥当であるか否か、まずは水平方向における各船の操縦運動及び被曳船の振れまわり運動を考慮しない場合の運動シミュレーション法を構築し、水槽試験結果を用いて検証を行う。また、併せて、各船の運動計測のため開発した水槽試験技術について示すとともに、水槽試験から得られる各船の運動特性に関する知見をまとめる。

第二の目的は、正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察することである。第一の目的で構築した理論計算法に基づいて、各船の運動に影響を与える主たる要素を明らかにし、各船の運動連成について考察する。

第三の目的は、曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関する実用計算法を提案することである。曳航時の各船の操縦運動、被曳船の振れまわり運動、各船の波浪動揺の全てを考慮した統合運動シミュレーション計算法を構築し、水槽試験結果と比較することで、同計算法の精度を検証する。また、併せて、水槽試験結果から得られる各船の波浪中 6 自由度運動特性に関する知見をまとめ、そのメカニズムについて考察する。

### 1.4 本論文の構成

本論文は全 6 章で構成される。以下に本論文の構成を記す。

第 1 章は緒論である。研究の背景を示し問題を明確化する。問題に対する既往の研究について述べ、それらの課題について整理する。最後に本論文の目的、論文構成を記す。

第 2 章では、正面向波中における曳船・被曳船の運動に関する理論計算法について示す。はじめに、曳航索及び被曳船に関する運動方程式ならびに曳船に作用する索張力を導出する。次に、曳船に関する運動方程式を導出し、それらをまとめ、最終的に解くべき運動方程式について示す。

第 3 章では，第 2 章で構築した理論計算法の精度を検証するため，計算結果と水槽試験結果を比較する．その際の比較は，時刻歴，周波数応答の両方で行い，それらによって，計算法の実用性を明らかにする．また，同計算法を線形化する等の手法で簡略化し，各船の運動に影響を与える主たる要素を明らかにすることで，正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察する．

第 4 章では，曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関する実用計算法について示す．はじめに，使用する座標系や基礎となる運動方程式について示し，それらを簡略化することで，波浪中曳航時の各船の操縦運動と波浪動揺を同時に計算することができる実用的な計算法を構築する．次に，解くべき運動方程式の具体的表記を示すことで，各船の運動に及ぼす諸影響について把握する．

第 5 章では，第 4 章で構築した実用計算法の精度を検証するため，計算結果と水槽試験結果を比較する．第 3 章と同様，その際の比較は，時刻歴，周波数応答の両方で行い，それらによって，計算法の実用性を明らかにする．また，水槽試験結果から得られる各船の波浪中 6 自由度運動特性に関する知見をまとめ，そのメカニズムについて考察する．

終章である第 6 章には，本論文の結論を示すとともに，今後の課題について記す．

## 第2章 正面向波中における曳船・被曳船の運動に関する理論計算法

本章では，曳航索をランプドマス法を用いて表現することとし，その取り扱いを正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動に関する理論計算法に適用する．波浪中曳航運動に関する理論計算法の構築を目指し，定式化にあたって次の仮定を設ける．

- 曳船・被曳船ならびに索の挙動は縦方向の二次元平面的な動きで表される．
- 索は有限個に分割された集中マスとトラス要素の集合体として取り扱う．集中マスとトラス要素はピン結合にて連結されているものとし，索のねじり，伸びは無視する．
- 海洋波は微小振幅波（規則波）で表現できるものとし，その方向は正面向波のみを取り扱う．
- 各船の運動及び曳船のプロペラ後流による波浪場の変化は小さく，2船間の流体力学的相互干渉については考慮しない．

本計算法は垂直面内の運動について検討するため，索の振れ回りは考慮できないが，索の重量，垂直方向への変形及び索が水面下に没した際の流体から受ける抵抗の影響を考慮できる．また，二次元平面的に取り扱うことにより，大幅に演算時間を短縮することができるという利点も加わる．このような仮定のもと，曳船・被曳船及び曳航索に関する運動方程式を導出し，それらを数値的に解くことで，各船の垂直面内における波浪中船体運動について計算する．

### 2.1 被曳船及び曳航索の運動に関する理論計算法

#### 2.1.1 座標系

Fig.2.1 に定式化に用いる座標系を示す．座標系は空間固定座標系  $O - XZ$  と，静水中で被曳船と等速で移動する座標系  $G_2 - x_2z_2$  の2つを考える [18]． $G_2$  は被曳船の重心位置かつ動揺平均位置を意味し，静水面上にあるものと仮定する．

また，索は， $N$  個に分割された集中マスと  $N+1$  個に分割された剛体のトラス要素がピン結合されたものとして表している．なお，図中では，索モデルが理解しやすいよう，索に大傾斜を与えている．

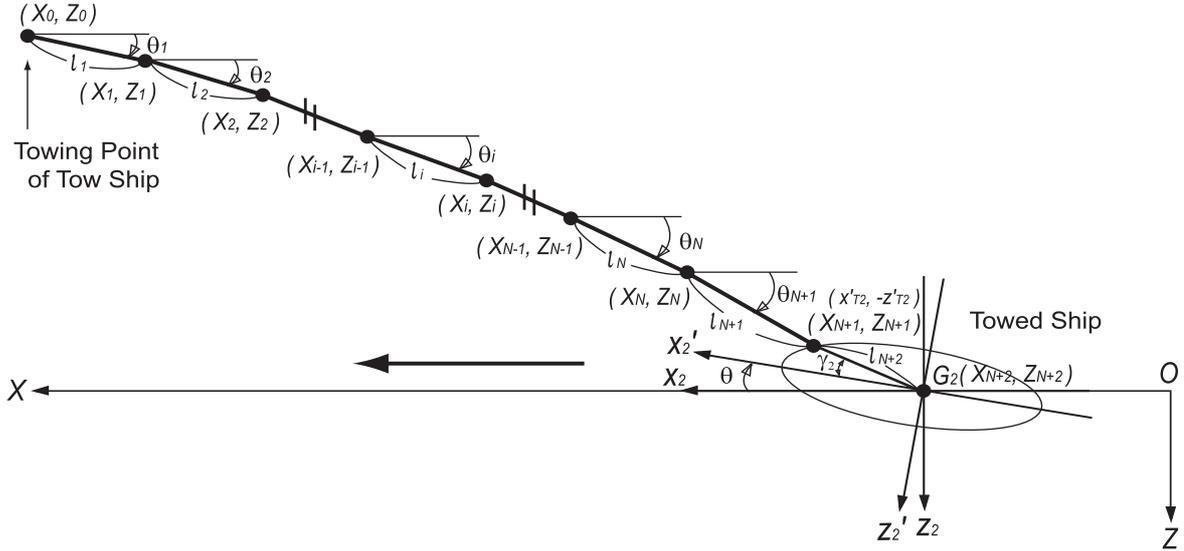


Fig. 2.1: Coordinate systems of towed ship and towline

索の端点を  $(X_0, Z_0)$ ， $i$  番目の集中マスの座標を  $(X_i, Z_i)$  ( $i=1, \dots, N$ )，空間固定座標系における索と被曳船との連結点を  $(X_{N+1}, Z_{N+1})$ ，被曳船の重心位置を  $(X_{N+2}, Z_{N+2})$  とする．なお，索と被曳船との連結点は， $G_2$  周りに  $\theta$  回転した座標系  $G_2 - x'_2 z'_2$  における点  $(x'_{T2}, -z'_{T2})$  に一致する．また，空間固定座標系における  $X$  軸と各トラス要素がなす角度を  $\theta_i$  ( $i=1, \dots, N+1$ )，そのトラス要素の長さを  $l_i$  ( $i=1, \dots, N+1$ ) とし，索の連結点と被曳船の重心位置との距離を  $l_{N+2}$ ，この 2 点を結ぶ線分と  $X$  軸のなす角度を  $\theta_{N+2}$  とする．索の拘束条件を考慮すると， $i$  番目の集中マスの座標  $(X_i, Z_i)$ ，連結点の座標  $(X_{N+1}, Z_{N+1})$  及び被曳船の重心座標  $(X_{N+2}, Z_{N+2})$  は，索の端点を起点として，次のように示される．

$$X_i = X_0 - \sum_{j=1}^i l_j \cos \theta_j, \quad Z_i = Z_0 + \sum_{j=1}^i l_j \sin \theta_j \quad \text{for } (i = 1, \dots, N+2) \quad (2.1)$$

ただし， $l_{N+2} = \sqrt{x'_{T2}{}^2 + z'_{T2}{}^2}$ ， $\theta_{N+2} = \theta + \gamma_2$  である．なお， $\theta$  は被曳船のピッチ角， $\gamma_2$  は索の連結点の高さを示す角度を意味し， $\gamma_2 = \tan^{-1}(z'_{T2}/x'_{T2})$  と示される．

## 2.1.2 索の運動方程式

トラス要素で連結された各集中マスの運動は，Lagrange の運動方程式によって求められる．それは次のように表される [19] ．

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial \theta_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial \theta_i} = Q_i \quad \text{for } (i = 1 \cdots N) \quad (2.2)$$

式中， $T$  は系の運動エネルギー， $V$  はポテンシャルエネルギー， $Q_i$  は  $i$  番目のマスに関する一般外力を意味し，それぞれ全て  $\theta_i (i=1, \dots, N+2)$  の関数として表される．よって， $\theta_i$  を求めることができれば，索の挙動が決まることとなる．

索の軸方向には付加質量が作用しないとすれば，運動エネルギー  $T$  及びポテンシャルエネルギー  $V$  は次のように表される．

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left\{ m_{\ell i} (1 + k_{F_i} \sin^2 \theta_i) \dot{X}_i^2 + m_{\ell i} (1 + k_{F_i} \cos^2 \theta_i) \dot{Z}_i^2 \right\} \quad (2.3)$$

$$V = g \sum_{i=1}^N (m_{\ell i} - \rho \nabla_i) Z_i \quad (2.4)$$

$m_{\ell i}$ ， $k_{F_i}$ ， $\nabla_i$  はそれぞれ  $i$  番目の集中マスの質量，付加質量係数及び容積を意味し， $g$  は重力加速度， $\rho$  は流体の密度を表す．

一般外力  $Q_i$  は，索が動くことによって流体から受ける抵抗と，索が被曳船から受ける張力の 2 つの成分から成る．まず，抵抗について考える．Fig.2.2 より， $i$  番目の集中マスに対する軸方向の速度  $U_i$  と法線方向の速度  $W_i$  は次のように表される．

$$U_i = \dot{X}_i \cos \theta_i - \dot{Z}_i \sin \theta_i, \quad W_i = \dot{X}_i \sin \theta_i + \dot{Z}_i \cos \theta_i \quad (2.5)$$

抵抗は運動とは逆方向に作用するので，索の軸方向の抵抗を  $F_i$ ，法線方向の抵抗を  $R_i$  とすれば，

$$F_i = -\frac{1}{2} \rho S_i C_{F_i} |U_i| U_i, \quad R_i = -\frac{1}{2} \rho S_i C_{D_i} |W_i| W_i \quad (2.6)$$

と表される．ここで， $S_i$  は集中マスに流体力が作用する際の仮想的な側面積を意味し，それと等価なものとして， $i$  番目のトラス要素の軸方向長さ と法線方向長さの積として与える． $C_{F_i}$  は索の軸方向の抵抗係数， $C_{D_i}$  は索の法線方向の抵抗係数である．これを空間座標軸に関する成分別に表示すると，以下のように表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{X_i} &= F_i \cos \theta_i, & F_{Z_i} &= -F_i \sin \theta_i \\ R_{X_i} &= R_i \sin \theta_i, & R_{Z_i} &= R_i \cos \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

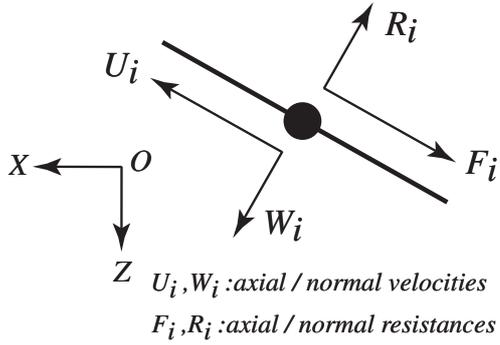


Fig. 2.2: Velocities of mass and resistances acting on it

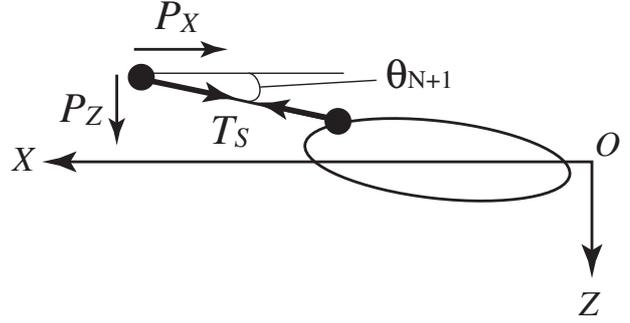


Fig. 2.3: Tension acting on N-th mass

次に、第  $N$  点のマスに作用する船からの張力を考える。Fig.2.3 に示すように、この力の大きさを  $T_S$  とすれば、その作用する方向は  $\theta_{N+1}$  である。抵抗と同様、空間座標軸に関する成分別に表示することとし、それらを  $P_X, P_Z$  とすると、

$$P_X = -T_S \cos \theta_{N+1} \quad , \quad P_Z = T_S \sin \theta_{N+1} \quad (2.8)$$

となる。よって、一般外力は、その定義から次のように表される。

$$Q_k = \sum_{i=1}^N \left\{ (R_{Xi} + F_{Xi}) \frac{\partial X_i}{\partial \theta_k} + (R_{Zi} + F_{Zi}) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_k} \right\} + P_X \frac{\partial X_N}{\partial \theta_k} + P_Z \frac{\partial Z_N}{\partial \theta_k} \quad (2.9)$$

さらに、次の関係式

$$\frac{\partial X_i}{\partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i < k \\ \ell_k \sin \theta_k & i \geq k \end{cases} \quad , \quad \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i < k \\ \ell_k \cos \theta_k & i \geq k \end{cases}$$

を考慮すると、

$$Q_k = \ell_k \sin \theta_k \sum_{i=k}^N (R_i \sin \theta_i + F_i \cos \theta_i) + \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N (R_i \cos \theta_i - F_i \sin \theta_i) - T_S \ell_k \sin (\theta_k - \theta_{N+1}) \quad (2.10)$$

が得られる。以上の諸式を (2.2) 式に代入すると、索に関する運動方程式は以下のように示される。

$$\begin{aligned}
 & \ell_k \sin \theta_k \sum_{i=k}^N m_{si} \ddot{X}_i + \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N m_{ci} \ddot{Z}_i \\
 & + 2\ell_k \sum_{i=k}^N m_{\ell i} k_{F_i} \sin \theta_i \cos \theta_i \left( \dot{X}_i \sin \theta_k - \dot{Z}_i \cos \theta_k \right) \dot{\theta}_i \\
 & - m_{\ell k} k_{F_k} \sin \theta_k \cos \theta_k \left( \dot{X}_k^2 - \dot{Z}_k^2 \right) - g \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N (m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \\
 & = Q_k \quad \text{for } (k = 1 \cdots N)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

ただし,

$$m_{si} = m_{\ell i} (1 + k_{F_i} \sin^2 \theta_i) \quad , \quad m_{ci} = m_{\ell i} (1 + k_{F_i} \cos^2 \theta_i)$$

### 2.1.3 被曳船の運動方程式

座標系  $G_2 - x_2 z_2$  に基づいて構築された, 波浪中における被曳船の運動方程式は次のように書かれる.

$$(m_2 + A_{11}^{(2)}) \dot{u} = F_{x2} + F_{Tx2} \tag{2.12}$$

$$(m_2 + A_{33}^{(2)}) \dot{w} + A_{35}^{(2)} \ddot{\theta} = F_{z2} + F_{Tz2} \tag{2.13}$$

$$(I_{yy2} + A_{55}^{(2)}) \ddot{\theta} + A_{53}^{(2)} \dot{w} = M_{y2} + M_{Ty2} \tag{2.14}$$

式中,  $m_2, I_{yy2}$  はそれぞれ船体の質量, 慣性モーメント,  $A_{11}^{(2)}, A_{33}^{(2)}, A_{35}^{(2)}, A_{53}^{(2)}$  及び  $A_{55}^{(2)}$  は船体に作用する radiation 流体力に起因する項で広義の付加質量と呼ばれる. 右辺の  $F_{Tx2}, F_{Tz2}, M_{Ty2}$  は索張力による前後力, 上下力, 縦揺れモーメントであり,  $F_{x2}, F_{z2}, M_{y2}$  は索張力以外の外力による前後力, 上下力, 縦揺れモーメントである. なお, 左辺の速度成分  $u, w$  及び船体ピッチ角  $\theta$  は  $G_2 - x_2 z_2$  系での成分であり, 空間固定座標系との関係は以下の様に示される.

$$\dot{u} = \ddot{X}_{N+2}, \quad \dot{w} = \ddot{Z}_{N+2}, \quad \ddot{\theta} = \ddot{\theta}_{N+2} \tag{2.15}$$

前述の通り, 索系と船体とを結ぶ張力の大きさを  $T_S$  とすれば, 索張力による前後力, 上下力, 縦揺れモーメントは,

$$\left. \begin{aligned}
 F_{Tx2} &= T_S \cos \theta_{N+1} \\
 F_{Tz2} &= -T_S \sin \theta_{N+1} \\
 M_{Ty2} &= T_S \ell_{N+2} \sin(\theta_{N+1} - \theta_{N+2})
 \end{aligned} \right\} \tag{2.16}$$

と表される. また, 索張力以外の外力による前後力, 上下力, 縦揺れモーメントは以下のように表す. ただし, 被曳船はプロペラ, 舵等はなく, 自力航行は不可能である

とした．

$$\left. \begin{aligned} F_{x2} &= E_1^{(2)} - R_{c2}(\dot{X}_{N+2})^2 - R_{w2} \\ F_{z2} &= E_3^{(2)} - B_{33}^{(2)}\dot{Z}_{N+2} - C_{33}^{(2)}Z_{N+2} - B_{35}^{(2)}\dot{\theta}_{N+2} - C_{35}^{(2)}(\theta_{N+2} - \gamma_2) \\ M_{y2} &= E_5^{(2)} - B_{53}^{(2)}\dot{Z}_{N+2} - C_{53}^{(2)}Z_{N+2} - B_{55}^{(2)}\dot{\theta}_{N+2} - C_{55}^{(2)}(\theta_{N+2} - \gamma_2) \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

$R_{c2}$  は平水中直進時の船体抵抗係数， $R_{w2}$  は波浪中運動による抵抗増加成分を意味し， $B_{kl}^{(2)}, C_{kl}^{(2)}$  はそれぞれ  $l$ -mode の運動によって生じる  $k$  方向の造波減衰係数，復原力係数を表わしている．また， $E_k^{(2)}$  は  $k$  方向に作用する波強制力を意味する．

#### 2.1.4 曳船側曳航点に作用する索張力

曳船の運動の定式化に先立ち，曳船側曳航点に作用する張力について導出しておく必要がある． $(X_0, Z_0)$  に作用する  $X, Z$  方向の張力  $(T_X, T_Z)$  は，Lagrange の運動方程式を用いて，以下のように表される．

$$T_X = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_0} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial X_0} \right) - Q_{X0} \quad (2.18)$$

$$T_Z = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{Z}_0} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial Z_0} \right) + \frac{\partial V}{\partial Z_0} - Q_{Z0} \quad (2.19)$$

ここで， $(X_0, Z_0)$  に働く一般外力  $Q_{X0}, Q_{Z0}$  は，

$$Q_{X0} = \sum_{i=1}^N (R_i \sin \theta_i + F_i \cos \theta_i) - T_S \cos \theta_{N+1} \quad (2.20)$$

$$Q_{Z0} = \sum_{i=1}^N (R_i \cos \theta_i - F_i \sin \theta_i) + T_S \sin \theta_{N+1} \quad (2.21)$$

である．よって，(2.3)(2.4) 式及び (2.20)(2.21) 式を (2.18)(2.19) 式に代入して整理すると，曳船側曳航点に作用する張力  $(T_X, T_Z)$  は，最終的に次式から得られる．

$$\begin{aligned}
 T_X = & \sum_{i=1}^N \left[ m_{si} \left\{ \ddot{X}_0 + \sum_{j=1}^i \left( \ddot{\theta}_j \ell_j \sin \theta_j + \dot{\theta}_j^2 \ell_j \cos \theta_j \right) \right\} \right. \\
 & \left. + 2m_{\ell i} k_{F_i} \sin \theta_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i \left( \dot{X}_0 + \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_j \ell_j \sin \theta_j \right) - R_i \sin \theta_i - F_i \cos \theta_i \right] \\
 & + T_S \cos \theta_{N+1}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}
 T_Z = & \sum_{i=1}^N \left[ m_{ci} \left\{ \ddot{Z}_0 + \sum_{j=1}^i \left( \ddot{\theta}_j \ell_j \cos \theta_j - \dot{\theta}_j^2 \ell_j \sin \theta_j \right) \right\} \right. \\
 & \left. - 2m_{\ell i} k_{F_i} \sin \theta_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i \left( \dot{Z}_0 + \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_j \ell_j \cos \theta_j \right) \right. \\
 & \left. - R_i \cos \theta_i + F_i \sin \theta_i + g (m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \right] \\
 & - T_S \sin \theta_{N+1}
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

## 2.2 曳船の運動に関する理論計算法

### 2.2.1 座標系

Fig.2.4 に曳船の運動を定式化する際に用いる座標系を示す．座標系は，索と被曳船の運動方程式の場合と同様，空間固定座標系  $O - XZ$  と，静水中で曳船と等速で移動する座標系  $G_1 - x_1 z_1$  の 2 つを考える． $G_1$  は曳船の重心位置かつ動揺平均位置を意味し，静水面上にあるものと仮定する．曳船の重心座標を  $(X_T, Z_T)$  とし，索と曳船との連結点は Fig.2.1 における索の端点  $(X_0, Z_0)$  に一致させる．また，索と曳船との連結点は， $G_1$  周りに  $\theta_T$  回転した座標系  $G_1 - x'_1 z'_1$  における点  $(-x'_{T1}, -z'_{T1})$  と同義である．

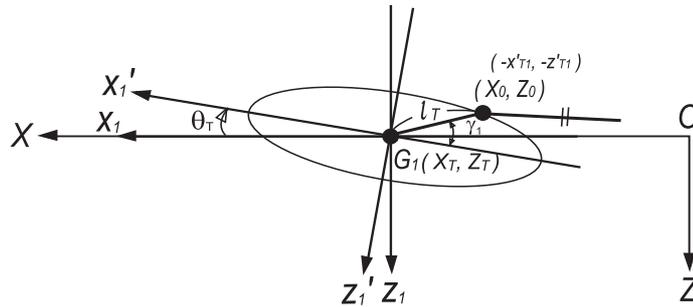


Fig. 2.4: Coordinate system of tow ship

ここで，索の連結点と曳船の重心位置との距離を  $l_T = \sqrt{x'_{T1}{}^2 + z'_{T1}{}^2}$  とし，索の連結点の高さを示す角度を  $\gamma_1 = \tan^{-1}(z'_{T1}/x'_{T1})$  として定義した．

## 2.2.2 曳船の運動方程式

座標系  $G_1 - x_1 z_1$  に基づいて構築された，曳船の運動方程式は次のように表される．

$$(m_1 + A_{11}^{(1)})\ddot{X}_T = F_{x1} + F_{Tx1} \quad (2.24)$$

$$(m_1 + A_{33}^{(1)})\ddot{Z}_T + A_{35}^{(1)}\ddot{\theta}_T = F_{z1} + F_{Tz1} \quad (2.25)$$

$$(I_{yy1} + A_{55}^{(1)})\ddot{\theta}_T + A_{53}^{(1)}\ddot{Z}_T = M_{y1} + M_{Ty1} \quad (2.26)$$

$m_1, I_{yy1}$  はそれぞれ船体の質量，慣性モーメント， $A_{11}^{(1)}, A_{33}^{(1)}, A_{35}^{(1)}, A_{53}^{(1)}$  及び  $A_{55}^{(1)}$  は船体に作用する radiation 流体力に起因する項で広義の付加質量と呼ばれる．右辺の  $F_{Tx1}, F_{Tz1}, M_{Ty1}$  は索張力による前後力，上下力，縦揺れモーメントであり， $F_{x1}, F_{z1}, M_{y1}$  は索張力以外の外力による前後力，上下力，縦揺れモーメントである．まず，索張力による力とモーメントの項は，(2.22)(2.23) 式に示した張力 ( $T_X, T_Z$ ) を用いて，

$$\left. \begin{aligned} F_{Tx1} &= -T_X \\ F_{Tz1} &= -T_Z \\ M_{Ty1} &= -T_X \ell_T \sin(\theta_T - \gamma_1) - T_Z \ell_T \cos(\theta_T - \gamma_1) \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

と表される．一方，索張力以外の外力による力とモーメントの項は以下のように表す．

$$\left. \begin{aligned} F_{x1} &= E_1^{(1)} - R_{c1}(\dot{X}_T)^2 - R_{w1} + X_{P1} \\ F_{z1} &= E_3^{(1)} - B_{33}^{(1)}\dot{Z}_T - C_{33}^{(1)}Z_T - B_{35}^{(1)}\dot{\theta}_T - C_{35}^{(1)}\theta_T \\ M_{y1} &= E_5^{(1)} - B_{53}^{(1)}\dot{Z}_T - C_{53}^{(1)}Z_T - B_{55}^{(1)}\dot{\theta}_T - C_{55}^{(1)}\theta_T \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

$R_{c1}$  は平水中直進時の船体抵抗係数， $R_{w1}$  は波浪中運動による抵抗増加成分を意味し， $B_{k\ell}^{(1)}, C_{k\ell}^{(1)}$  はそれぞれ  $\ell$ -mode の運動によって生じる  $k$  方向の造波減衰係数，復原力係数を表わしている．また， $E_k^{(1)}$  は  $k$  方向に作用する波強制力を意味する．一方， $X_{P1}$  はプロペラによる流体力であり，次式から求める．

$$X_{P1} = (1 - t_P) \sum T_P \quad (2.29)$$

式中  $\sum$  はプロペラ推力の総和を意味する． $t_P$  は推力減少率であり， $T_P$  はプロペラ推力である． $T_P$  は次のように表される．

$$T_P = \rho n_P^2 D_P^4 K_P(J_P) \quad (2.30)$$

$n_P$  はプロペラ回転数， $D_P$  はプロペラ直径， $K_P$  はプロペラ単独特性であり，前進係数  $J_P$  の関数として表される．便宜的に， $K_P$  は  $J_P$  の 2 次式で表されるとするなら，

$$K_P(J_P) = J_0 + J_1 J_P + J_2 J_P^2 \quad (2.31)$$

となり，3 つの未知定数  $J_0, J_1, J_2$  だけで表示できる．前進係数  $J_P$  は次式で定義する．

$$J_P = \frac{\dot{X}_T(1 - w_{P0})}{n_P D_P} \quad (2.32)$$

$w_{P0}$  は直進中の有効伴流率を意味する．

### 2.2.3 曳船側曳航点に関する関係式

曳船と索との連結点の座標  $(X_0, Z_0)$  は，曳船の重心座標  $(X_T, Z_T)$  を起点として，次のように表すことができる．

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= X_T - \ell_T \cos(\theta_T - \gamma_1) \\ Z_0 &= Z_T + \ell_T \sin(\theta_T - \gamma_1) \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

さらに，(2.33) 式を (2.1) 式に代入すると，

$$\begin{aligned} X_i &= X_T - \ell_T \cos(\theta_T - \gamma_1) - \sum_{j=1}^i \ell_j \cos \theta_j \\ Z_i &= Z_T + \ell_T \sin(\theta_T - \gamma_1) + \sum_{j=1}^i \ell_j \sin \theta_j \quad \text{for } (i = 1, \dots, N+2) \end{aligned} \quad (2.34)$$

が得られる．この式より，索・被曳船の運動方程式において解くべき未知数  $(X_i, Z_i)$  は，曳船の運動に関する項を含んだ変数となることがわかる．その結果，最終的に解くべき未知数は曳船の運動に関する項  $(X_T, Z_T, \theta_T)$ ，索と被曳船の運動に関する  $N+2$  個の  $\theta_i$  及び索と被曳船との間に作用する張力  $T_S$  となる．一方，導出した運動方程式は，(2.11) 式で表される索に関する  $N$  個の運動方程式と，曳船・被曳船に関する運動方程式 (2.12)(2.13)(2.14)(2.24)(2.25)(2.26) 式の合計  $N+6$  個であり，運動方程式と未知数の数は一致している．よって，運動方程式を数値的に解くことにより，曳船・索・被曳船の運動及び索張力を時刻歴ベースで求めることが可能となる．

## 2.3 本章のまとめ

本章では，曳航索をいわゆるランブドマス法で取り扱い，正面向波中における曳船・被曳船の縦方向船体運動シミュレーション計算法を提案した．本計算法は，従来の微小振幅波を仮定した線形理論による船体運動方程式ならびに Lagrange 方程式に基づく各集中マスに関する運動方程式に，各船の抵抗及び推力に関する項ならびに索張力による項を付加し，それらの式を数値的に解くことで，正面向波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動及び索張力をシミュレートすることを可能としている．また，本計算法は，索張力の推定式を使用する必要が無いことに加え，曳航索の自重影響及び流体から受ける抵抗を考慮できる点に特徴がある．さらに，各船及び曳航索の運動を二次元平面的に取り扱っているため，演算時間が短くて済むという利点がある．

# 第3章 水槽試験による検証及び曳船・被曳船の運動連成に関する考察

前章で構築した理論計算法の精度を検証するため、正面向波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動及び曳船側曳航点に作用する索張力に関する水槽試験を、広島大学工学部船型試験水槽にて実施した。本章では、水槽試験結果と理論計算結果を比較することで、同計算法の実用性を明らかにする。また、同計算法を簡略化することで、各船の運動に影響を与える主たる要素を明らかにし、正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察する。

## 3.1 水槽試験の概要

### 3.1.1 対象船

曳船として2軸POD船、被曳船としてSR108型コンテナ船の模型船を採用した。Figs.3.1, 3.2はそれぞれ、曳船ならびに被曳船模型の概観を示したものである。また、Table 3.1にそれぞれの想定した実船と模型船の主要目を示す。表中、 $L$ は垂線間長、 $B$ は幅、 $d_f, d_m, d_a$ はそれぞれF.P., midship, A.P.における喫水、 $\Delta$ は排水量、 $C_b$ は方形係数、 $x_G$ は浮心位置座標、 $k_{yy}$ は慣動半径を意味する。なお、模型船の慣動半径は、実験時の計測値である。曳船には2機のPOD推進器を首振り角0度の状態で設置し、喫水は等喫水とした。表中、 $D_P$ はPOD推進器のプロペラ直径、 $p$ はプロペラピッチ比である。一方、被曳船は、実験中の振れ回り運動を抑制するため、舵を設置するとともに喫水は後トリムとした。表中、 $H_R$ は舵高さ、 $B_R$ は舵コード長である。

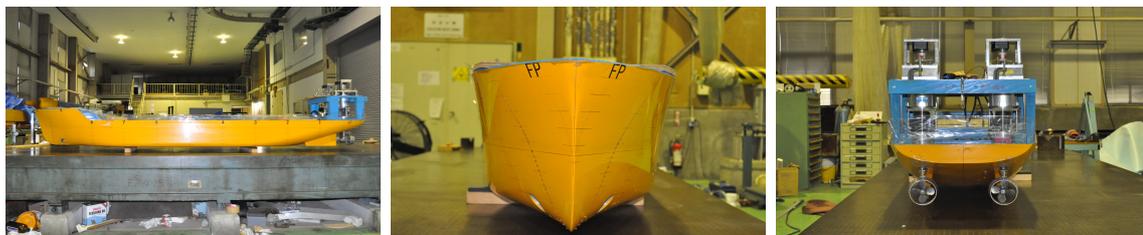


Fig. 3.1: Side, front and rear views of tow ship model (Podded ship)



Fig. 3.2: Side, front and rear views of towed ship model (SR108)

Table 3.1: Principal dimensions of tow and towed ships

symbol	Tow ship		Towed ship	
	Fullscale	Model	Fullscale	Model
$L$ (m)	26.55	2.655	30.00	3.000
$B$ (m)	5.23	0.523	4.35	0.435
$d_f$ (m)	1.66	0.166	1.20	0.120
$d_m$ (m)	1.66	0.166	1.63	0.163
$d_a$ (m)	1.66	0.166	2.06	0.206
$\Delta$ (m <sup>3</sup> )	185.00	0.185	122.00	0.122
$C_b$	0.799	0.799	0.572	0.572
$x_G$ (m)	-0.67	-0.067	-1.41	-0.141
$k_{yy}/L$		0.278		0.239
$D_P$ (m)	0.80	0.080	—	—
$p$	0.8	0.8	—	—
$H_R$ (m)	—	—	1.32	0.132
$B_R$ (m)	—	—	0.72	0.072

### 3.1.2 正面向波中曳船・被曳船試験の概要

曳航水槽で波浪中を航行する被曳船の運動及び索張力を計測した例として、定兼等 [21] や原等 [22] の研究があるが、波浪中曳航時の曳船・被曳船の運動及び索張力を同時に計測した例は見当たらない。本研究では、以下に示す方法により、正面向波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動及び曳船側曳航点に作用する索張力を計測することに成功した。Fig.3.3 に水槽試験の計測システム図を、Fig.3.4 に実際の模型船の設置状況を示す。曳船については、ガイドで曳引車に拘束されているため、振れ回り運動を発生せずに正面向波中を直進航行することが可能である。ただし、surge, heave, pitch の縦方向の運動については自由にしているため、その運動の計測は可能となっている。surge 及び heave についてはレーザー変位計により、pitch についてはポテンショメー

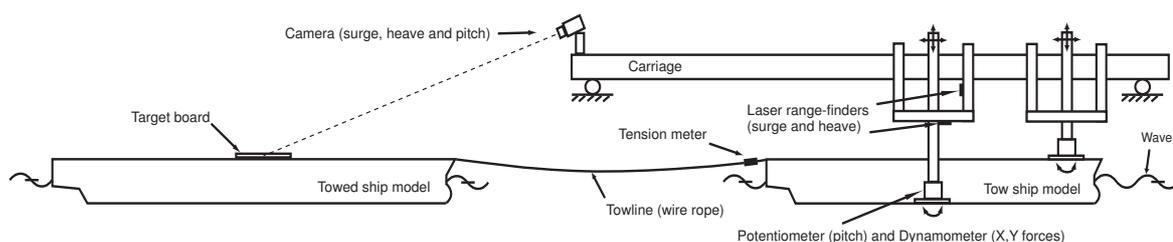


Fig. 3.3: Measurement system

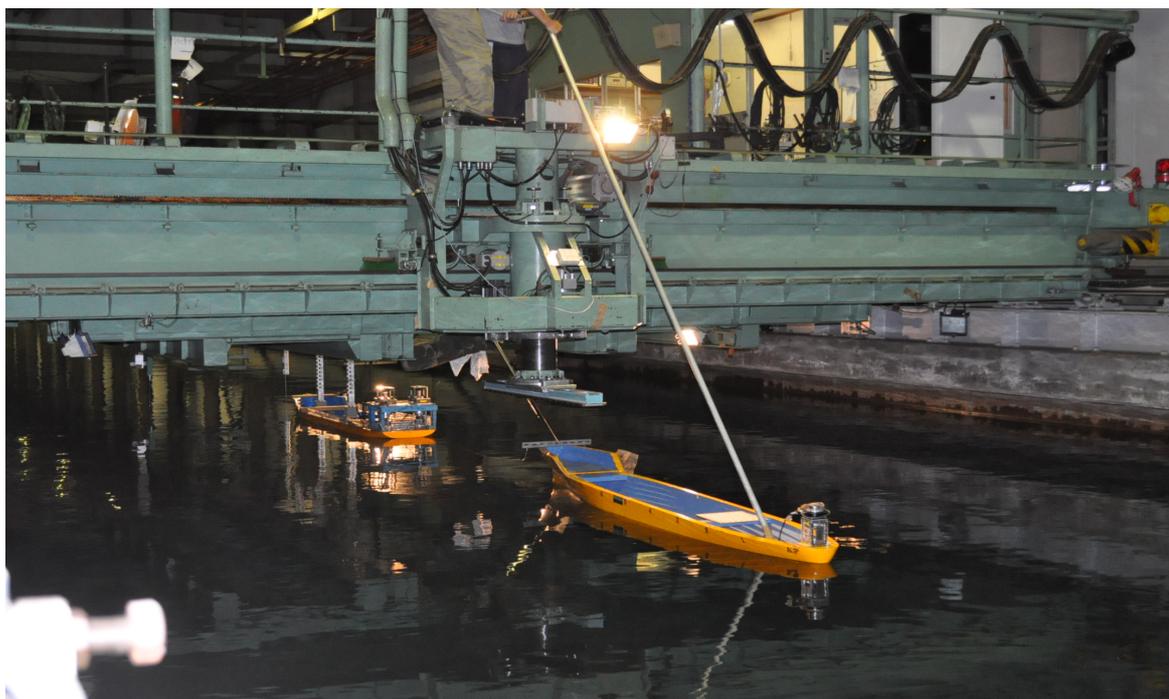


Fig. 3.4: Actual condition of the experiment

ターを用いて計測した。一方、被曳船については、ガイドで拘束せず、曳航索を介して曳航点でのみ拘束されている状態とした。被曳船の運動計測は画像解析の応用による非接触運動計測法により行った。被曳船にはターゲットボードと呼ばれる運動追跡用ターゲットが設置されており、ビデオカメラでそのターゲットを撮影し、その画像を解析することで対象物の運動計測が可能となっている。また、曳航索の模型については、直径 2.0mm、単位長さ当たりの重量 35.0gf/m のワイヤーロープを採用した。曳船側曳航点に作用する索張力は、そのワイヤーロープの先端部に設置した張力計によって計測される。加えて、被曳船側曳航点においては、振れまわり運動を防止するため、ブライドル(ブライドル部の長さ：索長の約 1/6) を設けることとした。

曳船の曳航速度は  $0.800\text{m/s}$  と設定した．これは曳船が実船換算で約  $4.9\text{kn}$  で航行することに相当する．曳船側曳航点は船体中心線上に設定し，模型船の構造を考慮して， $x_{T1}$  は  $A.P.$  から後方  $0.140\text{m}$  の位置， $z_{T1}$  は静水面上  $0.280\text{m}$  とした．同様に，被曳船側曳航点についても船体中心線上に設定し， $x_{T2}$  は  $F.P.$  の位置， $z_{T2}$  は静水面上  $0.255\text{m}$  とした．曳航索長については，計測機器の制約上， $3.0\text{m}$  で一定とした．これは被曳船の船長と同じ長さである．波は規則波のみを取り扱い，その方向は船首方向からの向波とする．波振幅  $\zeta_A$  は  $12.5\text{mm}$  を目標とする．波長船長比は被曳船長 ( $L_2$ ) をベースとして定義し， $\lambda/L_2=0.5, 0.6, \dots, 2.0$  の 16 種類とした．また，本理論計算法は，曳船が放出するいわゆるプロペラ後流の影響については考慮していない．そこで，プロペラ後流の影響を把握するため，プロペラを回転させない場合及びプロペラをその曳航速度における ship point で回転させた場合の 2 通りについて実験を行った．加えて，曳航索による拘束力の有無が各船の運動に及ぼす影響を把握するため，各船が単独で波浪中を航走した場合の船体運動についても計測を行っている．その際の運動計測はガイド付属の計測機器によって実施し，併せてシミュレーション計算に必要な各船の波浪中抵抗増加成分  $R_{w1}, R_{w2}$  を計測した．

## 3.2 理論計算結果と水槽試験結果の比較

### 3.2.1 計算条件

運動方程式の数値解法には Newmark  $\beta$  法を用いた．なお，シミュレーション計算は，模型船ベースで行っている．曳船・被曳船の radiation 流体力に関する付加質量及び造波減衰係数，復原力係数ならびに波強制力は，ストリップ法 [20] を用いて計算する．ただし，各船の前後方向における付加質量については，入射波の周期に関わらず一定であると仮定し，元良チャートによる推定値を用いて  $A_{11}^{(1)'}=0.0077$ ， $A_{11}^{(2)'}=0.0044$  とした．なお， $A_{11}^{(1)'}$ ， $A_{11}^{(2)'}$  は各船の船長及び喫水に基づいて計算された  $\frac{1}{2}\rho L^2 d$  により無次元化された値である．各船の平水中直進時の抵抗係数は，著者等が実施した水槽試験結果に基づいて  $R_{c1}=0.615\text{kg/m}$ ， $R_{c2}=0.403\text{kg/m}$  と決定した．これらは，(2.17)(2.28) 式に示すように，各船の速度の二乗に対する比例定数であるため，その単位は  $\text{kg/m}$  となる．また，各船の波浪中運動による抵抗増加成分  $R_{w1}, R_{w2}$  については，Figs.3.5,3.6 に示す各船の波浪中単独航走試験結果に基づき決定した．

POD 推進器のプロペラ推力に関する諸係数及び曳航索模型に関する各種流体力係数については，文献 [15][23] の値を参考として，Table 3.2 のように決定した．なお，索に作用する流体の密度  $\rho$  については，索が空気中にある場合と水面下に没した場合とで区別して値を与えている．また，プロペラ回転数  $n_P$  の値は，平均曳航速度が  $0.800\text{m/s}$  となるよう， $\lambda/L_2$  の変化に応じて適宜調整して与えている．

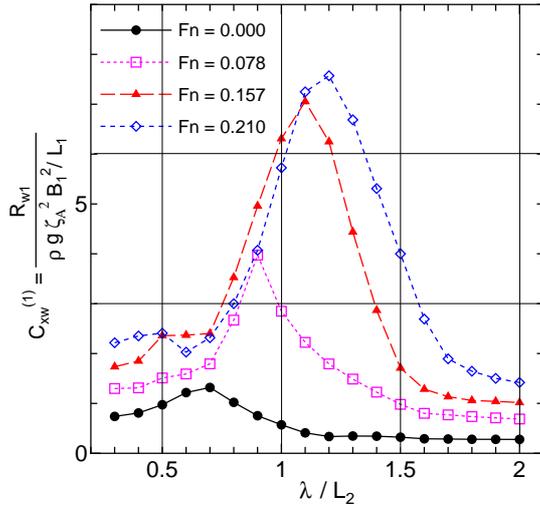


Fig. 3.5: Coefficients of added resistance in waves for tow ship (Podded ship)

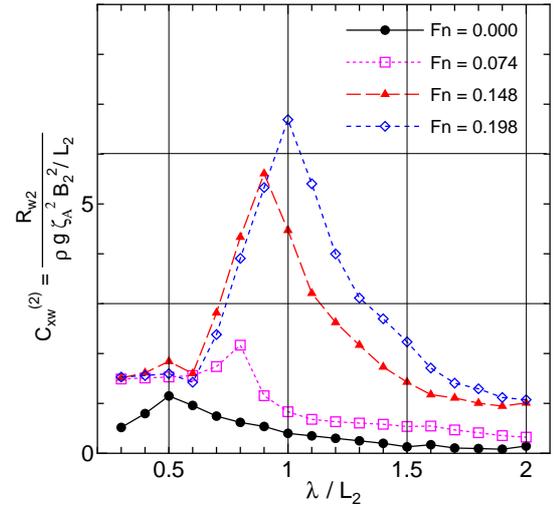


Fig. 3.6: Coefficients of added resistance in waves for towed ship (SR108)

Table 3.2: Coefficients used in the calculations

Podded propeller		Towline (lumped masses)	
symbol	value	symbol	value
$J_0$	0.309	$C_{D_i}$	1.00
$J_1$	-0.315	$C_{F_i}$	0.01
$J_2$	-0.217	$k_{F_i}$	1.00
$t_P$	0.100	$\rho$ (air)	0.12 kg/m <sup>3</sup>
$w_{P0}$	0.150	$\rho$ (water)	101.97 kg/m <sup>3</sup>

ここで、索分割数  $N$  が計算結果に及ぼす影響について把握しておく。索分割数を  $N = 30, 40, 50$  と変更し、水槽試験と同じ条件下にて数値計算を行った。一例として、波長船長比が  $\lambda/L_2=1.2$  の場合の曳船の pitch に関する時刻歴計算結果を Fig.3.7 に示す。各索分割数における計算結果は、運動の振幅・位相ともに、ほぼ一致していることがわかる。また、この傾向は他の波長船長比の場合についても同様に現れるため、以後の計算では計算時間を考慮し、索分割数を  $N=40$  として取り扱うこととした。

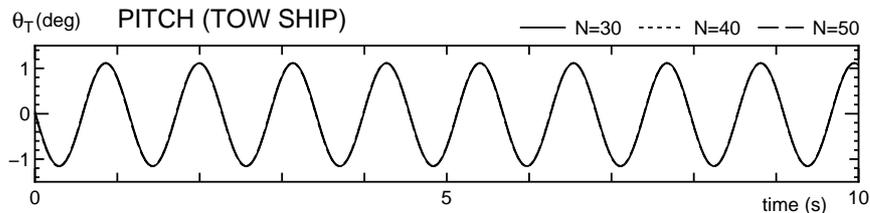


Fig. 3.7: Influence of division number of towline on the calculation ( $\lambda/L_2=1.2$ )

### 3.2.2 時刻歴での船体運動比較

波長船長比  $\lambda/L_2=0.5\sim 2.0$  の範囲における波浪中曳航時のシミュレーション計算結果と水槽試験結果との比較を行う．一例として，Fig.3.8 に， $\lambda/L_2=1.0$  の場合の曳船・被曳船の surge, heave, pitch 及び曳船側曳航点における索張力に関する時刻歴結果を示す．横軸は時間を，縦軸はそれぞれの計測結果の有次元値を示している．被曳船の surge 及び heave 運動については (2.34) 式における  $X_{N+2}$  及び  $Z_{N+2}$  から，索張力については (2.22)(2.23) 式を用いて， $T_{total}=\sqrt{T_X^2+T_Z^2}$  として求めている．なお，比較対象とした水槽試験結果は，曳船の POD 推進器のプロペラを回転させていない状態のものである．

曳船の surge 運動については，計算結果の振幅が水槽試験結果のそれよりも大きく，運動の位相についてもやや差があるようである．曳船の heave 運動については，振幅にやや差があるものの，計算結果は水槽試験結果をおおよそ捉えていると言える．また，曳船の pitch 運動に関する計算結果は，その運動の振幅・位相ともに水槽試験結果と良好な一致を示した．一方，被曳船の surge 運動については，水槽試験結果に周期の長い前後揺れの成分が含まれているため比較が難しいが，計算結果の振幅は水槽試験結果と同程度の大きさとなっているようである．被曳船の surge の計測結果に周期の長い前後揺れの成分が含まれる理由は，実験開始時の被曳船の初期位置とその波浪条件における定常曳航時の被曳船の平衡位置との間に差があったことによるものと考えられる．この周期の長い前後揺れは，曳航状態を継続すればいずれ減衰するものであるが，曳航水槽の長手方向の距離には限界があるため，本試験ではその成分を含んだ状態で計測を行わざるを得なかった．また，被曳船の heave 及び pitch 運動については，その運動の位相にはやや差があるものの，計算結果は水槽試験結果をおおよそ捉えているようである．最後に，曳船側曳航点における索張力の計算結果については，その平均値，振幅ともに水槽試験結果よりもやや過大となっているが，その傾向を再現できていることがわかる．計算結果の平均張力が過大となった理由は，被曳船の波浪中抵抗増加成分  $R_{w2}$  を波浪中単独航走試験結果を用いて見積もっていることにあると考えられる．後に示すが，曳航時の被曳船の運動は，単独航走時のそれよりも小さくなることがわかっている．よって，波浪中曳航時の被曳船の抵抗増加については，その影響を考慮して見積もる必要があると言える．

以上が  $\lambda/L_2=1.0$  の場合における比較結果である．他の波長船長比の場合については，3.2.4 節にて各船の船体運動に関する周波数応答の比較結果を示すことで検討を行うこととする．

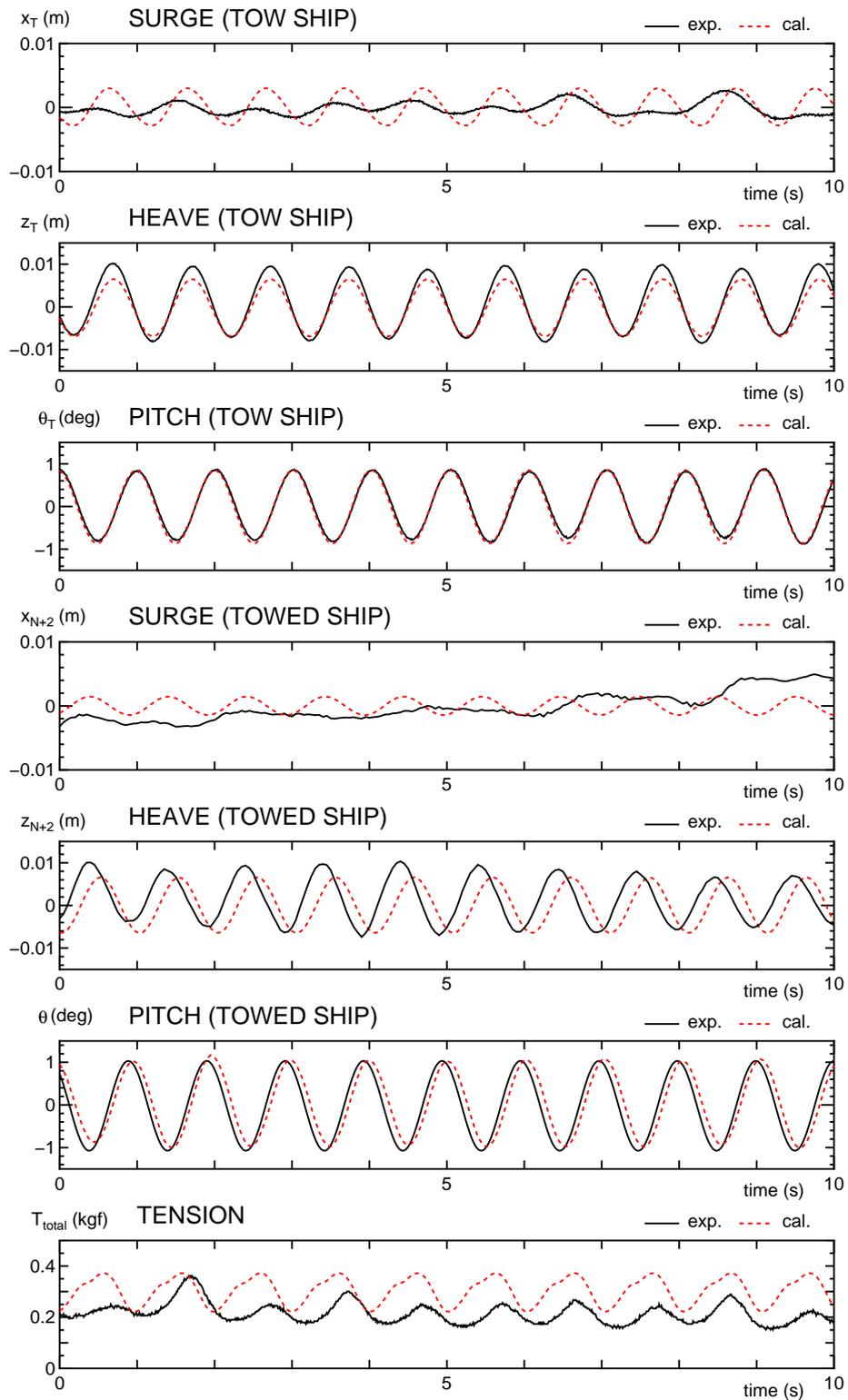


Fig. 3.8: Comparison of time histories of motions and tension ( $\lambda/L_2=1.0$ )

### 3.2.3 時刻歴での索張力比較

Fig.3.8 に示した通り， $\lambda/L_2=1.0$  の場合の索張力はおおよそ周期的に変動していたが，曳航条件によっては索張力に瞬間的な衝撃力が発生する場合がある．この現象は，曳航開始時の加速中や外乱によって被曳船が定常曳航時の平衡位置からずれた場合に発生することが知られている．Fig.3.9 に， $\lambda/L_2=0.6, 1.4, 2.0$  の場合の索張力に関する時刻歴結果を示す．水槽試験結果については，曳船の POD 推進器のプロペラを回転させない場合及びプロペラをその曳航速度における ship point で回転させた場合の 2 通りを示し，計算結果と比較した．

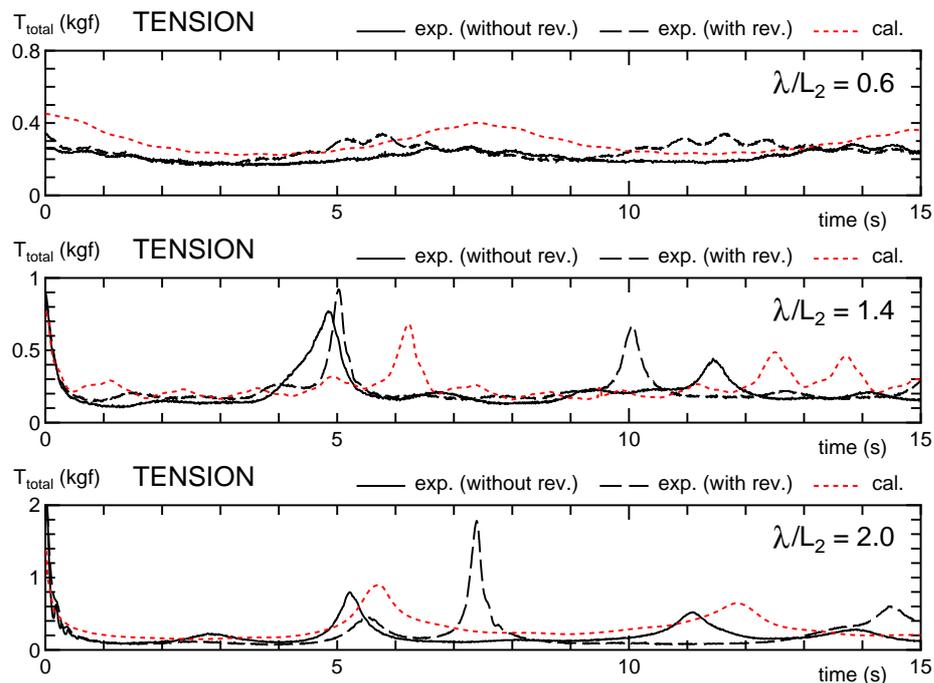


Fig. 3.9: Comparison of time histories of tensions

各結果において，最初の衝撃力が発生した瞬間の時間を 0(s) として，その後 15 秒間の索張力の挙動を示した．計算結果は，プロペラを回転させない場合の水槽試験結果に近い傾向を示したが， $\lambda/L_2=1.0$  の場合と同様，その絶対値はやや過大に計算されていることがわかる．一方，2つの水槽試験結果を比較すると，衝撃力のピークは，どの波長船長比においても，プロペラを回転させた場合の方がプロペラを回転させない場合よりも大きくなるようである．これは，曳船が放出するプロペラ後流が被曳船の後方への，つまりは曳航索が張る方向への運動を加速していることが原因であると考えられる．また， $\lambda/L_2=0.6$  の場合の結果に着目すると，索張力の平均値は，プロペラを回転させた場合の方が大きくなるのがわかる．よって，曳船のプロペラ後流は曳航索を張る方向に作用し，それにより曳航索による拘束も大きくなると思われる．

### 3.2.4 周波数応答での船体運動比較

波長船長比  $\lambda/L_2=0.5\sim 2.0$  の場合における時刻歴計算結果から，曳船・被曳船の船体運動振幅について求め，それらの結果を水槽試験結果と比較した．Fig.3.10 にその結果を示す．本理論計算法による計算結果，曳船の POD 推進器のプロペラを回転させない場合及びプロペラをその曳航速度における ship point で回転させた場合の水槽試験結果に加え，曳航索による拘束の影響を把握するため，各船の波浪中単独航走時の水槽試験結果及び同条件におけるストリップ法 (NSM) による計算結果についても併せて示している．surge 及び heave 運動振幅については波振幅  $\zeta_A$  により，pitch 運動振幅については波傾斜  $k\zeta_A$  により無次元化を行っている． $k$  は波数を意味する．

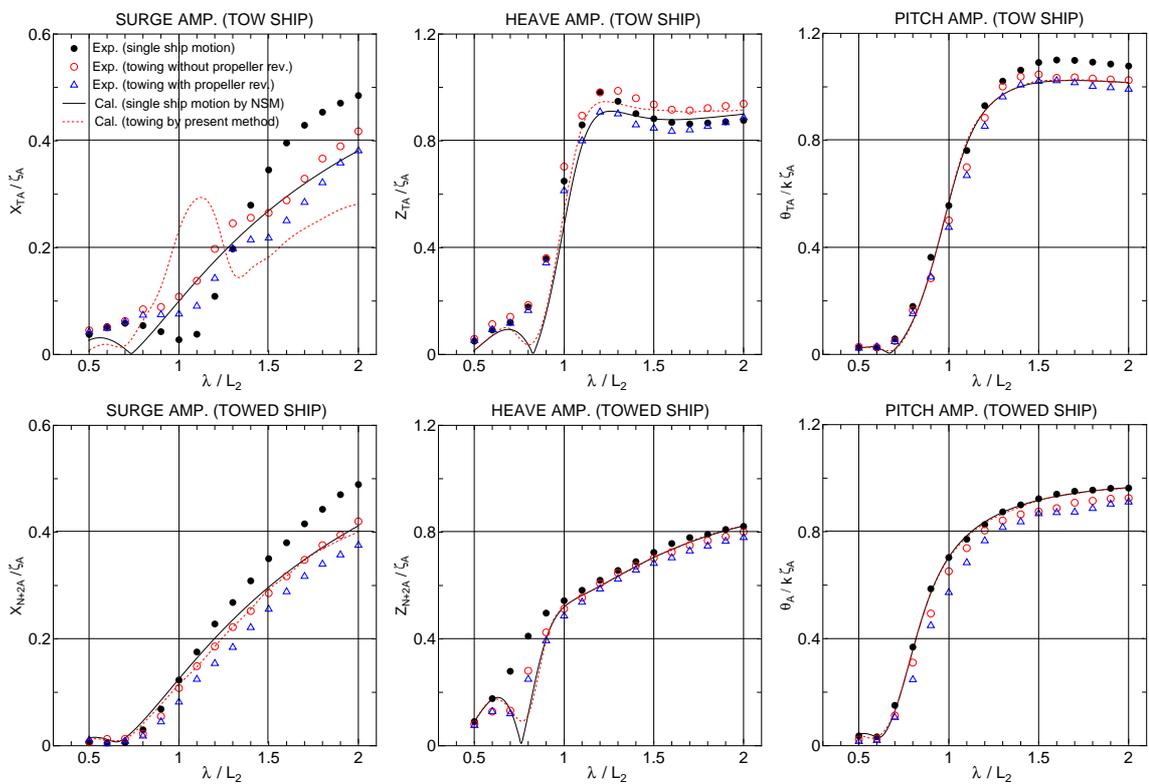


Fig. 3.10: Comparison of motion amplitudes of tow and towed ships in regular waves

曳船の surge 運動振幅に関する本理論計算結果は，単独時の運動を計算したストリップ法による結果とは大きく傾向が異なっていることがわかる．これは，主に被曳船の surge 運動に起因する索張力の変動成分が曳船の surge 運動を増幅もしくは減衰させる方向に作用したことが原因であると考えられる．入射波の波長によって曳船と被曳船の surge 運動の位相差は変化するため，ある波長では被曳船の surge 運動が曳航索を介して曳船の surge 運動を増幅し，また別の波長では逆の現象が起こる．この傾向は水槽試験結果にも現れているが，増幅もしくは減衰の度合いは，計算結果のそれよりも

小さいようである。この理由は、本計算法が surge の運動方程式を他の運動モードと相互干渉の無い単独モードの運動として取り扱っていることに加え、surge 運動によって生じる造波減衰力を考慮していないこと、surge 方向の波強制力をフルード・クリロフ成分のみで計算していること等、簡易な取り扱いを採用していることにあると考えられる。よって、surge 運動に関する取り扱いをより厳密なものへと改良することで、その精度を向上させることができると考えられるが、本計算法による取り扱いのままでも、曳航時の運動傾向を定性的に捉えることはできているものと思われる。続いて、曳船の heave 運動振幅に関する本理論計算結果は、 $\lambda/L_2=1.0$  以上の領域において、ストリップ法による結果よりも大きくなっていることがわかる。この傾向はプロペラを回転させない場合の水槽試験結果と一致している。また、曳船の pitch 運動振幅については、本理論計算法とストリップ法による計算結果にほとんど差異は見られなかった。しかし、水槽試験結果においては、曳航時の pitch 運動振幅の結果は単独航走時の結果よりも小さくなる傾向が見られた。これは、曳航索による拘束により曳船の pitch 運動が抑制されたことが原因であると考えられるが、本計算法ではその影響を十分には考慮できていないようである。本計算法は、曳航索をピン結合によるトラス要素の集合体として表現しているため、曳航索に作用する曲げモーメントの影響は考慮できない。よって、このことが、曳航索による拘束の影響を小さく見積もった原因であると考えられる。

一方、被曳船の surge, heave, pitch 運動振幅に関する本理論計算結果は、それぞれに関する単独航走時に対するストリップ法による結果とほとんど差異が見られなかったが、水槽試験結果においては、曳航時の運動振幅は単独航走時のそれよりも小さくなる傾向が見られた。この現象は以下の2つの理由によって生じたものと考えられる。1つは、曳船の pitch 運動振幅と同様、曳航索による拘束の影響である。そしてもう1つは、向波の振幅が曳船を通過する際に波の散乱によって減衰し、被曳船に作用する波浪強制力が単独航走時のそれよりも減少したという可能性である。後者は、いわば2船間の流体力学的干渉(上流側から下流側への影響)であり、本理論計算法が考慮していないものである。よって、この点については今後も慎重な検討が必要であると言える。しかしながら、2船間の流体力学的干渉による影響は、各船の運動傾向を変化させるほど大きくはないようである。また、本水槽試験における結果は、曳航索長が  $1.0L_2$  と通常実務で採用される曳航索長 ( $2.0L_2 \sim 4.0L_2$ ) よりも短い状態で得られたものであるため、その影響が相対的に大きく現れたものと予想される。ゆえに、曳航索長が長い場合(実務に近い状態)を取り扱う範囲においては、2船間の流体力学的干渉による影響を考慮せずとも、実用上は問題がないと思われる。

最後に、プロペラ後流の影響については、曳船・被曳船の全ての縦運動に関して、その運動振幅を減衰させる方向に働くということがわかった。これは、曳船のプロペラ後流が、曳航索を張る方向に作用し、曳航索による拘束の影響が大きくなることが原因であると考えられる。しかし、プロペラ後流の影響は、2船間の流体力学的干渉

による影響と同様、それほど大きくはなく、各船の運動傾向を変化させるほどのものではない。よって、曳航索長が長い場合(実務に近い状態)には、当然プロペラ後流が曳航索の拘束力に与える影響も小さくなることが予想され、その流れの影響を考慮せずとも、各船の波浪中曳航時の運動を推定する上では実用上問題がないものと思われる。ただし、港近くで出入港作業に従事している大型船とタグボートのような曳航索長が極めて短い場合については、このプロペラ後流の影響を十分に考慮する必要があるであろう。

以上の比較から、改善の余地はあるものの、本計算法は、波浪中曳航時の曳船・被曳船の運動及び索張力の挙動を実用上の精度を持って推定できることがわかった。

### 3.3 曳船・被曳船の運動連成に関する考察

前節において、本理論計算法が実用上の精度を持っていることを示した。そこで、本節では、同計算法を簡略化することで、各船の運動に影響を与える主たる要素について検討を行っていく。

簡略化の手順として、まず、同計算法を線形化することを考える。各船の運動方程式は基本的に微小振幅波を仮定した線形理論で立てられているが、各船の前後方向に作用する平水中抵抗及び波浪中抵抗増加に関する項ならびに索張力に関する項は非線形となっている。さらに、曳航索の運動方程式も非線形なものとなっているため、それらを線形化することにより、各船の運動特性の把握という面で見通しの良い式を誘導する。続いて、さらなる簡略化を行うため、ランプドマス法で表現している曳航索を、単なる1本のトラス要素として置き換えることを考える。また、曳航索の傾斜角が非常に小さいという近似も加えることとする。これらの結果、各船の運動が互いに及ぼす力学的影響が明らかとなり、正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察することが可能となる。

#### 3.3.1 線形化における仮定

曳船・索・被曳船の運動に関して解くべき未知数は、曳船の運動に関する項( $X_T, Z_T, \theta_T$ )ならびに $\theta_i$  ( $i = 1, \dots, N + 2$ ) 及び $T_S$  の計  $N + 6$  個である。これら未知数は、定常曳航運動に伴う定常成分と波浪動揺に伴う非定常成分の和から成るものとして取り扱うこととする。ただし、曳船の前後方向に関する平均速度 $u_T$  は既知( $= u_0$ ) とし、定常曳航状態における索・被曳船の前後方向平均速度も同一の値とする。運動方程式の分離・線形化に関する具体的な手法を以下に示す。

- $X_T = X_{0T} + \Delta X_T$ ,  $Z_T = Z_{0T} + \Delta Z_T$ ,  $\theta_T = \theta_{0T} + \Delta\theta_T$ ,  $\theta_i = \theta_{0i} + \Delta\theta_i$ ,  $T_S = T_{S0} + \Delta T_S$  を解くべき運動方程式に代入する．ただし,  $\dot{X}_{0T} = u_0$  である．
- 非定常成分  $\Delta X_T$ ,  $\Delta Z_T$ ,  $\Delta\theta_T$ ,  $\Delta\theta_i$ ,  $\Delta T_S$  は微小な変動項と仮定し, 係る項を線形化する．
- 運動方程式から定常成分  $Z_{0T}$ ,  $\theta_{0T}$ ,  $\theta_{0i}$ ,  $T_{S0}$  に関する項を抽出,  $N + 5$  個の釣り合い方程式を得る (平均速度が  $u_T = u_0$  として与えられるため, 曳船の surge に関する運動方程式は省略される)．
- 定常成分を除いた運動方程式より, 非定常成分  $\Delta X_T$ ,  $\Delta Z_T$ ,  $\Delta\theta_T$ ,  $\Delta\theta_i$ ,  $\Delta T_S$  に関する  $N + 6$  個の線形化された運動方程式を得る．

また, 非定常成分  $\Delta X_T$ ,  $\Delta Z_T$ ,  $\Delta\theta_T$ ,  $\Delta\theta_i$ ,  $\Delta T_S$  に係る項の線形化に際し, 以下の仮定を設けた．

- $\sin \Delta\theta_T, \sin \Delta\theta_i \cong \Delta\theta_T, \Delta\theta_i$  及び  $\cos \Delta\theta_T, \cos \Delta\theta_i \cong 1$  として取り扱う．
- 微量の二乗以上の項は無視する．

### 3.3.2 運動方程式の線形化

曳船に関する運動方程式 (2.24)(2.25)(2.26) 式に外力項を示す (2.22)(2.23)(2.27)(2.28) 式を代入し, 先の仮定に基づいて分離・線形化を行う．式を展開し, 定常項・非定常項に分離すると次式が得られる．

定常項 (曳船の運動方程式) :

$$-C_{33}^{(1)} Z_{0T} - C_{35}^{(1)} \theta_{0T} + T_{S0} \sin \theta_{0N+1} - \sum_{i=1}^N \left\{ \rho S_i C_{2i} u_0 + g(m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \right\} = 0 \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} & -C_{53}^{(1)} Z_{0T} - C_{55}^{(1)} \theta_{0T} - T_{S0} \ell_T \sin(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{0N+1}) \\ & - \sum_{i=1}^N \left[ \left\{ \rho S_i C_{2i} u_0 + g(m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \right\} \ell_{TC} + \rho S_i C_{1i} u_0 \ell_{TS} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

(平均速度  $u_T = u_0$  として与えられているので surge に関する式は省略)

非定常項 (曳船の運動方程式) :

$$\begin{aligned}
 & (m_1 + A_{11}^{(1)})\Delta\ddot{X}_T - T_{S0} \sin \theta_{0N+1} \Delta\theta_{N+1} + \cos \theta_{0N+1} \Delta T_S \\
 & + \sum_{i=1}^N \left( m_{s0i} \Delta\ddot{X}_i + \rho S_i C_{1i} \Delta\dot{X}_i + \rho S_i C_{2i} \Delta\dot{Z}_i \right. \\
 & \quad \left. + 2m_{\ell i} k_{F_i} u_0 \sin \theta_{0i} \cos \theta_{0i} \Delta\dot{\theta}_i + 2\rho S_i C_{2i} u_0 \Delta\theta_i \right) \\
 = & E_1^{(1)} \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (m_1 + A_{33}^{(1)})\Delta\ddot{Z}_T + A_{35}^{(1)} \Delta\ddot{\theta}_T + B_{33}^{(1)} \Delta\dot{Z}_T + B_{35}^{(1)} \Delta\dot{\theta}_T + C_{33}^{(1)} \Delta Z_T + C_{35}^{(1)} \Delta\theta_T \\
 & - T_{S0} \cos \theta_{0N+1} \Delta\theta_{N+1} - \sin \theta_{0N+1} \Delta T_S \\
 & + \sum_{i=1}^N \left( m_{c0i} \Delta\ddot{Z}_i + \rho S_i C_{2i} \Delta\dot{X}_i + \rho S_i C_{3i} \Delta\dot{Z}_i + \rho S_i C_{4i} u_0 \Delta\theta_i \right) \\
 = & E_3^{(1)} \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A_{53}^{(1)} \Delta\ddot{Z}_T + (I_{yy1} + A_{55}^{(1)})\Delta\ddot{\theta}_T + B_{53}^{(1)} \Delta\dot{Z}_T + B_{55}^{(1)} \Delta\dot{\theta}_T \\
 & + C_{53}^{(1)} \Delta Z_T + \{C_{55}^{(1)} + T_{S0} \ell_T \cos(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{0N+1})\} \Delta\theta_T \\
 & - T_{S0} \ell_T \cos(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{0N+1}) \Delta\theta_{N+1} + \ell_T \sin(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{0N+1}) \Delta T_S \\
 & + \sum_{i=1}^N \left\{ m_{s0i} \Delta\ddot{X}_i \ell_{TS} + m_{c0i} \Delta\ddot{Z}_i \ell_{TC} \right. \\
 & \quad + \rho S_i (C_{1i} \Delta\dot{X}_i \ell_{TS} + C_{2i} \Delta\dot{Z}_i \ell_{TS} + 2C_{2i} u_0 \ell_{TS} \Delta\theta_i + C_{1i} u_0 \ell_{TC} \Delta\theta_T) \\
 & \quad + \rho S_i (C_{2i} \Delta\dot{X}_i \ell_{TC} + C_{3i} \Delta\dot{Z}_i \ell_{TC} + C_{4i} u_0 \ell_{TC} \Delta\theta_i - C_{2i} u_0 \ell_{TS} \Delta\theta_T) \\
 & \quad \left. + 2m_{\ell i} k_{F_i} u_0 \sin \theta_{0i} \cos \theta_{0i} \ell_{TS} \Delta\dot{\theta}_i - g(m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \ell_{TS} \Delta\theta_T \right\} \\
 = & E_5^{(1)} \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 m_{s0i} &= m_{\ell i} (1 + k_{F_i} \sin^2 \theta_{0i}) \quad , \quad m_{c0i} = m_{\ell i} (1 + k_{F_i} \cos^2 \theta_{0i}) \\
 \ell_{TS} &= \ell_T \sin(\theta_{0T} - \gamma_1) \quad , \quad \ell_{TC} = \ell_T \cos(\theta_{0T} - \gamma_1) \\
 C_{1i} &= C_{D_i} \sin^2 \theta_{0i} + C_{F_i} \cos^2 \theta_{0i} \quad , \quad C_{2i} = (C_{D_i} - C_{F_i}) \sin \theta_{0i} \cos \theta_{0i} \\
 C_{3i} &= C_{D_i} \cos^2 \theta_{0i} + C_{F_i} \sin^2 \theta_{0i} \quad , \quad C_{4i} = (C_{D_i} - C_{F_i}) (\cos^2 \theta_{0i} - \sin^2 \theta_{0i})
 \end{aligned}$$

である .

同様に，索に関する運動方程式 (2.11) 式に (2.10) 式を代入し，先の仮定に基づいて分離・線形化を行う．式を展開し，定常項・非定常項に分離すると次式が得られる．

定常項 (索の運動方程式) :

$$\begin{aligned}
 & -u_0^2 m_{\ell k} k_{F_k} \sin \theta_{0k} \cos \theta_{0k} - g \ell_k \cos \theta_{0k} \sum_{i=k}^N (m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \\
 & + \ell_k \sin \theta_{0k} \sum_{i=k}^N \rho S_i C_{1i} u_0 + \ell_k \cos \theta_{0k} \sum_{i=k}^N \rho S_i C_{2i} u_0 + T_{S0} \ell_k \sin (\theta_{0k} - \theta_{0N+1}) \\
 = & 0 \qquad \qquad \qquad \text{for } (k = 1 \cdots N) \qquad \qquad (3.6)
 \end{aligned}$$

非定常項 (索の運動方程式) :

$$\begin{aligned}
 & \ell_k \sin \theta_{0k} \sum_{i=k}^N m_{s0i} \Delta \ddot{X}_i + \ell_k \cos \theta_{0k} \sum_{i=k}^N m_{c0i} \Delta \ddot{Z}_i \\
 & + 2u_0 \ell_k \sin \theta_{0k} \sum_{i=k}^N m_{\ell i} k_{F_i} \sin \theta_{0i} \cos \theta_{0i} \Delta \dot{\theta}_i - 2u_0 m_{\ell k} k_{F_k} \sin \theta_{0k} \cos \theta_{0k} \Delta \dot{X}_i \\
 & - u_0^2 m_{\ell k} k_{F_k} (\cos^2 \theta_{0k} - \sin^2 \theta_{0k}) \Delta \theta_k + g \ell_k \sin \theta_{0k} \left\{ \sum_{i=k}^N (m_{\ell i} - \rho \nabla_i) \right\} \Delta \theta_k \\
 & + \ell_k \sin \theta_{0k} \sum_{i=k}^N \rho S_i \left( C_{1i} \Delta \dot{X}_i + C_{2i} \Delta \dot{Z}_i + 2C_{2i} u_0 \Delta \theta_i \right) \\
 & + \ell_k \cos \theta_{0k} \sum_{i=k}^N \rho S_i \left( C_{2i} \Delta \dot{X}_i + C_{3i} \Delta \dot{Z}_i + C_{4i} u_0 \Delta \theta_i \right) \\
 & + \ell_k \cos \theta_{0k} \left( \sum_{i=k}^N \rho S_i C_{1i} u_0 \right) \Delta \theta_k - \ell_k \sin \theta_{0k} \left( \sum_{i=k}^N \rho S_i C_{2i} u_0 \right) \Delta \theta_k \\
 & + T_{S0} \ell_k \cos (\theta_{0k} - \theta_{0N+1}) (\Delta \theta_k - \Delta \theta_{N+1}) + \ell_k \sin (\theta_{0k} - \theta_{0N+1}) \Delta T_S \\
 = & 0 \qquad \qquad \qquad \text{for } (k = 1 \cdots N) \qquad \qquad (3.7)
 \end{aligned}$$

最後に、被曳船に関する運動方程式 (2.12)(2.13)(2.14) 式に (2.15) 式及び (2.16)(2.17) 式を代入し、先の仮定に基づいて分離・線形化を行う。式を展開し、定常項・非定常項に分離すると次式が得られる。

定常項 (被曳船の運動方程式) :

$$-R_{c2}u_0^2 - R_{w2} + T_{S0} \cos \theta_{0N+1} = 0 \quad (3.8)$$

$$C_{33}^{(2)} Z_{0N+2} + C_{35}^{(2)} (\theta_{0N+2} - \gamma_2) + T_{S0} \sin \theta_{0N+1} = 0 \quad (3.9)$$

$$C_{53}^{(2)} Z_{0N+2} + C_{55}^{(2)} (\theta_{0N+2} - \gamma_2) - T_{S0} \ell_{N+2} \sin (\theta_{0N+1} - \theta_{0N+2}) = 0 \quad (3.10)$$

非定常項 (被曳船の運動方程式) :

$$\begin{aligned} & (m_2 + A_{11}^{(2)}) \Delta \ddot{X}_{N+2} + T_{S0} \sin \theta_{0N+1} \Delta \theta_{N+1} - \cos \theta_{0N+1} \Delta T_S \\ = & E_1^{(2)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} & (m_2 + A_{33}^{(2)}) \Delta \ddot{Z}_{N+2} + A_{35}^{(2)} \Delta \ddot{\theta}_{N+2} + B_{33}^{(2)} \Delta \dot{Z}_{N+2} + B_{35}^{(2)} \Delta \dot{\theta}_{N+2} \\ & + C_{33}^{(2)} \Delta Z_{N+2} + C_{35}^{(2)} \Delta \theta_{N+2} + T_{S0} \cos \theta_{0N+1} \Delta \theta_{N+1} + \sin \theta_{0N+1} \Delta T_S \\ = & E_3^{(2)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} & A_{53}^{(2)} \Delta \ddot{Z}_{N+2} + (I_{yy2} + A_{55}^{(2)}) \Delta \ddot{\theta}_{N+2} + B_{53}^{(2)} \Delta \dot{Z}_{N+2} + B_{55}^{(2)} \Delta \dot{\theta}_{N+2} \\ & + C_{53}^{(2)} \Delta Z_{N+2} + \{C_{55}^{(2)} + T_{S0} \ell_{N+2} \cos (\theta_{0N+1} - \theta_{0N+2})\} \Delta \theta_{N+2} \\ & - T_{S0} \ell_{N+2} \cos (\theta_{0N+1} - \theta_{0N+2}) \Delta \theta_{N+1} - \ell_{N+2} \sin (\theta_{0N+1} - \theta_{0N+2}) \Delta T_S \\ = & E_5^{(2)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{X}_i &= \Delta \ddot{X}_T + \ell_{TS} \Delta \ddot{\theta}_T + \sum_{j=1}^i \ell_j \sin \theta_{0j} \Delta \ddot{\theta}_j, & \Delta \dot{X}_i &= \Delta \dot{X}_T + \ell_{TS} \Delta \dot{\theta}_T + \sum_{j=1}^i \ell_j \sin \theta_{0j} \Delta \dot{\theta}_j \\ \Delta \ddot{Z}_i &= \Delta \ddot{Z}_T + \ell_{TC} \Delta \ddot{\theta}_T + \sum_{j=1}^i \ell_j \cos \theta_{0j} \Delta \ddot{\theta}_j, & \Delta \dot{Z}_i &= \Delta \dot{Z}_T + \ell_{TC} \Delta \dot{\theta}_T + \sum_{j=1}^i \ell_j \cos \theta_{0j} \Delta \dot{\theta}_j \\ \Delta Z_i &= \Delta Z_T + \ell_{TC} \Delta \theta_T + \sum_{j=1}^i \ell_j \cos \theta_{0j} \Delta \theta_j & \text{for } (i = 1 \cdots N+2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

である。

### 3.3.3 線形化された運動方程式の簡略化

線形化された運動方程式をさらに簡略化することで、各船の運動が互いに及ぼす力学的影響について検討する。まず、これまでランプドマス法で表現していた索を、単なる一本のトラス要素として取り扱うこととする。これにより、索 ( $N$  個の集中マス) の運動を考える必要がなくなるため、取り扱う運動方程式が非常にわかりやすい形となる。索分割数を  $N=0$  としたときの曳船に関する線形化された運動方程式は、以下の様に表される。

定常項 (曳船の運動方程式) :

$$-C_{33}^{(1)} Z_{0T} - C_{35}^{(1)} \theta_{0T} + T_{S0} \sin \theta_{01} = 0 \quad (3.15)$$

$$-C_{53}^{(1)} Z_{0T} - C_{55}^{(1)} \theta_{0T} - T_{S0} \ell_T \sin(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{01}) = 0 \quad (3.16)$$

非定常項 (曳船の運動方程式) :

$$\begin{aligned} (m_1 + A_{11}^{(1)}) \Delta \ddot{X}_T \\ = E_1^{(1)} + T_{S0} \sin \theta_{01} \Delta \theta_1 - \cos \theta_{01} \Delta T_S \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} (m_1 + A_{33}^{(1)}) \Delta \ddot{Z}_T + A_{35}^{(1)} \Delta \ddot{\theta}_T + B_{33}^{(1)} \Delta \dot{Z}_T + B_{35}^{(1)} \Delta \dot{\theta}_T + C_{33}^{(1)} \Delta Z_T + C_{35}^{(1)} \Delta \theta_T \\ = E_3^{(1)} + T_{S0} \cos \theta_{01} \Delta \theta_1 + \sin \theta_{01} \Delta T_S \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} A_{53}^{(1)} \Delta \dot{Z}_T + (I_{yy1} + A_{55}^{(1)}) \Delta \ddot{\theta}_T + B_{53}^{(1)} \Delta \dot{Z}_T + B_{55}^{(1)} \Delta \dot{\theta}_T \\ + C_{53}^{(1)} \Delta Z_T + \{C_{55}^{(1)} + T_{S0} \ell_T \cos(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{01})\} \Delta \theta_T \\ = E_5^{(1)} + T_{S0} \ell_T \cos(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{01}) \Delta \theta_1 - \ell_T \sin(\theta_{0T} - \gamma_1 - \theta_{01}) \Delta T_S \end{aligned} \quad (3.19)$$

定常項は、索張力に対する曳船の姿勢変化に関する式となっていることがわかる。一方、非定常項は、微小振幅波を仮定した線形理論による式と似た形となっているが、自船に作用する波強制力に加え、索の傾斜角の非定常成分による強制力、ならびに索張力の非定常成分による強制力が作用している形となっている。また、pitch の運動方程式において、pitch 変位に対する復原力係数に、索張力の定常項を要素として含む項が付加されていることがわかる。

同様に,  $N=0$  としたときの被曳船に関する線形化された運動方程式は, 以下の様に表される.

定常項 (被曳船の運動方程式):

$$-R_{c2}u_0^2 - R_{w2} + T_{S0} \cos \theta_{01} = 0 \quad (3.20)$$

$$C_{33}^{(2)} Z_{02} + C_{35}^{(2)} (\theta_{02} - \gamma_2) + T_{S0} \sin \theta_{01} = 0 \quad (3.21)$$

$$C_{53}^{(2)} Z_{02} + C_{55}^{(2)} (\theta_{02} - \gamma_2) - T_{S0} \ell_2 \sin (\theta_{01} - \theta_{02}) = 0 \quad (3.22)$$

非定常項 (被曳船の運動方程式):

$$\begin{aligned} & (m_2 + A_{11}^{(2)}) \Delta \ddot{X}_2 \\ & = E_1^{(2)} - T_{S0} \sin \theta_{01} \Delta \theta_1 + \cos \theta_{01} \Delta T_S \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} & (m_2 + A_{33}^{(2)}) \Delta \ddot{Z}_2 + A_{35}^{(2)} \Delta \ddot{\theta}_2 + B_{33}^{(2)} \Delta \dot{Z}_2 + B_{35}^{(2)} \Delta \dot{\theta}_2 + C_{33}^{(2)} \Delta Z_2 + C_{35}^{(2)} \Delta \theta_2 \\ & = E_3^{(2)} - T_{S0} \cos \theta_{01} \Delta \theta_1 - \sin \theta_{01} \Delta T_S \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} & A_{53}^{(2)} \Delta \dot{Z}_2 + (I_{yy2} + A_{55}^{(2)}) \Delta \ddot{\theta}_2 + B_{53}^{(2)} \Delta \dot{Z}_2 + B_{55}^{(2)} \Delta \dot{\theta}_2 \\ & + C_{53}^{(2)} \Delta Z_2 + \{C_{55}^{(2)} + T_{S0} \ell_2 \cos (\theta_{01} - \theta_{02})\} \Delta \theta_2 \\ & = E_5^{(2)} + T_{S0} \ell_2 \cos (\theta_{01} - \theta_{02}) \Delta \theta_1 + \ell_2 \sin (\theta_{01} - \theta_{02}) \Delta T_S \end{aligned} \quad (3.25)$$

定常項は, 被曳船の前後方向に作用する外力に関する釣り合い方程式ならびに索張力に対する被曳船の姿勢変化に関する式となっている. 非定常項は, 曳船の場合と同様, 微小振幅波を仮定した線形理論による式に, 索の傾斜角の非定常成分による強制力, ならびに索張力の非定常成分による強制力が作用している形となっていることがわかる. また, pitch の運動方程式についても同様に, pitch 変位に対する復原力係数に, 索張力の定常項を要素として含む項が付加されている.

ここで, 上記の諸式をさらに簡略化するため, 曳航索は静水面に対して平行に張るものと仮定する. そのとき, 曳船・被曳船の定常的な姿勢変化は非常に小さいとみなすことができるので,  $Z_{0T} = \theta_{0T} = \theta_{01} = 0$  及び  $\theta_{02} = \gamma_2$  も同時に成り立つものとする. さらに, 各船の曳航点高さを示す角度  $\gamma_1, \gamma_2$  は微小であると仮定する. 以上の仮定に基づき, 被曳船の surge に関する運動方程式である (3.20)(3.23) 式を整理すると, 索張力の定常成分  $T_{S0}$  ならびに非定常成分  $\Delta T_S$  は次のような形として得られる.

$$T_{S0} = R_{c2}u_0^2 + R_{w2} \quad (3.26)$$

$$\Delta T_S = (m_2 + A_{11}^{(2)}) \Delta \ddot{X}_2 - E_1^{(2)} \quad (3.27)$$

索張力の定常成分は、被曳船の平水中抵抗及び波浪中抵抗増加の和で表され、その符号は常に正となる。一方、非定常成分は、被曳船の surge 運動に関する慣性項と被曳船に作用する波強制力の差で表されることがわかる。加えて、(3.14) 式において  $i=2$  と置き、 $\Delta\theta_1$  について整理すると、索の傾斜角の非定常成分は次のように表現される。

$$\Delta\theta_1 = -(\Delta Z_T + \ell_T \Delta\theta_T - \Delta Z_2 + \ell_2 \Delta\theta_2) / \ell_1 \quad (3.28)$$

索の傾斜角の非定常成分  $\Delta\theta_1$  は、曳船・被曳船それぞれの heave 運動及び pitch 運動を要素として含み、かつ、索長に反比例することがわかる。

(3.27)(3.28) 式を (3.17)(3.18)(3.19) 式に代入し、曳船に関する運動方程式の非定常項を改めて示すと、

$$\begin{aligned} & (m_1 + A_{11}^{(1)}) \Delta \ddot{X}_T \\ & = E_1^{(1)} + E_1 - (m_2 + A_{11}^{(2)}) \Delta \ddot{X}_2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} & (m_1 + A_{33}^{(1)}) \Delta \ddot{Z}_T + A_{35}^{(1)} \Delta \ddot{\theta}_T + B_{33}^{(1)} \Delta \dot{Z}_T + B_{35}^{(1)} \Delta \dot{\theta}_T \\ & + (C_{33}^{(1)} + T_{S0} / \ell_1) \Delta Z_T + (C_{35}^{(1)} + T_{S0} \ell_T / \ell_1) \Delta \theta_T \\ & = E_3^{(1)} + (T_{S0} / \ell_1) (\Delta Z_2 - \ell_2 \Delta \theta_2) \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} & A_{53}^{(1)} \Delta \dot{Z}_T + (I_{yy1} + A_{55}^{(1)}) \Delta \ddot{\theta}_T + B_{53}^{(1)} \Delta \dot{Z}_T + B_{55}^{(1)} \Delta \dot{\theta}_T \\ & + (C_{53}^{(1)} + T_{S0} \ell_T / \ell_1) \Delta Z_T + \{C_{55}^{(1)} + T_{S0} \ell_T (1 + \ell_T / \ell_1)\} \Delta \theta_T \\ & = E_5^{(1)} + (T_{S0} \ell_T / \ell_1) (\Delta Z_2 - \ell_2 \Delta \theta_2) \end{aligned} \quad (3.31)$$

となる。なお、微小量の二乗以上の項については無視している。ここで、再度整理すると、 $\Delta X_T, \Delta Z_T, \Delta \theta_T$  はそれぞれ、曳船の surge 運動、heave 運動及び pitch 運動であり、 $\Delta Z_2, \Delta \theta_2$  はそれぞれ、被曳船の heave 運動及び pitch 運動を意味する。曳船の surge の運動方程式には、自船に作用する波強制力に加え、被曳船に作用する波強制力及び被曳船の surge 運動に関する慣性項が強制力として現れる。よって、曳航時の曳船の surge 運動に影響を与える主たる要素は、 $E_1 - (m_2 + A_{11}^{(2)}) \Delta \ddot{X}_2$  として得られる強制力(索張力の非定常成分)となることがわかった。曳船の heave ならびに pitch の運動方程式の復原力係数には、索張力の定常成分、曳航索長、ならびに曳船重心と曳航点との距離を意味する項が含まれている。(3.26) 式で示した通り、 $T_{S0}$  は常に正であるため、それらの項は各復原力係数を増加させる方向に作用し、その度合いは曳航索長が短いほど大きくなるようである。また、曳航点が重心から遠い場所であればほど、pitch 運動に関する復原力係数は大きくなることがわかる。さらに、曳船の heave ならびに pitch の運動方程式には、自船に作用する波強制力に加え、被曳船の heave 運動及び pitch 運動による強制力項が付加されていることがわかる。これらの強制力の影響の度合いを決定するのも、索張力の定常成分、曳航索長、ならびに曳船重心と曳航点との距離の計 3 つの項となっている。

続いて、被曳船に関する運動方程式についても同様の手順で簡略化する．それらは次のように表される．なお、被曳船の surge に関する運動方程式は、索張力の非定常成分を導出するのに使用したため、ここでは現れない．

$$\begin{aligned}
 & (m_2 + A_{33}^{(2)})\Delta\ddot{Z}_2 + A_{35}^{(2)}\Delta\ddot{\theta}_2 + B_{33}^{(2)}\Delta\dot{Z}_2 + B_{35}^{(2)}\Delta\dot{\theta}_2 \\
 & + (C_{33}^{(2)} + T_{S0}/\ell_1)\Delta Z_2 + (C_{35}^{(2)} - T_{S0}\ell_2/\ell_1)\Delta\theta_2 \\
 & = E_3^{(2)} + (T_{S0}/\ell_1)(\Delta Z_T + \ell_T\Delta\theta_T)
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
 & A_{53}^{(2)}\Delta\ddot{Z}_2 + (I_{yy2} + A_{55}^{(2)})\Delta\ddot{\theta}_2 + B_{53}^{(2)}\Delta\dot{Z}_2 + B_{55}^{(2)}\Delta\dot{\theta}_2 \\
 & + (C_{53}^{(2)} - T_{S0}\ell_2/\ell_1)\Delta Z_2 + \{C_{55}^{(2)} + T_{S0}\ell_2(1 + \ell_2/\ell_1)\}\Delta\theta_2 \\
 & = E_5^{(2)} - (T_{S0}\ell_2/\ell_1)(\Delta Z_T + \ell_T\Delta\theta_T)
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

曳船の場合と同様、被曳船の heave ならびに pitch の運動方程式の復原力係数には、索張力の定常成分、曳航索長、ならびに被曳船重心と曳航点との距離を意味する項が含まれている．ただし、それらの式の符号によって、各復原力係数は増加もしくは減少することとなる．また、曳航索長、ならびに被曳船重心と曳航点との距離が各復原力係数に及ぼす影響についても曳船の場合と同様となっている．さらに、被曳船の heave ならびに pitch の運動方程式には、自船に作用する波強制力に加え、曳船の heave 運動及び pitch 運動による強制力項が付加されていることがわかる．これらの強制力の影響の度合いを決定するのが、索張力の定常成分、曳航索長、ならびに曳船重心と曳航点との距離の計 3 つの項となっていることも曳船の場合と同様である．

以上より、正面向波中を航行する曳船・被曳船が互いに及ぼす力学的影響の主たる要素が明らかとなった．曳船の surge 運動は、被曳船に作用する波強制力、ならびに被曳船の surge 運動に関する慣性項に依存して影響を受けることとなる．よって、それらの項の位相差がどの程度になるかということが重要な要素となる．一方、各船の heave 及び pitch に関する運動方程式には、索張力の定常成分、曳航索長、ならびに各船の重心と曳航点との距離を意味する項が現れている．曳航状態にあることで、各船の heave 及び pitch 運動に関する復原力係数が変化するとともに、相手船の運動による強制力項が作用することとなる．また、その影響の度合いについては、索張力の定常成分が大きいほど、曳航索長が短いほど、さらには各船の重心と曳航点との距離が長いほど、大きく現れることとなる．加えて、索張力の定常成分は、(3.26) 式で示した通り、被曳船の平水中抵抗及び波浪中抵抗増加の和であるため、その値は波高には比例しない．よって、波浪中曳航状態における曳船・被曳船の heave 及び pitch 運動は、波高に比例しないこととなる．これは、一般的な波浪中船体運動が示す傾向とは異なる、曳航問題に特有の現象である．一方、曳航索長  $\ell_1$  が無限に長いと仮定すると、曳船・被曳船の heave の運動方程式からは、復原力係数に含まれる項ならびに相手船の運動による強制力項が全て無視でき、その式は各船が波浪中を自走する場合の運動方程式に完全に一致する．しかし、曳船・被曳船の pitch の運動方程式については、自船の pitch

に関する復原力係数にのみ、索張力の定常成分ならびに各船の重心と曳航点との距離を意味する項の影響が残ることとなる。

### 3.3.4 被曳船の surge 運動について

最後に、被曳船の surge 運動について考える。先に示した考察においては、被曳船の surge 運動は索張力の非定常成分に含まれる 1 つの要素として取り扱われたため、その運動に関するメカニズムについて考察することができなかった。よって、ここでは、異なるアプローチにて被曳船の surge 運動について考察していく。まず、第 2 章で得られた被曳船の surge に関する運動方程式を改めて示すと、

$$(m_2 + A_{11}^{(2)})\ddot{X}_{N+2} = E_1^{(2)} - R_{c2}(\dot{X}_{N+2})^2 - R_{w2} + T_S \cos \theta_{N+1} \quad (3.34)$$

となる。この式に着目すると、被曳船側曳航点に作用する索張力の前後方向成分である  $T_S \cos \theta_{N+1}$  が、被曳船を定常曳航させるための推力として作用していることがわかる。よって、この式は向波中を単独で航走する船の surge の運動方程式とほぼ同じ形式であると言える。ただし、被曳船の前後方向に関する重心座標  $X_{N+2}$  は、単独で変化するのではなく、曳船の運動に依存して変化する関数であるということに注意が必要である。(2.34) 式より、被曳船の前後方向に関する重心座標  $X_{N+2}$  は、

$$X_{N+2} = X_T - \ell_T \cos(\theta_T - \gamma_1) - \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j \cos \theta_j \quad (3.35)$$

として得られる。この式からわかる通り、被曳船の surge 運動は、曳船の surge 運動に依存して変化することとなるが、その間には曳航索が存在するため、曳船の surge 運動が直接的に被曳船の surge 運動に影響を及ぼすわけではない。曳航索がある程度たるんでいる場合には、曳船の surge 運動に応じて各トラス要素の傾斜角  $\theta_i (i=1 \sim N+1)$  も変動し、その結果、曳航索は張ったり緩んだりすることとなる。よって、曳船の surge 運動による影響が曳航索によってあたかも吸収されることとなるため、被曳船の surge 運動は直接的には曳船の surge 運動の影響を受けず、単独航走時に近い運動傾向を示すことになるものと考えられる。これが、Fig.3.10 において、曳航時の曳船の surge 運動に関する計算結果が単独航走時のそれに比べて大きく変化していたのに対し、曳航時の被曳船の surge 運動に関する計算結果が、単独航走時のそれと比べてほとんど変化しなかった理由であると考えられる。ただし、索長が短い場合や被曳船の抵抗が大きい場合には、曳航索が常に張っている状態となるため、被曳船の surge 運動は、曳船の surge 運動の影響を直接的に受けることになるものと推察される。

### 3.4 本章のまとめ

本章では，正面向波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動及び曳船側曳航点に作用する索張力を計測する水槽試験技術について示すとともに，その手法によって計測された水槽試験結果を用いて，前章で示した理論計算法の精度を検証した．その結果，改善の余地はあるものの，同計算法は，正面向波中曳航時の曳船・被曳船の運動及び索張力の挙動を実用上の精度を持って推定できることがわかった．また，水槽試験結果より，以下の知見が得られた．

- 波浪中曳航時の被曳船の運動は，単独航走時のそれよりも総じて小さく計測された．これは，向波の振幅が曳船を通過する際に波の散乱によって減衰し，被曳船に作用する波浪強制力が単独航走時のそれよりも減少したことに一因があると考えられる．この現象は，いわば2船間の流体力学的干渉(上流側から下流側への影響)である．
- 波浪中曳航時において，曳船のプロペラを回転させた場合の曳船・被曳船の運動は，プロペラを回転させない場合のそれらよりも総じて小さく計測された．これは，曳船が放出するプロペラ後流が，曳航索を張る方向に作用し，曳航索による拘束の影響が大きくなったことが原因であると考えられる．
- 2船間の流体力学的干渉による影響ならびにプロペラ後流の影響は，各船の運動傾向を変化させるほど大きくはないようである．また，本水槽試験における結果は，曳航索長が  $1.0L_2$  と通常実務で採用される曳航索長 ( $2.0L_2 \sim 4.0L_2$ ) よりも短い状態で得られたものであるため，その影響が相対的に大きく現れたものと考えられる．よって，曳航索長が長い場合(実務に近い状態)を取り扱う限り，理論計算法でそれらの影響を厳密に考慮する必要はないと考えられる．ただし，港近くで出入港作業に従事している大型船とタグボートのような曳航索長が極めて短い場合については，それらの影響を十分に考慮する必要があるであろう．

加えて，同計算法を簡略化することで，各船の運動に影響を与える主たる要素を明らかにし，正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察した．その結果，以下のような知見が得られた．

- 索張力の定常成分の主たる要素は，被曳船の平水中抵抗と波浪中抵抗増加である．
- 索張力の非定常成分の主たる要素は，被曳船に作用する surge 方向の波強制力と被曳船の surge 運動に関する慣性項である．
- 曳船の surge 運動は，被曳船に作用する surge 方向の波強制力，ならびに被曳船の surge 運動に関する慣性項に依存して影響を受けることとなる．よって，それらの項の位相差がどの程度になるかということが重要な要素となる．

- 各船の heave 運動及び pitch 運動に影響を与える主たる要素は、索張力の定常成分、曳航索長、ならびに各船の重心と曳航点との距離となる。各船の heave 運動及び pitch 運動に関する復原力係数は、それらの要素に依存して増加または減少する。また、各船の運動には、相手船の heave 運動及び pitch 運動に起因する強制力項が作用するが、その影響の度合いを決定するのも、それら 3 つの要素である。
- 索張力の定常成分の主たる要素は、被曳船の平水中抵抗及び波浪中抵抗増加であるため、その値は波高には比例しない。よって、波浪中曳航状態における各船の heave 運動及び pitch 運動は、波高に比例しないこととなる。これは、一般的な波浪中船体運動が示す傾向とは異なる、曳航問題に特有の現象である。
- 曳航索長が無限に長いと仮定すると、各船の heave に関する運動方程式は、各船が波浪中を単独航走する場合の運動方程式に完全に一致する。一方、各船の pitch に関する運動方程式は、自船の pitch に関する復原力係数にのみ、索張力の定常成分ならびに各船の重心と曳航点との距離の影響が残ることとなる。
- 被曳船の surge 運動は、曳船の surge 運動とは異なり、基本的に単独航走時に近い運動傾向を示すが、索長が短い場合や被曳船の抵抗が大きい場合（曳航索が常に張っている場合）には、曳船の surge 運動の影響を直接的に受けることとなる。

## 第4章 曳船・被曳船の波浪中6自由度運動に関する実用計算法

前章までは、正面向波のみを対象として、曳船・被曳船の3自由度運動 (surge, heave, pitch) について議論してきた。しかしながら、実際の曳船・被曳船は、横波や斜波の中を航行することも当然有りうるため、sway, roll, yaw を含めた曳航中の6自由度運動について検討を行うことは、曳航作業の安全性を議論する上で重要である。また、横波や斜波を取り扱うということは、曳船・被曳船の波浪動揺に加え、各船の操縦運動についても考慮できる理論計算法を構築する必要がある。

波浪中における曳船・被曳船の操縦運動及び6自由度波浪動揺に関する理論計算法を構築するためには、まず、ベースとなる単独船状態での計算法が必要である。船の波浪動揺と操縦運動の両方を取り扱う理論計算法を初めて示したのは McCreight[24] であると考えられる。基本となる運動方程式は、船体固定座標系のもとで取り扱われ、波に関する流体力は、ストリップ法をベースに、波強制力、放射流体力における波の周波数依存性等が考慮されている。規則波中における旋回運動の計算例が示されているが、波漂流力が考慮されておらず、計算法の検証も行われていない。その後、浜本等は、Horizontal Body Axes System のもとで、運動方程式を再構築し、波浪中における操縦運動を含む6自由度の運動シミュレーション計算法を提示した [25]。波浪による強制力としてフルード・クリロフ力を用い、規則波中における zig-zag 運動時のシミュレーション計算を実施している。この浜本等の方法の改良として、非線形のフルード・クリロフ力を採用した方法 [26] や付加質量や減衰係数における波の周波数依存性を考慮した方法 [27] も提案されている。しかしながら、これらの方法は、波強制力としてフルード・クリロフ力のみを考慮するものであり、船の波浪動揺を議論する上においては、やや近似の度合いが強すぎるように思われる。一方、安川は、McCreight の計算法をベースとしながら、浜本等の Horizontal Body Axes System を採用し、従来法を改善した実用的な操縦運動・波浪動揺の両方を取り扱うことのできる統合運動シミュレーション計算法を提案した [28][29]。規則波中における旋回運動ならびに旋回運動中の波浪動揺に関する計算結果は、水槽試験結果をおおよそ捉えており、その精度が確認されている。

本章では、安川が提案した計算法を波浪中曳航問題に適用・拡張し、波浪中における曳船・被曳船の操縦運動及び6自由度波浪動揺に関する実用的な理論計算法を提案

する．本計算法の特徴は，操縦運動を扱う低周波数の運動方程式と波浪動揺を扱う高周波数の運動方程式を完全に分離させ，それぞれを別個に解くことによって，波浪中を航行する曳船・被曳船に関する 6 自由度運動計算を可能とする点である．定式化にあたって次の仮定を設ける．

- 曳航索は，重さの無い 1 本のトラス要素として取り扱い，曳航索のねじり，伸びは無視する．
- 海洋波は微小振幅波 (規則波) で表現できるものとする．
- 各船の運動及び曳船のプロペラ後流による波浪場の変化は小さく，2 船間の流体力学的相互干渉については考慮しない．

本計算法では，第 2 章で示した理論計算法とは異なり，曳航索を 1 本のトラス要素として取り扱う．これは，曳航索をランプドマス法で表現すると，解くべき運動方程式の数が非常に多くなり，演算時間が膨大になってしまうことから，実用的でないと判断したためである．ゆえに，索の変形とその動的な影響を考慮することはできないが，重廣 [14] の計算法と同様，理論としては一貫しており，また，各船の運動に影響を与える要素について検討がしやすいという利点がある．加えて，第 3 章で確認されたプロペラ後流の影響ならびに 2 船間の流体力学的相互干渉による影響であるが，これらについても，通常曳航時の各船の距離は十分に離れているという実用的な見地から，第 2 章と同様，考慮しないこととした．

## 4.1 理論計算法

### 4.1.1 座標系

座標系として，Fig.4.1 に示すような空間固定座標系  $O - XYZ$  と，船の操縦運動とともに移動し，船体の動揺平均位置に固定された座標系  $o - x_i y_i z_i$  を考える [28]．添え字の  $i$  は， $i = 1$  が曳船， $i = 2$  が被曳船を意味する． $X - Y$  平面ならびに  $x_i - y_i$  平面は静水面に一致させ， $z_i$  軸は船の重心  $G_i$  を通るものとし，重心の高さを  $z_{G_i}$  とする．そのとき， $O - XYZ$  と  $o - x_i y_i z_i$  の各座標系の間には次のような関係がある．

$$\left. \begin{aligned} X &= x_i \cos \psi_i(t) - y_i \sin \psi_i(t) + X_i(t) \\ Y &= x_i \sin \psi_i(t) + y_i \cos \psi_i(t) + Y_i(t) \\ Z &= z_i \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ここで， $X_i(t), Y_i(t), \psi_i(t)$  は船の平均的な位置ならびに方位を意味する． $t$  は時間を表す．規則波は  $X$  軸と  $\chi$  なる角度を持って進行するものとし，その速度ポテンシャルは，

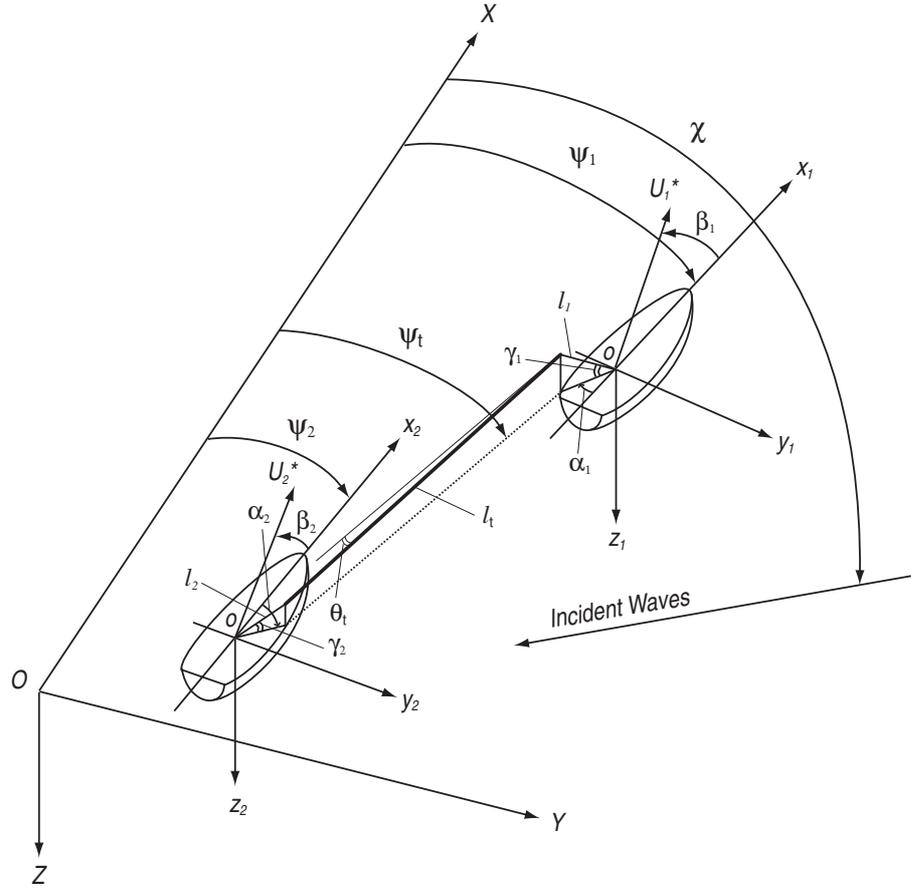


Fig. 4.1: Coordinate systems

次のように表される .

$$\begin{aligned}
 \phi_{I_i} &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{gA}{i\omega} \exp [-\nu(Z - iX \cos \chi - iY \sin \chi) + i\omega t] \right\} \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{gA}{i\omega} P_i(t) \exp [-\nu \{z_i - ix_i \cos(\chi - \psi_i) - iy_i \sin(\chi - \psi_i)\} + i\omega t] \right\} \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

ここで ,

$$P_i(t) = \exp [i\nu \{X_i(t) \cos \chi + Y_i(t) \sin \chi\}] \quad (4.3)$$

であり , 船の位置が変化することによる入射波の位相変化を表す . 式中 ,  $A, \nu, \omega$  はそれぞれ入射波の振幅 , 波数 , 波周波数である . そのとき ,  $o - x_i y_i z_i$  座標系での時間微分は , 次のように表される .

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega + i\nu \left\{ \dot{X}_i \cos \chi + \dot{Y}_i \sin \chi + \dot{\psi}_i [x_i \sin(\chi - \psi_i) - y_i \cos(\chi - \psi_i)] \right\} \quad (4.4)$$

このままでは取り扱いが面倒であるので，方位  $\psi_i$  に関する時間微分は

$$\frac{\partial}{\partial t} = O(\sigma) \quad \text{when operating for } \psi_i \quad (4.5)$$

と仮定する．ただし  $\sigma$  は微量を意味する．すると

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega + i\nu \left( \dot{X}_i \cos \chi + \dot{Y}_i \sin \chi \right) + O(\sigma) \quad (4.6)$$

となり，時間微分に対して yaw 変化の影響が現れなくなる．すなわち，船の平均的な方位変化は準定常的に取り扱えることとなる [30]．そのとき，出会い周波数  $\omega_{ei}$  は次のように示される．

$$\omega_{ei} = \omega + \nu \left( \dot{X}_i \cos \chi + \dot{Y}_i \sin \chi \right) \quad (4.7)$$

#### 4.1.2 曳船・被曳船の運動方程式

次に船の運動方程式を考える．まず，船体に固定された Horizontal Body Axes(HBA)系 [25]  $o' - x'_i y'_i z'_i$  を採用する．先に述べた  $o - x_i y_i z_i$  系とは異なり， $o' - x'_i y'_i z'_i$  系では，常に  $x'_i y'_i$  平面が静水面と平行， $z'_i$  軸が鉛直下向きとなっている点に注意が必要である．つまり，本座標系は静水面に対して垂直に上下揺れしながら回頭するが，縦揺れ及び横揺れはしない．船の縦揺れ及び横揺れ運動については，本座標系の横軸及び縦軸周りの回転運動として記述することになる．

HBA 系で定義される船の速度成分を  $U_i, V_i, W_i$ ，オイラー角を  $\phi_i, \theta_i, \psi_i$  とおく． $\theta_i$  が小さいときの HBA 系における船の 6 自由度の運動方程式 [25] に索張力による外力項を付加することで，曳船・被曳船に関する運動方程式は次のように表される．

$$\left. \begin{aligned} m_i(\dot{U}_i - V_i \dot{\psi}_i) &= F_{xi} + X_{Ti} \\ m_i(\dot{V}_i + U_i \dot{\psi}_i) &= F_{yi} + Y_{Ti} \\ m_i \dot{W}_i &= F_{zi} + Z_{Ti} \\ I_{xxi}(\ddot{\phi}_i - \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i) &= M_{xi} + K_{Ti} \\ I_{yyi} \ddot{\theta}_i + I_{xxi} \dot{\phi}_i \dot{\psi}_i &= M_{yi} + L_{Ti} \\ I_{zz_i} \ddot{\psi}_i - I_{xxi} \dot{\theta}_i \dot{\phi}_i &= M_{zi} + N_{Ti} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

式中， $m_i$  は船の質量， $I_{xxi}, I_{yyi}, I_{zz_i}$  は船体固定座標系で定義される慣性モーメントである．また， $X_{Ti}, Y_{Ti}, Z_{Ti}, K_{Ti}, L_{Ti}, N_{Ti}$  は索張力による力とモーメントの項であり，索の軸方向に働く張力を  $T_S$  とすると，以下のように表される．

$$\left. \begin{aligned}
 X_{T1} &= -T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_1) \\
 Y_{T1} &= -T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_1) \\
 Z_{T1} &= T_S \sin \theta_t \\
 K_{T1} &= -\ell_{y1} T_S \sin \theta_t - \ell_{z1} T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_1) \\
 L_{T1} &= \ell_{x1} T_S \sin \theta_t + \ell_{z1} T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_1) \\
 N_{T1} &= \ell_{x1} T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_1) - \ell_{y1} T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_1)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned}
 X_{T2} &= T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_2) \\
 Y_{T2} &= T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_2) \\
 Z_{T2} &= -T_S \sin \theta_t \\
 K_{T2} &= -\ell_{y2} T_S \sin \theta_t + \ell_{z2} T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_2) \\
 L_{T2} &= \ell_{x2} T_S \sin \theta_t - \ell_{z2} T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_2) \\
 N_{T2} &= \ell_{x2} T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_2) - \ell_{y2} T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_2)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 \ell_{x1} &= \ell_1 \cos \gamma_1 \cos \alpha_1, & \ell_{y1} &= \ell_1 \cos \gamma_1 \sin \alpha_1, & \ell_{z1} &= z_{G1} + \ell_1 \sin \gamma_1 \\
 \ell_{x2} &= \ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2, & \ell_{y2} &= \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2, & \ell_{z2} &= z_{G2} + \ell_2 \sin \gamma_2
 \end{aligned}$$

本モデルでは、曳航索を重さの無い長さ  $\ell_t$  の 1 本のトラス要素として表現しており、 $\theta_t, \psi_t$  はそれぞれ曳航索の傾斜角及び方位角を意味する。また、曳船側曳航点は船体固定座標系における点  $(-x_{T1}, -y_{T1}, -z_{T1})$  であり、被曳船側曳航点は  $(x_{T2}, y_{T2}, -z_{T2})$  である。そのとき、

$$\begin{aligned}
 \ell_1 &= \sqrt{x_{T1}^2 + y_{T1}^2 + z_{T1}^2}, & \gamma_1 &= \tan^{-1} \left( z_{T1} / \sqrt{x_{T1}^2 + y_{T1}^2} \right), & \alpha_1 &= \tan^{-1}(y_{T1}/x_{T1}) \\
 \ell_2 &= \sqrt{x_{T2}^2 + y_{T2}^2 + z_{T2}^2}, & \gamma_2 &= \tan^{-1} \left( z_{T2} / \sqrt{x_{T2}^2 + y_{T2}^2} \right), & \alpha_2 &= \tan^{-1}(y_{T2}/x_{T2})
 \end{aligned}$$

となる。また、 $\gamma_1, \gamma_2$  については、Fig.4.1 に示す通り、曳航点が静水面よりも上方に位置している場合、それらの値はともに正と定義した。 $F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}$  は索張力以外の外力による力とモーメントの項であり、具体的な表記については後述する。

### 4.1.3 被曳船の従属運動および索張力の表示

被曳船の運動は、曳航索により拘束された状態で行われる。そのとき、被曳船の運動変数  $(U_2, V_2, W_2)$  は曳船の運動変数  $(U_1, V_1, W_1, \psi_1)$  と独立ではなく、曳航索の傾斜角  $\theta_t$ 、方位角  $\psi_t$  及び被曳船の方位角  $\psi_2$  を介した従属変数となる（被曳船の運動変数に対する曳船の pitch, roll による影響は非常に小さいとしてここでは無視する）。Fig.4.1 に示す

空間固定座標系における被曳船の重心位置  $(X_2, Y_2, Z_2)$  は、曳船の重心位置  $(X_1, Y_1, Z_1)$  を起点として次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} X_2 &= X_1 - l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_1 + \alpha_1) - l_t \cos \theta_t \cos \psi_t - l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_2 + \alpha_2) \\ Y_2 &= Y_1 - l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_1 + \alpha_1) - l_t \cos \theta_t \sin \psi_t - l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_2 + \alpha_2) \\ Z_2 &= Z_1 - z_{G_1} - l_1 \sin \gamma_1 + l_t \sin \theta_t + l_2 \sin \gamma_2 + z_{G_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

また、その時間微分項は、

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_2 &= \dot{X}_1 + \dot{\psi}_1 l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_1 + \alpha_1) + \dot{\theta}_t l_t \sin \theta_t \cos \psi_t \\ &\quad + \dot{\psi}_t l_t \cos \theta_t \sin \psi_t + \dot{\psi}_2 l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_2 + \alpha_2) \\ \dot{Y}_2 &= \dot{Y}_1 - \dot{\psi}_1 l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_1 + \alpha_1) + \dot{\theta}_t l_t \sin \theta_t \sin \psi_t \\ &\quad - \dot{\psi}_t l_t \cos \theta_t \cos \psi_t - \dot{\psi}_2 l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_2 + \alpha_2) \\ \dot{Z}_2 &= \dot{Z}_1 + \dot{\theta}_t l_t \cos \theta_t \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

となる。さらに、空間固定座標系と船体固定座標系との関係式

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_1 &= U_1 \cos \psi_1 - V_1 \sin \psi_1 \\ \dot{Y}_1 &= U_1 \sin \psi_1 + V_1 \cos \psi_1 \\ \dot{Z}_1 &= W_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= \dot{X}_2 \cos \psi_2 + \dot{Y}_2 \sin \psi_2 \\ V_2 &= -\dot{X}_2 \sin \psi_2 + \dot{Y}_2 \cos \psi_2 \\ W_2 &= \dot{Z}_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

を用いることにより、被曳船の運動変数  $(U_2, V_2, W_2)$  を規定することができる。よって、 $(U_1, V_1, W_1, \psi_1, \theta_t, \psi_t, \psi_2)$  に関して解が求めれば、それらを用いて被曳船の運動が求まることとなる。

ここで、張力  $T_S$  の表示式を (4.8) 式 ( $i=2$ ) から誘導することを考える。被曳船の surge, sway, heave に関する運動方程式は、次のように表される。

$$m_2(\dot{U}_2 - V_2 \dot{\psi}_2) = F_{x2} + T_S \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_2) \quad (4.15)$$

$$m_2(\dot{V}_2 + U_2 \dot{\psi}_2) = F_{y2} + T_S \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_2) \quad (4.16)$$

$$m_2 \dot{W}_2 = F_{z2} - T_S \sin \theta_t \quad (4.17)$$

(4.15) 式に  $\cos(\psi_t - \psi_2)$ , (4.16) 式に  $\sin(\psi_t - \psi_2)$  を乗じ、これらの和をとると、

$$\begin{aligned} m_2(\dot{U}_2 - V_2 \dot{\psi}_2) \cos(\psi_t - \psi_2) + m_2(\dot{V}_2 + U_2 \dot{\psi}_2) \sin(\psi_t - \psi_2) \\ - F_{x2} \cos(\psi_t - \psi_2) - F_{y2} \sin(\psi_t - \psi_2) = T_S \cos \theta_t \end{aligned} \quad (4.18)$$

となる．さらに, (4.17) 式に  $-\sin \theta_t$ , (4.18) 式に  $\cos \theta_t$  を乗じ, これらの和を取ると, 張力  $T_S$  は以下のように示される．

$$\begin{aligned} T_S = & m_2(\dot{U}_2 - V_2\dot{\psi}_2) \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_2) + m_2(\dot{V}_2 + U_2\dot{\psi}_2) \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_2) \\ & - m_2\dot{W}_2 \sin \theta_t - F_{x2} \cos \theta_t \cos(\psi_t - \psi_2) - F_{y2} \cos \theta_t \sin(\psi_t - \psi_2) + F_{z2} \sin \theta_t \end{aligned} \quad (4.19)$$

続いて, (4.15)(4.16) 式から  $T_S$  を消去した式を導出しておく．(4.15) 式に  $\sin(\psi_t - \psi_2)$ , (4.16) 式に  $-\cos(\psi_t - \psi_2)$  を乗じ, これらの和をとると,

$$\begin{aligned} & m_2(\dot{U}_2 - V_2\dot{\psi}_2) \sin(\psi_t - \psi_2) - m_2(\dot{V}_2 + U_2\dot{\psi}_2) \cos(\psi_t - \psi_2) \\ & = F_{x2} \sin(\psi_t - \psi_2) - F_{y2} \cos(\psi_t - \psi_2) \end{aligned} \quad (4.20)$$

となる．(4.20) 式は解くべき運動方程式である．

最後に, 曳船・被曳船の運動について解くべき運動方程式及び未知数について確認する．(4.8) 式にて示した曳船・被曳船に関する運動方程式に含まれる未知数は,

$$U_1, V_1, W_1, \phi_1, \theta_1, \psi_1, U_2, V_2, W_2, \phi_2, \theta_2, \psi_2, \theta_t, \psi_t, T_S$$

であるが, 被曳船の従属運動の項で示した通り,  $(U_2, V_2, W_2)$  に関しては, その他の未知数を用いた関係式より得られるため, 実際に解くべき未知数は, 以下の 12 個である．

$$U_1, V_1, W_1, \phi_1, \theta_1, \psi_1, \phi_2, \theta_2, \psi_2, \theta_t, \psi_t, T_S$$

よって, 未知数の数と (4.8) 式で示した運動方程式の数が一致する．具体的な解法としては,  $T_S$  を消去するため, (4.19) 式を (4.8) 式 ( $i=1$ ) の曳船に関する 6 つの運動方程式及び (4.8) 式 ( $i=2$ ) の被曳船の heave, roll, pitch, yaw に関する 4 つの運動方程式に代入する．加えて, 既に  $T_S$  を消去した運動方程式 (4.20) 式を加え, 計 11 個の運動方程式を解けば良いことになる．なお, 張力  $T_S$  に関しては, 運動方程式を解いた結果得られた解を, 改めて (4.19) 式に代入することで求まる．

#### 4.1.4 運動方程式の簡略化

曳船・被曳船の運動変数及び曳航索の傾斜角, 方位角は以下のように表現できるものと仮定する．

$$\left. \begin{aligned} U_i &= U_{il} + U_{ih}, & V_i &= V_{il} + V_{ih}, & W_i &= W_{ih} \\ \phi_i &= \phi_{il} + \phi_{ih}, & \theta_i &= \theta_{ih}, & \psi_i &= \psi_{il} + \psi_{ih} \\ \theta_t &= \theta_{tl} + \theta_{th}, & \psi_t &= \psi_{tl} + \psi_{th} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2) \quad (4.21)$$

添え字  $\ell$  の付いたものは低周波数成分 (操縦運動成分) に関する量であり  $O(1)$  とする . 添え字  $h$  の付いたものは操縦運動に重畳された変動する高周波数成分 (船体動揺成分) に関する量であり  $O(\varepsilon)$  と仮定する ( $\varepsilon$  は微量量を意味する) . なお, 曳航運動に伴い曳船・被曳船に生じる定常的なトリムは非常に小さいとして,  $\theta_{1\ell}, \theta_{2\ell}$  については考慮していない . また, そのとき, 曳航索の傾斜角の低周波数成分  $\theta_{i\ell}$  は,  $\theta_{i\ell} = \sin^{-1} \{ (z_{T_1} - z_{T_2}) / \ell_i \}$  として与えられる . さらに,

$$\frac{\partial}{\partial t} = O(\sigma) \quad \text{when operating for } U_{i\ell}, V_{i\ell}, \phi_{i\ell}, \psi_{i\ell}, \psi_{t\ell} \quad (i = 1, 2) \quad (4.22)$$

という仮定を追加し,  $\varepsilon < \sigma$  とする . これは, 船の操縦運動及び曳航索の方位角はゆっくり変化することを意味する . この仮定を追加すると, 各船の出会い周波数は  $\omega_{ei} = \omega + O(\sigma)$  とすべきであるが, 実用的な見地から  $\omega_{ei}$  は (4.7) 式で表されるものとする .

(4.21) 式を (4.8) 式 ( $i = 1$ ) に代入し, 曳船運動の低周波数成分について, 並進運動については  $O(\sigma)$  の項まで, 回転運動については  $O(\sigma^2)$  の項まで考えると次式が得られる (ただし, 船体沈下及びトリムに関する式は考慮していない) .

$$\left. \begin{aligned} m_1(\dot{U}_{1\ell} - V_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell}) &= F_{x1\ell} + X_{T1\ell} \\ m_1(\dot{V}_{1\ell} + U_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell}) &= F_{y1\ell} + Y_{T1\ell} \\ I_{xx1}\ddot{\phi}_{1\ell} &= M_{x1\ell} + K_{T1\ell} \\ I_{zz1}\ddot{\psi}_{1\ell} &= M_{z1\ell} + N_{T1\ell} \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

(4.23) 式は通常用いられる操縦運動方程式に, 索張力による外力項の低周波数成分 ( $X_{T1\ell}, Y_{T1\ell}, K_{T1\ell}, N_{zT1\ell}$ ) が付加された形となっている . また, 索張力以外の流体力等による外力項の低周波数成分 ( $F_{x1\ell}, F_{y1\ell}, M_{x1\ell}, M_{z1\ell}$ ) は, 添え字  $1\ell$  の付いた諸量だけで表され, 平水中の操縦運動シミュレーション計算において用いられる流体力成分を用いる . なお, 波浪の影響として, 波漂流力成分だけは考慮しなくてはならない [31] .

一方, 曳船運動の高周波数成分について,  $O(\varepsilon)$  の項まで考えると次式が得られる .

$$\left. \begin{aligned} m_1(\dot{U}_{1h} - V_{1\ell}\dot{\psi}_{1h}) &= F_{x1h} + X_{T1h} \\ m_1(\dot{V}_{1h} + U_{1\ell}\dot{\psi}_{1h}) &= F_{y1h} + Y_{T1h} \\ m_1\dot{W}_{1h} &= F_{z1h} + Z_{T1h} \\ I_{xx1}\ddot{\phi}_{1h} &= M_{x1h} + K_{T1h} \\ I_{yy1}\ddot{\theta}_{1h} &= M_{y1h} + L_{T1h} \\ I_{zz1}\ddot{\psi}_{1h} &= M_{z1h} + N_{T1h} \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

ここで,  $o - x_i y_i z_i$  系で定義される動揺成分  $\xi_{ih}, \eta_{ih}, \zeta_{ih}$  を導入し, HBA 系で定義された (4.24) 式を書き換えることを考える . それらの加速度成分は,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\xi}_{ih} &= \dot{U}_{ih} - V_{i\ell}\dot{\psi}_{ih} + O(\sigma\varepsilon) \\ \ddot{\eta}_{ih} &= \dot{V}_{ih} + U_{i\ell}\dot{\psi}_{ih} + O(\sigma\varepsilon) \\ \ddot{\zeta}_{ih} &= \dot{W}_{ih} \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

と表されるので, (4.24) 式は,

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{\xi}_{1h} &= F_{x1h} + X_{T1h} \\ m_1 \ddot{\eta}_{1h} &= F_{y1h} + Y_{T1h} \\ m_1 \ddot{\zeta}_{1h} &= F_{z1h} + Z_{T1h} \\ I_{xx1} \ddot{\phi}_{1h} &= M_{x1h} + K_{T1h} \\ I_{yy1} \ddot{\theta}_{1h} &= M_{y1h} + L_{T1h} \\ I_{zz1} \ddot{\psi}_{1h} &= M_{z1h} + N_{T1h} \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

となる. この (4.26) 式が曳船の船体動揺問題に関する運動方程式であり, 通常用いられる運動方程式に索張力による外力項の高周波数成分 ( $X_{T1h}, Y_{T1h}, Z_{T1h}, K_{T1h}, L_{T1h}, N_{T1h}$ ) が付加されていることがわかる. 索張力以外の流体力等による外力項の高周波数成分 ( $F_{x1h}, F_{y1h}, F_{z1h}, M_{x1h}, M_{y1h}, M_{z1h}$ ) は, 添え字  $1h$  の付いた諸量に関する線形の流体力として表される. これらは, 添え字  $1\ell$  の付いた諸量との干渉成分を含むことに注意が必要である. また, これらの流体力は  $o - x_{1y_1z_1}$  系におけるストリップ法をベースに計算することとする.

続いて, 被曳船の運動についても同様の手法を用いて簡略化する. (4.21) 式を (4.8) 式 ( $i = 2$ ) の heave, roll, pitch, yaw に関する運動方程式に代入すると,

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} I_{xx2} \ddot{\phi}_{2\ell} &= M_{x2\ell} + K_{T2\ell} \\ I_{zz2} \ddot{\psi}_{2\ell} &= M_{z2\ell} + N_{T2\ell} \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} m_2 \ddot{\zeta}_{2h} &= F_{z2h} + Z_{T2h} \\ I_{xx2} \ddot{\phi}_{2h} &= M_{x2h} + K_{T2h} \\ I_{yy2} \ddot{\theta}_{2h} &= M_{y2h} + L_{T2h} \\ I_{zz2} \ddot{\psi}_{2h} &= M_{z2h} + N_{T2h} \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

として得られる. さらに, (4.21) 式を解くべき運動方程式である (4.20) 式に代入して整理すると,

低周波数成分

$$\begin{aligned} & m_2 (\dot{U}_{2\ell} - V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell}) \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - m_2 (\dot{V}_{2\ell} + U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell}) \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ & = F_{x2\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - F_{y2\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

高周波数成分

$$\begin{aligned} & m_2 \ddot{\xi}_{2h} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - m_2 \ddot{\eta}_{2h} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ & = F_{x2h} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - F_{y2h} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ & \quad + (\psi_{th} - \psi_{2h}) \{ F_{x2\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + F_{y2\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \} \end{aligned} \quad (4.30)$$

となる．以上が，簡略化された曳船・被曳船の運動方程式である．

#### 4.1.5 船体に作用する外力

まず，索張力  $T_S$  の低周波数成分及び高周波数成分の表記について考える．(4.21) 式を (4.19) 式に代入して整理すると，

低周波数成分

$$T_{S\ell} = m_2(\dot{U}_{2\ell} - V_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + m_2(\dot{V}_{2\ell} + U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - F_{x2\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - F_{y2\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \quad (4.31)$$

高周波数成分

$$T_{Sh} = m_2\ddot{\xi}_{2h} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + m_2\ddot{\eta}_{2h} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - m_2\ddot{\zeta}_{2h} \sin \theta_{t\ell} - F_{x2h} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - F_{y2h} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + F_{z2h} \sin \theta_{t\ell} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) \{F_{x2\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - F_{y2\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})\} + \theta_{th} \{F_{x2\ell} \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + F_{y2\ell} \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})\} \quad (4.32)$$

として表される．そのとき，索張力による外力項の低周波数成分及び高周波数成分は， $T_{S\ell}, T_{Sh}$  を用いて以下のように表される．

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} X_{T1\ell} &= -T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\ Y_{T1\ell} &= -T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\ Z_{T1\ell} &= T_{S\ell} \sin \theta_{t\ell} \\ K_{T1\ell} &= -T_{S\ell} \{l_{y1} \sin \theta_{t\ell} + l_{z1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell})\} \\ L_{T1\ell} &= T_{S\ell} \{l_{x1} \sin \theta_{t\ell} + l_{z1} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell})\} \\ N_{T1\ell} &= T_{S\ell} \{l_{x1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) - l_{y1} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell})\} \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{T2\ell} &= T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ Y_{T2\ell} &= T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ Z_{T2\ell} &= -T_{S\ell} \sin \theta_{t\ell} \\ K_{T2\ell} &= -T_{S\ell} \{l_{y2} \sin \theta_{t\ell} - l_{z2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})\} \\ L_{T2\ell} &= T_{S\ell} \{l_{x2} \sin \theta_{t\ell} - l_{z2} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})\} \\ N_{T2\ell} &= T_{S\ell} \{l_{x2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - l_{y2} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})\} \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

## 高周波数成分

$$\left. \begin{aligned}
 X_{T1h} &= -T_{Sh} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) + \theta_{th} T_{Se} \sin \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Se} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) \\
 Y_{T1h} &= -T_{Sh} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) + \theta_{th} T_{Se} \sin \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) \\
 &\quad - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Se} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \\
 Z_{T1h} &= T_{Sh} \sin \theta_{te} + \theta_{th} T_{Se} \cos \theta_{te} \\
 K_{T1h} &= -T_{Sh} \{ \ell_{y1} \sin \theta_{te} + \ell_{z1} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) \} \\
 &\quad - \theta_{th} T_{Se} \{ \ell_{y1} \cos \theta_{te} - \ell_{z1} \sin \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) \} \\
 &\quad - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Se} \ell_{z1} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \\
 L_{T1h} &= T_{Sh} \{ \ell_{x1} \sin \theta_{te} + \ell_{z1} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \} \\
 &\quad + \theta_{th} T_{Se} \{ \ell_{x1} \cos \theta_{te} - \ell_{z1} \sin \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \} \\
 &\quad - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Se} \ell_{z1} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) \\
 N_{T1h} &= T_{Sh} \{ \ell_{x1} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) - \ell_{y1} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \} \\
 &\quad - \theta_{th} T_{Se} \{ \ell_{x1} \sin \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) - \ell_{y1} \sin \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) \} \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Se} \{ \ell_{x1} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{1e}) + \ell_{y1} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{1e}) \}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

$$\left. \begin{aligned}
 X_{T2h} &= T_{Sh} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) - \theta_{th} T_{Se} \sin \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \\
 &\quad - (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Se} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) \\
 Y_{T2h} &= T_{Sh} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) - \theta_{th} T_{Se} \sin \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Se} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \\
 Z_{T2h} &= -T_{Sh} \sin \theta_{te} - \theta_{th} T_{Se} \cos \theta_{te} \\
 K_{T2h} &= -T_{Sh} \{ \ell_{y2} \sin \theta_{te} - \ell_{z2} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) \} \\
 &\quad - \theta_{th} T_{Se} \{ \ell_{y2} \cos \theta_{te} + \ell_{z2} \sin \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) \} \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Se} \ell_{z2} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \\
 L_{T2h} &= T_{Sh} \{ \ell_{x2} \sin \theta_{te} - \ell_{z2} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \} \\
 &\quad + \theta_{th} T_{Se} \{ \ell_{x2} \cos \theta_{te} + \ell_{z2} \sin \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \} \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Se} \ell_{z2} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) \\
 N_{T2h} &= T_{Sh} \{ \ell_{x2} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) - \ell_{y2} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \} \\
 &\quad - \theta_{th} T_{Se} \{ \ell_{x2} \sin \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) - \ell_{y2} \sin \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) \} \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Se} \{ \ell_{x2} \cos \theta_{te} \cos(\psi_{te} - \psi_{2e}) + \ell_{y2} \cos \theta_{te} \sin(\psi_{te} - \psi_{2e}) \}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

続いて，索張力以外の流体力等による外力項の低周波数成分及び高周波数成分について考える．初めに，(4.23)(4.27)(4.29) 式に含まれる外力項の低周波数成分 (操縦運動) について示す．流体の慣性力に基づく流体力は，浜本らを参考 [25] にすると，曳船・被曳船に作用する前後力  $F_{x1\ell}$ ，横力  $F_{y1\ell}$ ，ヒールモーメント  $M_{x1\ell}$ ，重心周りの回頭モーメント  $M_{z1\ell}$  は次のように表される．

$$\left. \begin{aligned}
 F_{x1\ell} &= -m_{x1}\dot{U}_{1\ell} + m_{y1}V_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell} + X_{H1} + X_{P1} + X_{R1} + X_{W1} \\
 F_{y1\ell} &= -m_{y1}\dot{V}_{1\ell} - m_{x1}U_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell} + Y_{H1} + Y_{P1} + Y_{R1} + Y_{W1} \\
 M_{x1\ell} &= -J_{xx1}\dot{\phi}_{1\ell} + z_{G1}(m_{y1}\dot{V}_{1\ell} + m_{x1}U_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell}) + K_{H1} + K_{P1} + K_{R1} \\
 M_{z1\ell} &= -J_{zz1}\dot{\psi}_{1\ell} + z_{G1}m_{y1}U_{1\ell}\dot{\phi}_{1\ell} + N_{H1} + N_{P1} + N_{R1} + N_{W1}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

$$\left. \begin{aligned}
 F_{x2\ell} &= -m_{x2}\dot{U}_{2\ell} + m_{y2}V_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} + X_{H2} + X_{W2} \\
 F_{y2\ell} &= -m_{y2}\dot{V}_{2\ell} - m_{x2}U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} + Y_{H2} + Y_{W2} \\
 M_{x2\ell} &= -J_{xx2}\dot{\phi}_{2\ell} + z_{G2}(m_{y2}\dot{V}_{2\ell} + m_{x2}U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell}) + K_{H2} \\
 M_{z2\ell} &= -J_{zz2}\dot{\psi}_{2\ell} + z_{G2}m_{y2}U_{2\ell}\dot{\phi}_{2\ell} + N_{H2} + N_{W2}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

なお，回頭モーメントにおけるムンクモーメントの成分は除外している． $m_{xi}$ ， $m_{yi}$ ， $J_{xxi}$ ， $J_{zz}$  は周波数 0 における付加質量ならびに付加慣性モーメントである．ここで， $X$ ， $Y$ ， $K$ ， $N$  における添え字  $Hi$ ， $Pi$ ， $Ri$ ， $Wi$  はそれぞれ船体，プロペラ，舵による流体力ならびに波漂流力を意味する．これらの流体力は，安川が示した表示式 [29] に基づいて計算することとした．具体的な表示については，ここでは省略する．また，被曳船にはプロペラ・舵が付いていないものとし，それらによる流体力は考慮していない．

同様に，(4.26)(4.28)(4.30) 式に含まれる外力項の高周波数成分 (船体動揺運動) について示す．それらは，ストリップ法 [20] で計算するものとし，次のように表される．

$$\left. \begin{aligned}
 F_{xih} &= -C_{11}^{(i)}\xi_{ih} + A(F_{1c}^{(i)}\cos\omega_i^* - F_{1s}^{(i)}\sin\omega_i^*) \\
 F_{yih} &= -A_{22}^{(i)}\ddot{\eta}_{ih} - B_{22}^{(i)}\dot{\eta}_{ih} - C_{22}^{(i)}\eta_{ih} - A_{24}^{(i)}\ddot{\phi}_{ih} - B_{24}^{(i)}\dot{\phi}_{ih} - C_{24}^{(i)}\phi_{ih} \\
 &\quad - A_{26}^{(i)}\ddot{\psi}_{ih} - B_{26}^{(i)}\dot{\psi}_{ih} + A(F_{2c}^{(i)}\cos\omega_i^* - F_{2s}^{(i)}\sin\omega_i^*) \\
 F_{zih} &= -A_{33}^{(i)}\ddot{\zeta}_{ih} - B_{33}^{(i)}\dot{\zeta}_{ih} - C_{33}^{(i)}\zeta_{ih} - A_{35}^{(i)}\ddot{\theta}_{ih} - B_{35}^{(i)}\dot{\theta}_{ih} - C_{35}^{(i)}\theta_{ih} \\
 &\quad + A(F_{3c}^{(i)}\cos\omega_i^* - F_{3s}^{(i)}\sin\omega_i^*) \\
 M_{xih} &= -A_{44}^{(i)}\ddot{\phi}_{ih} - B_{44}^{(i)}\dot{\phi}_{ih} - C_{44}^{(i)}\phi_{ih} - A_{42}^{(i)}\ddot{\eta}_{ih} - B_{42}^{(i)}\dot{\eta}_{ih} - C_{42}^{(i)}\eta_{ih} \\
 &\quad - A_{46}^{(i)}\ddot{\psi}_{ih} - B_{46}^{(i)}\dot{\psi}_{ih} + A(F_{4c}^{(i)}\cos\omega_i^* - F_{4s}^{(i)}\sin\omega_i^*) \\
 M_{yih} &= -A_{55}^{(i)}\ddot{\theta}_{ih} - B_{55}^{(i)}\dot{\theta}_{ih} - C_{55}^{(i)}\theta_{ih} - A_{53}^{(i)}\ddot{\zeta}_{ih} - B_{53}^{(i)}\dot{\zeta}_{ih} - C_{53}^{(i)}\zeta_{ih} \\
 &\quad + A(F_{5c}^{(i)}\cos\omega_i^* - F_{5s}^{(i)}\sin\omega_i^*) \\
 M_{zih} &= -A_{66}^{(i)}\ddot{\psi}_{ih} - B_{66}^{(i)}\dot{\psi}_{ih} - C_{66}^{(i)}\psi_{ih} - A_{64}^{(i)}\ddot{\phi}_{ih} - B_{64}^{(i)}\dot{\phi}_{ih} \\
 &\quad - A_{62}^{(i)}\ddot{\eta}_{ih} - B_{62}^{(i)}\dot{\eta}_{ih} + A(F_{6c}^{(i)}\cos\omega_i^* - F_{6s}^{(i)}\sin\omega_i^*) \quad (i = 1, 2)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

ただし,  $\omega_i^* = \omega t + \nu(X_{il} \cos \chi + Y_{il} \sin \chi)$  である. また, 曳船・被曳船間の距離が十分に離れていることを仮定しているため, 曳船の運動, プロペラ放出流等による被曳船付近の流場変化の影響については考慮していない. 式中,  $A_{kj}, B_{kj}, C_{kj}$  は,  $j$ -mode の運動によって生じる  $k$  方向の付加質量, 造波減衰係数, 復原力係数を表している.  $F_{kc}, F_{ks}$  は波強制力成分を表し, フールドクリロフ力成分と反射波成分との和で表される. この反射波成分については, 取り扱いの簡略化を図るため, 初期のストリップ法で採用されていた方法, すなわち波のオービタル速度と大きさが等しく反対方向の速度で船体断面が動揺している放射問題の解を用いて計算することとした. なお, 船体断面形状における 2 次元問題の解を用いたストリップ法における流体力係数の具体的な表示は, NSM における表記 [20] と見かけ上同じであるので, ここでは省略する.

一般に,  $U_{il}, V_{il}, \psi_{il}, X_{il}, Y_{il}$  は時々刻々変化するので, 出会い周波数  $\omega_{ei}$ , 船速  $U_i^*$  もまた変化し, 上記の流体力係数も変化することになる. 本来,  $A_{kj}, B_{kj}$  は, 変化する出会い周波数に対して, メモリー影響を考慮すべきであるが, ここでは準定常的に取り扱えるものとする.

#### 4.1.6 変位と速度の関係式

空間固定座標系で定義される船の平均的な重心位置  $(X_{il}, Y_{il})$  は

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{il} &= U_{il} \cos \psi_{il} - V_{il} \sin \psi_{il} \\ \dot{Y}_{il} &= U_{il} \sin \psi_{il} + V_{il} \cos \psi_{il} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2) \quad (4.40)$$

の関係式より求めることができる. 船体動揺成分を含んだ船の位置を計算するには

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{ih} &= (\dot{\xi}_{ih} + V_{il}\psi_{ih}) \cos \psi_{il} - (\dot{\eta}_{ih} - U_{il}\psi_{ih}) \sin \psi_{il} - \dot{Y}_{il}\psi_{ih} \\ \dot{Y}_{ih} &= (\dot{\xi}_{ih} + V_{il}\psi_{ih}) \sin \psi_{il} + (\dot{\eta}_{ih} - U_{il}\psi_{ih}) \cos \psi_{il} + \dot{X}_{il}\psi_{ih} \\ \dot{Z}_{ih} &= \dot{\zeta}_{ih} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2) \quad (4.41)$$

の式から得られる値を, (4.40) 式から得られる値に加えればよい. なお, 船体固定座標系で定義される角速度  $(p_i, q_i, r_i)$  とオイラー角  $(\phi_i, \theta_i, \psi_i)$  には,  $O(\varepsilon)$  の項まで考えるとき, 次式の関係がある.

$$\left. \begin{aligned} p_i &= \dot{\phi}_{il} + \dot{\phi}_{ih} \\ q_i &= \dot{\psi}_{il} \sin \phi_{il} + \dot{\theta}_{ih} \cos \phi_{il} + \dot{\psi}_{ih} \sin \phi_{il} \\ r_i &= \dot{\psi}_{il} \cos \phi_{il} - \dot{\theta}_{ih} \sin \phi_{il} + \dot{\psi}_{ih} \cos \phi_{il} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2) \quad (4.42)$$

## 4.2 運動方程式の具体的表記

### 4.2.1 被曳船の運動変数の成分別表記

解くべき運動方程式を示すにあたり，まず，被曳船の運動変数の低周波数成分および高周波数成分について表記しておく必要がある．(4.12) 式を成分別に示すと，

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{2l} &= \dot{X}_{1l} + \dot{\psi}_{1l}l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1l} + \alpha_1) + \dot{\psi}_{tl}l_t \cos \theta_{tl} \sin \psi_{tl} \\ &\quad + \dot{\psi}_{2l}l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2l} + \alpha_2) \\ \dot{Y}_{2l} &= \dot{Y}_{1l} - \dot{\psi}_{1l}l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1l} + \alpha_1) - \dot{\psi}_{tl}l_t \cos \theta_{tl} \cos \psi_{tl} \\ &\quad - \dot{\psi}_{2l}l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2l} + \alpha_2) \\ \dot{Z}_{2l} &= \dot{Z}_{1l} \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{2h} &= \dot{X}_{1h} + \dot{\psi}_{1h}l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1l} + \alpha_1) + \dot{\theta}_{th}l_t \sin \theta_{tl} \cos \psi_{tl} \\ &\quad + \dot{\psi}_{th}l_t \cos \theta_{tl} \sin \psi_{tl} + \dot{\psi}_{2h}l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2l} + \alpha_2) \\ \dot{Y}_{2h} &= \dot{Y}_{1h} - \dot{\psi}_{1h}l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1l} + \alpha_1) + \dot{\theta}_{th}l_t \sin \theta_{tl} \sin \psi_{tl} \\ &\quad - \dot{\psi}_{th}l_t \cos \theta_{tl} \cos \psi_{tl} - \dot{\psi}_{2h}l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2l} + \alpha_2) \\ \dot{Z}_{2h} &= \dot{Z}_{1h} + \dot{\theta}_{th}l_t \cos \theta_{tl} \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

となる．ただし，低周波数成分においては，並進運動について  $O(\sigma)$  の項まで，回転運動について  $O(\sigma^2)$  の項まで考えることとし，高周波数成分においては  $O(\varepsilon)$  の項まで考えることとした．この取り扱いは，前節の仮定を踏襲するものであり，以降もこの仮定に準じて表記していく．また，曳航索の傾斜角の低周波数成分  $\theta_{tl}$  は， $\theta_{tl} = \sin^{-1} \{(z_{T_1} - z_{T_2})/l_t\}$  として与えられるため，その時間微分項  $\dot{\theta}_{tl}$  はゼロとしている．

ここで，(4.43)(4.44) 式のそれぞれの時間微分項についても示しておく．それらは，以下の様に表される．

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_{2l} &= \ddot{X}_{1l} + \ddot{\psi}_{1l}l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1l} + \alpha_1) + \ddot{\psi}_{tl}l_t \cos \theta_{tl} \sin \psi_{tl} \\ &\quad + \ddot{\psi}_{2l}l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2l} + \alpha_2) + \dot{\psi}_{1l}^2 l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1l} + \alpha_1) \\ &\quad + \dot{\psi}_{tl}^2 l_t \cos \theta_{tl} \cos \psi_{tl} + \dot{\psi}_{2l}^2 l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2l} + \alpha_2) \\ \ddot{Y}_{2l} &= \ddot{Y}_{1l} - \ddot{\psi}_{1l}l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1l} + \alpha_1) - \ddot{\psi}_{tl}l_t \cos \theta_{tl} \cos \psi_{tl} \\ &\quad - \ddot{\psi}_{2l}l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2l} + \alpha_2) + \dot{\psi}_{1l}^2 l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1l} + \alpha_1) \\ &\quad + \dot{\psi}_{tl}^2 l_t \cos \theta_{tl} \sin \psi_{tl} + \dot{\psi}_{2l}^2 l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2l} + \alpha_2) \\ \ddot{Z}_{2l} &= \ddot{Z}_{1l} \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_{2h} &= \ddot{X}_{1h} + \ddot{\psi}_{1h} \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1e} + \alpha_1) + \ddot{\theta}_{th} \ell_t \sin \theta_{te} \cos \psi_{te} \\ &\quad + \ddot{\psi}_{th} \ell_t \cos \theta_{te} \sin \psi_{te} + \ddot{\psi}_{2h} \ell_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2e} + \alpha_2) \\ \ddot{Y}_{2h} &= \ddot{Y}_{1h} - \ddot{\psi}_{1h} \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1e} + \alpha_1) + \ddot{\theta}_{th} \ell_t \sin \theta_{te} \sin \psi_{te} \\ &\quad - \ddot{\psi}_{th} \ell_t \cos \theta_{te} \cos \psi_{te} - \ddot{\psi}_{2h} \ell_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2e} + \alpha_2) \\ \ddot{Z}_{2h} &= \ddot{Z}_{1h} + \ddot{\theta}_{th} \ell_t \cos \theta_{te} \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

また，空間固定座標系と船体固定座標系の関係式である (4.13) 式についても成分別に示すと

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{1e} &= U_{1e} \cos \psi_{1e} - V_{1e} \sin \psi_{1e} \\ \dot{Y}_{1e} &= U_{1e} \sin \psi_{1e} + V_{1e} \cos \psi_{1e} \\ \dot{Z}_{1e} &= W_{1e} \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{1h} &= \dot{U}_{1h} \cos \psi_{1e} - \dot{V}_{1h} \sin \psi_{1e} - \dot{\psi}_{1h} (U_{1e} \sin \psi_{1e} + V_{1e} \cos \psi_{1e}) \\ \dot{Y}_{1h} &= \dot{U}_{1h} \sin \psi_{1e} + \dot{V}_{1h} \cos \psi_{1e} + \dot{\psi}_{1h} (U_{1e} \cos \psi_{1e} - V_{1e} \sin \psi_{1e}) \\ \dot{Z}_{1h} &= \dot{W}_{1h} \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

となり，その時間微分項は，以下の様に表される．

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_{1e} &= \ddot{U}_{1e} \cos \psi_{1e} - \ddot{V}_{1e} \sin \psi_{1e} - \dot{\psi}_{1e} (U_{1e} \sin \psi_{1e} + V_{1e} \cos \psi_{1e}) \\ \ddot{Y}_{1e} &= \ddot{U}_{1e} \sin \psi_{1e} + \ddot{V}_{1e} \cos \psi_{1e} + \dot{\psi}_{1e} (U_{1e} \cos \psi_{1e} - V_{1e} \sin \psi_{1e}) \\ \ddot{Z}_{1e} &= \ddot{W}_{1e} \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_{1h} &= \ddot{U}_{1h} \cos \psi_{1e} - \ddot{V}_{1h} \sin \psi_{1e} - \dot{\psi}_{1h} (U_{1e} \sin \psi_{1e} + V_{1e} \cos \psi_{1e}) \\ \ddot{Y}_{1h} &= \ddot{U}_{1h} \sin \psi_{1e} + \ddot{V}_{1h} \cos \psi_{1e} + \dot{\psi}_{1h} (U_{1e} \cos \psi_{1e} - V_{1e} \sin \psi_{1e}) \\ \ddot{Z}_{1h} &= \ddot{W}_{1h} \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

最後に，(4.14) 式を成分別に示すと，

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} U_{2\ell} &= \dot{X}_{2\ell} \cos \psi_{2\ell} + \dot{Y}_{2\ell} \sin \psi_{2\ell} \\ V_{2\ell} &= -\dot{X}_{2\ell} \sin \psi_{2\ell} + \dot{Y}_{2\ell} \cos \psi_{2\ell} \\ W_{2\ell} &= \dot{Z}_{2\ell} \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} U_{2h} &= \dot{X}_{2h} \cos \psi_{2\ell} + \dot{Y}_{2h} \sin \psi_{2\ell} + V_{2\ell} \psi_{2h} \\ V_{2h} &= -\dot{X}_{2h} \sin \psi_{2\ell} + \dot{Y}_{2h} \cos \psi_{2\ell} - U_{2\ell} \psi_{2h} \\ W_{2h} &= \dot{Z}_{2h} \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

となり，その時間微分項は以下の様に表される．

低周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{2\ell} &= \ddot{X}_{2\ell} \cos \psi_{2\ell} + \ddot{Y}_{2\ell} \sin \psi_{2\ell} + V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \\ \dot{V}_{2\ell} &= -\ddot{X}_{2\ell} \sin \psi_{2\ell} + \ddot{Y}_{2\ell} \cos \psi_{2\ell} - U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \\ \dot{W}_{2\ell} &= \ddot{Z}_{2\ell} \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

高周波数成分

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{2h} &= \ddot{X}_{2h} \cos \psi_{2\ell} + \ddot{Y}_{2h} \sin \psi_{2\ell} + V_{2\ell} \dot{\psi}_{2h} \\ \dot{V}_{2h} &= -\ddot{X}_{2h} \sin \psi_{2\ell} + \ddot{Y}_{2h} \cos \psi_{2\ell} - U_{2\ell} \dot{\psi}_{2h} \\ \dot{W}_{2h} &= \ddot{Z}_{2h} \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

## 4.2.2 運動方程式の低周波数成分 (操縦運動)

各船の操縦運動について解くべき運動方程式を改めて示す。(4.23)(4.27)(4.29) 式に (4.33)(4.34)(4.37)(4.38) 式を代入すると, 次式が得られる.

$$m_1(\dot{U}_{1\ell} - V_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell}) = -m_{x1}\dot{U}_{1\ell} + m_{y1}V_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell} + X_{H1} + X_{P1} + X_{R1} + X_{W1} - T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \quad (4.55)$$

$$m_1(\dot{V}_{1\ell} + U_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell}) = -m_{y1}\dot{V}_{1\ell} - m_{x1}U_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell} + Y_{H1} + Y_{P1} + Y_{R1} + Y_{W1} - T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \quad (4.56)$$

$$I_{xx1}\ddot{\phi}_{1\ell} = -J_{xx1}\ddot{\phi}_{1\ell} + z_{G1}(m_{y1}\dot{V}_{1\ell} + m_{x1}U_{1\ell}\dot{\psi}_{1\ell}) + K_{H1} + K_{P1} + K_{R1} - T_{S\ell} \{ \ell_{y1} \sin \theta_{t\ell} + \ell_{z1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \} \quad (4.57)$$

$$I_{zz1}\ddot{\psi}_{1\ell} = -J_{zz1}\ddot{\psi}_{1\ell} + z_{G1}m_{y1}U_{1\ell}\dot{\phi}_{1\ell} + N_{H1} + N_{P1} + N_{R1} + N_{W1} + T_{S\ell} \{ \ell_{x1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) - \ell_{y1} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \} \quad (4.58)$$

$$I_{xx2}\ddot{\phi}_{2\ell} = -J_{xx2}\ddot{\phi}_{2\ell} + z_{G2}(m_{y2}\dot{V}_{2\ell} + m_{x2}U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell}) + K_{H2} - T_{S\ell} \{ \ell_{y2} \sin \theta_{t\ell} - \ell_{z2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \} \quad (4.59)$$

$$I_{zz2}\ddot{\psi}_{2\ell} = -J_{zz2}\ddot{\psi}_{2\ell} + z_{G2}m_{y2}U_{2\ell}\dot{\phi}_{2\ell} + N_{H2} + N_{W2} + T_{S\ell} \{ \ell_{x2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - \ell_{y2} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} m_2(\dot{U}_{2\ell} - V_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell}) \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - m_2(\dot{V}_{2\ell} + U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell}) \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ = \left( -m_{x2}\dot{U}_{2\ell} + m_{y2}V_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} + X_{H2} + X_{W2} \right) \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ - \left( -m_{y2}\dot{V}_{2\ell} - m_{x2}U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} + Y_{H2} + Y_{W2} \right) \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \end{aligned} \quad (4.61)$$

未知数  $U_{1\ell}, V_{1\ell}, \phi_{1\ell}, \psi_{1\ell}, \phi_{2\ell}, \psi_{2\ell}, \psi_{t\ell}$  を解くためには, 上記の式に含まれる  $\dot{U}_{2\ell}, \dot{V}_{2\ell}, T_{S\ell}$  を消去する必要がある.

まず,  $\dot{U}_{2\ell}$  は, (4.53) 式に (4.45)(4.49) 式を代入して,

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2\ell} = & \left\{ \dot{U}_{1\ell} \cos \psi_{1\ell} - \dot{V}_{1\ell} \sin \psi_{1\ell} - \dot{\psi}_{1\ell}(U_{1\ell} \sin \psi_{1\ell} + V_{1\ell} \cos \psi_{1\ell}) \right. \\ & + \ddot{\psi}_{1\ell} \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1) + \ddot{\psi}_{t\ell} \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin \psi_{t\ell} \\ & + \ddot{\psi}_{2\ell} \ell_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2\ell} + \alpha_2) + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1) \\ & \left. + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos \psi_{t\ell} + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2\ell} + \alpha_2) \right\} \cos \psi_{2\ell} \\ & + \left\{ \dot{U}_{1\ell} \sin \psi_{1\ell} + \dot{V}_{1\ell} \cos \psi_{1\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}(U_{1\ell} \cos \psi_{1\ell} - V_{1\ell} \sin \psi_{1\ell}) \right. \\ & - \ddot{\psi}_{1\ell} \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1) - \ddot{\psi}_{t\ell} \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos \psi_{t\ell} \\ & - \ddot{\psi}_{2\ell} \ell_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2\ell} + \alpha_2) + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1) \\ & \left. + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin \psi_{t\ell} + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2\ell} + \alpha_2) \right\} \sin \psi_{2\ell} \\ & + V_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} \end{aligned} \quad (4.62)$$

となる．上式を整理すると， $\dot{U}_{2\ell}$  は以下の様に表される．

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_{2\ell} = & \dot{U}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - \dot{V}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & + \ddot{\psi}_{1\ell} \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) + \ddot{\psi}_{t\ell} \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \ddot{\psi}_{2\ell} \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2 \\
 & - U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) + V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \\
 & + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

同様の手法で， $\dot{V}_{2\ell}$  は

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{2\ell} = & \dot{U}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{V}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - \ddot{\psi}_{1\ell} \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) - \ddot{\psi}_{t\ell} \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - \ddot{\psi}_{2\ell} \ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 \\
 & + U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \\
 & + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2
 \end{aligned} \tag{4.64}$$

と表される．最後に，(4.38) 式及びここで得られた (4.63)(4.64) 式を (4.31) 式に代入して整理すると， $T_{S\ell}$  は

$$\begin{aligned}
 T_{S\ell} = & \dot{U}_{1\ell} \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & + (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \} \\
 & - \dot{V}_{1\ell} \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \} \\
 & + \ddot{\psi}_{1\ell} \ell_1 \cos \gamma_1 \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\
 & - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \} \\
 & + \ddot{\psi}_{t\ell} \ell_t \cos \theta_{t\ell} \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \} \\
 & + \ddot{\psi}_{2\ell} \ell_2 \cos \gamma_2 \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin \alpha_2 \\
 & - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos \alpha_2 \} \\
 & + (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \{ -U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & + V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\
 & + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 \} \\
 & + (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \{ U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\
 & + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2 \} \\
 & + (m_2 + m_{x2}) U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - (m_2 + m_{y2}) V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - (X_{H2} + X_{W2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - (Y_{H2} + Y_{W2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})
 \end{aligned} \tag{4.65}$$

となる．解くべき運動方程式に，これらの  $\dot{U}_{2\ell}, \dot{V}_{2\ell}, T_{S\ell}$  をそのまま代入すると式が煩雑となるため，以下の様に簡略化した表記を用いることとする．

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{2\ell} &= A_U \dot{U}_{1\ell} + B_U \dot{V}_{1\ell} + C_U \ddot{\psi}_{1\ell} + D_U \ddot{\psi}_{2\ell} + E_U \ddot{\psi}_{t\ell} + F_U \\ \dot{V}_{2\ell} &= A_V \dot{U}_{1\ell} + B_V \dot{V}_{1\ell} + C_V \ddot{\psi}_{1\ell} + D_V \ddot{\psi}_{2\ell} + E_V \ddot{\psi}_{t\ell} + F_V \\ T_{S\ell} &= A_T \dot{U}_{1\ell} + B_T \dot{V}_{1\ell} + C_T \ddot{\psi}_{1\ell} + D_T \ddot{\psi}_{2\ell} + E_T \ddot{\psi}_{t\ell} + F_T \end{aligned} \right\} \quad (4.66)$$

ただし，

$$\begin{aligned} A_U &= \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad B_U = -\sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ C_U &= \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ D_U &= \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2 \quad , \quad E_U = \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ F_U &= -U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ &\quad + V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ &\quad + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 \\ \\ A_V &= \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad B_V = \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ C_V &= -\ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ D_V &= -\ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 \quad , \quad E_V = -\ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ F_V &= U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ &\quad - U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ &\quad + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2 \\ \\ A_T &= (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ &\quad + (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ B_T &= -(m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ &\quad + (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\ C_T &= \ell_1 \cos \gamma_1 \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ &\quad - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \} \\ D_T &= \ell_2 \cos \gamma_2 \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin \alpha_2 \\ &\quad - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos \alpha_2 \} \\ E_T &= \ell_t \cos \theta_{t\ell} \{ (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\ &\quad - (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_T = & (m_2 + m_{x2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \{ -U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & + V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\
 & + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 \} \\
 & + (m_2 + m_{y2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \{ U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + \dot{\psi}_{1\ell}^2 \ell_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\
 & + \dot{\psi}_{t\ell}^2 \ell_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \dot{\psi}_{2\ell}^2 \ell_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2 \} \\
 & + (m_2 + m_{x2}) U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - (m_2 + m_{y2}) V_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 & - (X_{H2} + X_{W2}) \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - (Y_{H2} + Y_{W2}) \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})
 \end{aligned}$$

である．(4.66) 式を (4.55)～(4.61) 式に代入することにより，最終的に解くべき運動方程式は以下の様に示される．

$$\begin{aligned}
 & (m_1 + m_{x1} + A_T \gamma_{cc1}) \dot{U}_{1\ell} + B_T \gamma_{cc1} \dot{V}_{1\ell} + C_T \gamma_{cc1} \ddot{\psi}_{1\ell} + D_T \gamma_{cc1} \ddot{\psi}_{2\ell} + E_T \gamma_{cc1} \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = (m_1 + m_{y1}) V_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} + X_{H1} + X_{P1} + X_{R1} + X_{W1} - F_T \gamma_{cc1}
 \end{aligned} \tag{4.67}$$

$$\begin{aligned}
 & A_T \gamma_{cs1} \dot{U}_{1\ell} + (m_1 + m_{y1} + B_T \gamma_{cs1}) \dot{V}_{1\ell} + C_T \gamma_{cs1} \ddot{\psi}_{1\ell} + D_T \gamma_{cs1} \ddot{\psi}_{2\ell} + E_T \gamma_{cs1} \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = -(m_1 + m_{x1}) U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} + Y_{H1} + Y_{P1} + Y_{R1} + Y_{W1} - F_T \gamma_{cs1}
 \end{aligned} \tag{4.68}$$

$$\begin{aligned}
 & A_T \ell_{yz1} \dot{U}_{1\ell} + (B_T \ell_{yz1} - z_{G1} m_{y1}) \dot{V}_{1\ell} + (I_{xx1} + J_{xx1}) \ddot{\phi}_{1\ell} + C_T \ell_{yz1} \ddot{\psi}_{1\ell} \\
 & + D_T \ell_{yz1} \ddot{\psi}_{2\ell} + E_T \ell_{yz1} \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = z_{G1} m_{x1} U_{1\ell} \dot{\psi}_{1\ell} + K_{H1} + K_{P1} + K_{R1} - F_T \ell_{yz1}
 \end{aligned} \tag{4.69}$$

$$\begin{aligned}
 & -A_T \ell_{xy1} \dot{U}_{1\ell} - B_T \ell_{xy1} \dot{V}_{1\ell} + (I_{zz1} + J_{zz1} - C_T \ell_{xy1}) \ddot{\psi}_{1\ell} - D_T \ell_{xy1} \ddot{\psi}_{2\ell} - E_T \ell_{xy1} \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = z_{G1} m_{y1} U_{1\ell} \dot{\phi}_{1\ell} + N_{H1} + N_{P1} + N_{R1} + N_{W1} + F_T \ell_{xy1}
 \end{aligned} \tag{4.70}$$

$$\begin{aligned}
 & (A_T \ell_{yz2} - A_V z_{G2} m_{y2}) \dot{U}_{1\ell} + (B_T \ell_{yz2} - B_V z_{G2} m_{y2}) \dot{V}_{1\ell} + (C_T \ell_{yz2} - C_V z_{G2} m_{y2}) \ddot{\psi}_{1\ell} \\
 & + (I_{xx2} + J_{xx2}) \ddot{\phi}_{2\ell} + (D_T \ell_{yz2} - D_V z_{G2} m_{y2}) \ddot{\psi}_{2\ell} + (E_T \ell_{yz2} - E_V z_{G2} m_{y2}) \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = z_{G2} m_{x2} U_{2\ell} \dot{\psi}_{2\ell} + K_{H2} - F_T \ell_{yz2} + F_V z_{G2} m_{y2}
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

$$\begin{aligned}
 & -A_T \ell_{xy2} \dot{U}_{1\ell} - B_T \ell_{xy2} \dot{V}_{1\ell} - C_T \ell_{xy2} \ddot{\psi}_{1\ell} + (I_{zz2} + J_{zz2} - D_T \ell_{xy2}) \ddot{\psi}_{2\ell} - E_T \ell_{xy2} \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = z_{G2} m_{y2} U_{2\ell} \dot{\phi}_{2\ell} + N_{H2} + N_{W2} + F_T \ell_{xy2}
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

$$\begin{aligned}
 & \{A_U(m_2 + m_{x2})\gamma_{s2} - A_V(m_2 + m_{y2})\gamma_{c2}\} \dot{U}_{1\ell} \\
 & + \{B_U(m_2 + m_{x2})\gamma_{s2} - B_V(m_2 + m_{y2})\gamma_{c2}\} \dot{V}_{1\ell} \\
 & + \{C_U(m_2 + m_{x2})\gamma_{s2} - C_V(m_2 + m_{y2})\gamma_{c2}\} \ddot{\psi}_{1\ell} \\
 & + \{D_U(m_2 + m_{x2})\gamma_{s2} - D_V(m_2 + m_{y2})\gamma_{c2}\} \ddot{\psi}_{2\ell} \\
 & + \{E_U(m_2 + m_{x2})\gamma_{s2} - E_V(m_2 + m_{y2})\gamma_{c2}\} \ddot{\psi}_{t\ell} \\
 & = \{(m_2 + m_{y2})V_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} + X_{H2} + X_{W2}\}\gamma_{s2} \\
 & - \{-(m_2 + m_{x2})U_{2\ell}\dot{\psi}_{2\ell} + Y_{H2} + Y_{W2}\}\gamma_{c2} \\
 & - F_U(m_2 + m_{x2})\gamma_{s2} + F_V(m_2 + m_{y2})\gamma_{c2}
 \end{aligned} \tag{4.73}$$

ただし ,

$$\begin{aligned}
 \gamma_{cc1} &= \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \quad , \quad \gamma_{cs1} = \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l_{yz1} &= l_{y1} \sin \theta_{t\ell} + l_{z1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l_{xy1} &= l_{x1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) - l_{y1} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l_{yz2} &= l_{y2} \sin \theta_{t\ell} - l_{z2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 l_{xy2} &= l_{x2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - l_{y2} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 \gamma_{s2} &= \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad \gamma_{c2} = \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})
 \end{aligned}$$

## 4.2.3 運動方程式の高周波数成分 (波浪動揺)

各船の波浪動揺運動について解くべき運動方程式を改めて示す。(4.26)(4.28)(4.30)式に(4.35)(4.36)(4.39)式を代入すると,次式が得られる.

$$m_1 \ddot{\xi}_{1h} = -C_{11}^{(1)} \xi_{1h} + A(F_{1c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{1s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - T_{Sh} \gamma_{cc1} + \theta_{th} T_{Sl} \gamma_{sc1} + (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Sl} \gamma_{cs1} \quad (4.74)$$

$$m_1 \ddot{\eta}_{1h} = -A_{22}^{(1)} \ddot{\eta}_{1h} - B_{22}^{(1)} \dot{\eta}_{1h} - C_{22}^{(1)} \eta_{1h} - A_{24}^{(1)} \ddot{\phi}_{1h} - B_{24}^{(1)} \dot{\phi}_{1h} - C_{24}^{(1)} \phi_{1h} - A_{26}^{(1)} \ddot{\psi}_{1h} - B_{26}^{(1)} \dot{\psi}_{1h} + A(F_{2c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{2s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - T_{Sh} \gamma_{cs1} + \theta_{th} T_{Sl} \gamma_{ss1} - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Sl} \gamma_{cc1} \quad (4.75)$$

$$m_1 \ddot{\zeta}_{1h} = -A_{33}^{(1)} \ddot{\zeta}_{1h} - B_{33}^{(1)} \dot{\zeta}_{1h} - C_{33}^{(1)} \zeta_{1h} - A_{35}^{(1)} \ddot{\theta}_{1h} - B_{35}^{(1)} \dot{\theta}_{1h} - C_{35}^{(1)} \theta_{1h} + A(F_{3c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{3s}^{(1)} \sin \omega_1^*) + T_{Sh} \sin \theta_{te} + \theta_{th} T_{Sl} \cos \theta_{te} \quad (4.76)$$

$$I_{xx1} \ddot{\phi}_{1h} = -A_{44}^{(1)} \ddot{\phi}_{1h} - B_{44}^{(1)} \dot{\phi}_{1h} - C_{44}^{(1)} \phi_{1h} - A_{42}^{(1)} \ddot{\eta}_{1h} - B_{42}^{(1)} \dot{\eta}_{1h} - C_{42}^{(1)} \eta_{1h} - A_{46}^{(1)} \ddot{\psi}_{1h} - B_{46}^{(1)} \dot{\psi}_{1h} + A(F_{4c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{4s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - T_{Sh} \ell_{yz1} - \theta_{th} T_{Sl} \ell'_{yz1} - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Sl} \ell_{z1} \gamma_{cc1} \quad (4.77)$$

$$I_{yy1} \ddot{\theta}_{1h} = -A_{55}^{(1)} \ddot{\theta}_{1h} - B_{55}^{(1)} \dot{\theta}_{1h} - C_{55}^{(1)} \theta_{1h} - A_{53}^{(1)} \ddot{\zeta}_{1h} - B_{53}^{(1)} \dot{\zeta}_{1h} - C_{53}^{(1)} \zeta_{1h} + A(F_{5c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{5s}^{(1)} \sin \omega_1^*) + T_{Sh} \ell_{xz1} + \theta_{th} T_{Sl} \ell'_{xz1} - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Sl} \ell_{z1} \gamma_{cs1} \quad (4.78)$$

$$I_{zz1} \ddot{\psi}_{1h} = -A_{66}^{(1)} \ddot{\psi}_{1h} - B_{66}^{(1)} \dot{\psi}_{1h} - C_{66}^{(1)} \psi_{1h} - A_{64}^{(1)} \ddot{\phi}_{1h} - B_{64}^{(1)} \dot{\phi}_{1h} - A_{62}^{(1)} \ddot{\eta}_{1h} - B_{62}^{(1)} \dot{\eta}_{1h} + A(F_{6c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{6s}^{(1)} \sin \omega_1^*) + T_{Sh} \ell_{xy1} - \theta_{th} T_{Sl} \ell'_{xy1} + (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{Sl} \ell''_{xy1} \quad (4.79)$$

$$m_2 \ddot{\zeta}_{2h} = -A_{33}^{(2)} \ddot{\zeta}_{2h} - B_{33}^{(2)} \dot{\zeta}_{2h} - C_{33}^{(2)} \zeta_{2h} - A_{35}^{(2)} \ddot{\theta}_{2h} - B_{35}^{(2)} \dot{\theta}_{2h} - C_{35}^{(2)} \theta_{2h} + A(F_{3c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{3s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - T_{Sh} \sin \theta_{te} - \theta_{th} T_{Sl} \cos \theta_{te} \quad (4.80)$$

$$I_{xx2} \ddot{\phi}_{2h} = -A_{44}^{(2)} \ddot{\phi}_{2h} - B_{44}^{(2)} \dot{\phi}_{2h} - C_{44}^{(2)} \phi_{2h} - A_{42}^{(2)} \ddot{\eta}_{2h} - B_{42}^{(2)} \dot{\eta}_{2h} - C_{42}^{(2)} \eta_{2h} - A_{46}^{(2)} \ddot{\psi}_{2h} - B_{46}^{(2)} \dot{\psi}_{2h} + A(F_{4c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{4s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - T_{Sh} \ell_{yz2} - \theta_{th} T_{Sl} \ell'_{yz2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Sl} \ell_{z2} \gamma_{cc2} \quad (4.81)$$

$$I_{yy2} \ddot{\theta}_{2h} = -A_{55}^{(2)} \ddot{\theta}_{2h} - B_{55}^{(2)} \dot{\theta}_{2h} - C_{55}^{(2)} \theta_{2h} - A_{53}^{(2)} \ddot{\zeta}_{2h} - B_{53}^{(2)} \dot{\zeta}_{2h} - C_{53}^{(2)} \zeta_{2h} + A(F_{5c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{5s}^{(2)} \sin \omega_2^*) + T_{Sh} \ell_{xz2} + \theta_{th} T_{Sl} \ell'_{xz2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Sl} \ell_{z2} \gamma_{cs2} \quad (4.82)$$

$$I_{zz2} \ddot{\psi}_{2h} = -A_{66}^{(2)} \ddot{\psi}_{2h} - B_{66}^{(2)} \dot{\psi}_{2h} - C_{66}^{(2)} \psi_{2h} - A_{64}^{(2)} \ddot{\phi}_{2h} - B_{64}^{(2)} \dot{\phi}_{2h} - A_{62}^{(2)} \ddot{\eta}_{2h} - B_{62}^{(2)} \dot{\eta}_{2h} + A(F_{6c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{6s}^{(2)} \sin \omega_2^*) + T_{Sh} \ell_{xy2} - \theta_{th} T_{Sl} \ell'_{xy2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{Sl} \ell''_{xy2} \quad (4.83)$$

$$\begin{aligned}
 m_2 \gamma_{s2} \ddot{\xi}_{2h} - m_2 \gamma_{c2} \ddot{\eta}_{2h} &= \left\{ -C_{11}^{(2)} \xi_{2h} + A(F_{1c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{1s}^{(2)} \sin \omega_2^*) \right\} \gamma_{s2} \\
 &\quad - \left\{ -A_{22}^{(2)} \ddot{\eta}_{2h} - B_{22}^{(2)} \dot{\eta}_{2h} - C_{22}^{(2)} \eta_{2h} - A_{24}^{(2)} \ddot{\phi}_{2h} - B_{24}^{(2)} \dot{\phi}_{2h} - C_{24}^{(2)} \phi_{2h} \right. \\
 &\quad \left. - A_{26}^{(2)} \ddot{\psi}_{2h} - B_{26}^{(2)} \dot{\psi}_{2h} + A(F_{2c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{2s}^{(2)} \sin \omega_2^*) \right\} \gamma_{c2} \\
 &\quad + (\psi_{th} - \psi_{2h}) (F_{x2\ell} \gamma_{c2} + F_{y2\ell} \gamma_{s2})
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 \gamma_{sc1} &= \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \quad , \quad \gamma_{ss1} = \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l'_{yz1} &= l_{y1} \cos \theta_{t\ell} - l_{z1} \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l_{xz1} &= l_{x1} \sin \theta_{t\ell} + l_{z1} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l'_{xz1} &= l_{x1} \cos \theta_{t\ell} - l_{z1} \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l'_{xy1} &= l_{x1} \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) - l_{y1} \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l''_{xy1} &= l_{x1} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) + l_{y1} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{1\ell}) \\
 l'_{yz2} &= l_{y2} \cos \theta_{t\ell} + l_{z2} \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 l_{xz2} &= l_{x2} \sin \theta_{t\ell} - l_{z2} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 l'_{xz2} &= l_{x2} \cos \theta_{t\ell} + l_{z2} \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 \gamma_{cc2} &= \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad \gamma_{cs2} = \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 l'_{xy2} &= l_{x2} \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - l_{y2} \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \\
 l''_{xy2} &= l_{x2} \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + l_{y2} \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})
 \end{aligned}$$

なお,  $T_{S\ell}, F_{x2\ell}, F_{y2\ell}$  は低周波数成分の運動方程式より求まるので, ここでは, そのままの表記で取り扱うこととする. 未知数  $\xi_{1h}, \eta_{1h}, \zeta_{1h}, \phi_{1h}, \theta_{1h}, \psi_{1h}, \phi_{2h}, \theta_{2h}, \psi_{2h}, \theta_{th}, \psi_{th}$  を解くためには, 上記の式に含まれる  $\ddot{\xi}_{2h}, \ddot{\eta}_{2h}, \ddot{\zeta}_{2h}, T_{Sh}$  を消去する必要がある.

まず,  $\ddot{\xi}_{2h}$  は, (4.54) 式に (4.46)(4.50) 式を代入し, かつ, (4.25) 式を用いて船体動揺成分に関する表記に書き換えると, 以下の様に表される.

$$\begin{aligned}
 \ddot{\xi}_{2h} &= \left\{ \ddot{\xi}_{1h} \cos \psi_{1\ell} - \ddot{\eta}_{1h} \sin \psi_{1\ell} + \ddot{\psi}_{1h} l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1) \right. \\
 &\quad \left. + \ddot{\psi}_{2h} l_2 \cos \gamma_2 \sin(\psi_{2\ell} + \alpha_2) + \ddot{\theta}_{th} l_t \sin \theta_{t\ell} \cos \psi_{t\ell} + \ddot{\psi}_{th} l_t \cos \theta_{t\ell} \sin \psi_{t\ell} \right\} \cos \psi_{2\ell} \\
 &\quad + \left\{ \ddot{\xi}_{1h} \sin \psi_{1\ell} + \ddot{\eta}_{1h} \cos \psi_{1\ell} - \ddot{\psi}_{1h} l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1) \right. \\
 &\quad \left. - \ddot{\psi}_{2h} l_2 \cos \gamma_2 \cos(\psi_{2\ell} + \alpha_2) + \ddot{\theta}_{th} l_t \sin \theta_{t\ell} \sin \psi_{t\ell} - \ddot{\psi}_{th} l_t \cos \theta_{t\ell} \cos \psi_{t\ell} \right\} \sin \psi_{2\ell}
 \end{aligned} \tag{4.85}$$

上式を整理すると,  $\ddot{\xi}_{2h}$  は

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_{2h} = & \ddot{\xi}_{1h} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - \ddot{\eta}_{1h} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) + \ddot{\psi}_{1h} l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ & + \ddot{\psi}_{2h} l_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2 + \ddot{\theta}_{th} l_t \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) + \ddot{\psi}_{th} l_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \end{aligned} \quad (4.86)$$

となる．同様の手法により,  $\ddot{\eta}_{2h}$  は

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_{2h} = & \ddot{\xi}_{1h} \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) + \ddot{\eta}_{1h} \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) - \ddot{\psi}_{1h} l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \\ & - \ddot{\psi}_{2h} l_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 + \ddot{\theta}_{th} l_t \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) - \ddot{\psi}_{th} l_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \end{aligned} \quad (4.87)$$

と表され,  $\ddot{\zeta}_{2h}$  は

$$\ddot{\zeta}_{2h} = \ddot{\zeta}_{1h} + \ddot{\theta}_{th} l_t \cos \theta_{t\ell} \quad (4.88)$$

と表される．最後に,  $T_{Sh}$  の表示式を導く．(4.39) 式を (4.32) 式に代入して整理すると,

$$\begin{aligned} T_{Sh} = & m_2 \gamma_{cc2} \ddot{\xi}_{2h} + (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{cs2} \ddot{\eta}_{2h} - (m_2 + A_{33}^{(2)}) \sin \theta_{t\ell} \ddot{\zeta}_{2h} \\ & + A_{24}^{(2)} \gamma_{cs2} \ddot{\phi}_{2h} - A_{35}^{(2)} \sin \theta_{t\ell} \ddot{\theta}_{2h} + A_{26}^{(2)} \gamma_{cs2} \ddot{\psi}_{2h} \\ & + B_{22}^{(2)} \gamma_{cs2} \dot{\eta}_{2h} - B_{33}^{(2)} \sin \theta_{t\ell} \dot{\zeta}_{2h} + B_{24}^{(2)} \gamma_{cs2} \dot{\phi}_{2h} - B_{35}^{(2)} \sin \theta_{t\ell} \dot{\theta}_{2h} + B_{26}^{(2)} \gamma_{cs2} \dot{\psi}_{2h} \\ & + C_{11}^{(2)} \gamma_{cc2} \xi_{2h} + C_{22}^{(2)} \gamma_{cs2} \eta_{2h} - C_{33}^{(2)} \sin \theta_{t\ell} \zeta_{2h} + C_{24}^{(2)} \gamma_{cs2} \phi_{2h} - C_{35}^{(2)} \sin \theta_{t\ell} \theta_{2h} \\ & - (F_{x2\ell} \gamma_{cs2} - F_{y2\ell} \gamma_{cc2}) \psi_{2h} + (F_{x2\ell} \gamma_{sc2} + F_{y2\ell} \gamma_{ss2}) \theta_{th} \\ & + (F_{x2\ell} \gamma_{cs2} - F_{y2\ell} \gamma_{cc2}) \psi_{th} - \gamma_{cc2} A (F_{1c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{1s}^{(2)} \sin \omega_2^*) \\ & - \gamma_{cs2} A (F_{2c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{2s}^{(2)} \sin \omega_2^*) + \sin \theta_{t\ell} A (F_{3c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{3s}^{(2)} \sin \omega_2^*) \end{aligned} \quad (4.89)$$

となる．ここで, (4.86)(4.87) 式を以下の様な簡略化した表記で表すこととする．

$$\ddot{\xi}_{2h} = A_\xi \ddot{\xi}_{1h} + B_\xi \ddot{\eta}_{1h} + C_\xi \ddot{\psi}_{1h} + D_\xi \ddot{\psi}_{2h} + E_\xi \ddot{\theta}_{th} + F_\xi \ddot{\psi}_{th} \quad (4.90)$$

$$\ddot{\eta}_{2h} = A_\eta \ddot{\xi}_{1h} + B_\eta \ddot{\eta}_{1h} + C_\eta \ddot{\psi}_{1h} + D_\eta \ddot{\psi}_{2h} + E_\eta \ddot{\theta}_{th} + F_\eta \ddot{\psi}_{th} \quad (4.91)$$

ただし,

$$A_\xi = \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad B_\xi = -\sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell})$$

$$C_\xi = l_1 \cos \gamma_1 \sin(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \quad , \quad D_\xi = l_2 \cos \gamma_2 \sin \alpha_2$$

$$E_\xi = l_t \sin \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad F_\xi = l_t \cos \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})$$

$$A_\eta = \sin(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad B_\eta = \cos(\psi_{1\ell} - \psi_{2\ell})$$

$$C_\eta = -l_1 \cos \gamma_1 \cos(\psi_{1\ell} + \alpha_1 - \psi_{2\ell}) \quad , \quad D_\eta = -l_2 \cos \gamma_2 \cos \alpha_2$$

$$E_\eta = l_t \sin \theta_{t\ell} \sin(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell}) \quad , \quad F_\eta = -l_t \cos \theta_{t\ell} \cos(\psi_{t\ell} - \psi_{2\ell})$$

(4.88)(4.90)(4.91) 式を (4.89) 式に代入して整理すると, 最終的に  $T_{Sh}$  は以下の様に表される.

$$\begin{aligned}
 T_{Sh} = & \{m_2\gamma_{cc2}A_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}A_\eta\}\ddot{\xi}_{1h} + \{m_2\gamma_{cc2}B_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}B_\eta\}\ddot{\eta}_{1h} \\
 & - (m_2 + A_{33}^{(2)})\sin\theta_{t\ell}\ddot{\zeta}_{1h} + \{m_2\gamma_{cc2}C_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}C_\eta\}\ddot{\psi}_{1h} + A_{24}^{(2)}\gamma_{cs2}\ddot{\phi}_{2h} \\
 & - A_{35}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\ddot{\theta}_{2h} + \{A_{26}^{(2)}\gamma_{cs2} + m_2\gamma_{cc2}D_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}D_\eta\}\ddot{\psi}_{2h} \\
 & + \{- (m_2 + A_{33}^{(2)})\ell_t\sin\theta_{t\ell}\cos\theta_{t\ell} + m_2\gamma_{cc2}E_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}E_\eta\}\ddot{\theta}_{th} \\
 & + \{m_2\gamma_{cc2}F_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}F_\eta\}\ddot{\psi}_{th} \\
 & + B_{22}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\eta}_{2h} - B_{33}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\zeta}_{2h} + B_{24}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\phi}_{2h} - B_{35}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\theta}_{2h} + B_{26}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\psi}_{2h} \\
 & + C_{11}^{(2)}\gamma_{cc2}\dot{\xi}_{2h} + C_{22}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\eta}_{2h} - C_{33}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\zeta}_{2h} + C_{24}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\phi}_{2h} - C_{35}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\theta}_{2h} \\
 & - (F_{x2\ell}\gamma_{cs2} - F_{y2\ell}\gamma_{cc2})\psi_{2h} + (F_{x2\ell}\gamma_{sc2} + F_{y2\ell}\gamma_{ss2})\theta_{th} + (F_{x2\ell}\gamma_{cs2} - F_{y2\ell}\gamma_{cc2})\psi_{th} \\
 & - \gamma_{cc2}A(F_{1c}^{(2)}\cos\omega_2^* - F_{1s}^{(2)}\sin\omega_2^*) - \gamma_{cs2}A(F_{2c}^{(2)}\cos\omega_2^* - F_{2s}^{(2)}\sin\omega_2^*) \\
 & + \sin\theta_{t\ell}A(F_{3c}^{(2)}\cos\omega_2^* - F_{3s}^{(2)}\sin\omega_2^*) \tag{4.92}
 \end{aligned}$$

また,  $\ddot{\xi}_{2h}, \ddot{\eta}_{2h}$  と同様に簡略化して表記すると

$$\begin{aligned}
 T_{Sh} = & A'_T\ddot{\xi}_{1h} + B'_T\ddot{\eta}_{1h} + C'_T\ddot{\zeta}_{1h} + D'_T\ddot{\psi}_{1h} + E'_T\ddot{\phi}_{2h} + F'_T\ddot{\theta}_{2h} + G'_T\ddot{\psi}_{2h} \\
 & + H'_T\ddot{\theta}_{th} + I'_T\ddot{\psi}_{th} + J'_T \tag{4.93}
 \end{aligned}$$

となる. ただし,

$$\begin{aligned}
 A'_T = & m_2\gamma_{cc2}A_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}A_\eta, \quad B'_T = m_2\gamma_{cc2}B_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}B_\eta \\
 C'_T = & -(m_2 + A_{33}^{(2)})\sin\theta_{t\ell}, \quad D'_T = m_2\gamma_{cc2}C_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}C_\eta, \quad E'_T = A_{24}^{(2)}\gamma_{cs2} \\
 F'_T = & -A_{35}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}, \quad G'_T = A_{26}^{(2)}\gamma_{cs2} + m_2\gamma_{cc2}D_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}D_\eta \\
 H'_T = & -(m_2 + A_{33}^{(2)})\ell_t\sin\theta_{t\ell}\cos\theta_{t\ell} + m_2\gamma_{cc2}E_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}E_\eta \\
 I'_T = & m_2\gamma_{cc2}F_\xi + (m_2 + A_{22}^{(2)})\gamma_{cs2}F_\eta \\
 J'_T = & B_{22}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\eta}_{2h} - B_{33}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\zeta}_{2h} + B_{24}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\phi}_{2h} - B_{35}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\theta}_{2h} + B_{26}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\psi}_{2h} \\
 & + C_{11}^{(2)}\gamma_{cc2}\dot{\xi}_{2h} + C_{22}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\eta}_{2h} - C_{33}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\zeta}_{2h} + C_{24}^{(2)}\gamma_{cs2}\dot{\phi}_{2h} - C_{35}^{(2)}\sin\theta_{t\ell}\dot{\theta}_{2h} \\
 & - (F_{x2\ell}\gamma_{cs2} - F_{y2\ell}\gamma_{cc2})\psi_{2h} + (F_{x2\ell}\gamma_{sc2} + F_{y2\ell}\gamma_{ss2})\theta_{th} + (F_{x2\ell}\gamma_{cs2} - F_{y2\ell}\gamma_{cc2})\psi_{th} \\
 & - \gamma_{cc2}A(F_{1c}^{(2)}\cos\omega_2^* - F_{1s}^{(2)}\sin\omega_2^*) - \gamma_{cs2}A(F_{2c}^{(2)}\cos\omega_2^* - F_{2s}^{(2)}\sin\omega_2^*) \\
 & + \sin\theta_{t\ell}A(F_{3c}^{(2)}\cos\omega_2^* - F_{3s}^{(2)}\sin\omega_2^*)
 \end{aligned}$$

(4.90)(4.91)(4.93) 式を (4.74)~(4.84) 式に代入することにより，最終的に解くべき運動方程式は以下の様に表される．

$$\begin{aligned}
 & (m_1 + A'_T \gamma_{cc1}) \ddot{\xi}_{1h} + B'_T \gamma_{cc1} \ddot{\eta}_{1h} + C'_T \gamma_{cc1} \ddot{\zeta}_{1h} + D'_T \gamma_{cc1} \ddot{\psi}_{1h} \\
 & + E'_T \gamma_{cc1} \ddot{\phi}_{2h} + F'_T \gamma_{cc1} \ddot{\theta}_{2h} + G'_T \gamma_{cc1} \ddot{\psi}_{2h} + H'_T \gamma_{cc1} \ddot{\theta}_{th} + I'_T \gamma_{cc1} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{1c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{1s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - C_{11}^{(1)} \xi_{1h} \\
 & \quad - J'_T \gamma_{cc1} + \theta_{th} T_{S\ell} \gamma_{sc1} + (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{S\ell} \gamma_{cs1}
 \end{aligned} \tag{4.94}$$

$$\begin{aligned}
 & A'_T \gamma_{cs1} \ddot{\xi}_{1h} + (m_1 + A_{22}^{(1)} + B'_T \gamma_{cs1}) \ddot{\eta}_{1h} + C'_T \gamma_{cs1} \ddot{\zeta}_{1h} + A_{24}^{(1)} \ddot{\phi}_{1h} + (A_{26}^{(1)} + D'_T \gamma_{cs1}) \ddot{\psi}_{1h} \\
 & + E'_T \gamma_{cs1} \ddot{\phi}_{2h} + F'_T \gamma_{cs1} \ddot{\theta}_{2h} + G'_T \gamma_{cs1} \ddot{\psi}_{2h} + H'_T \gamma_{cs1} \ddot{\theta}_{th} + I'_T \gamma_{cs1} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{2c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{2s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - B_{22}^{(1)} \dot{\eta}_{1h} - C_{22}^{(1)} \eta_{1h} - B_{24}^{(1)} \dot{\phi}_{1h} - C_{24}^{(1)} \phi_{1h} - B_{26}^{(1)} \dot{\psi}_{1h} \\
 & \quad - J'_T \gamma_{cs1} + \theta_{th} T_{S\ell} \gamma_{ss1} - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{S\ell} \gamma_{cc1}
 \end{aligned} \tag{4.95}$$

$$\begin{aligned}
 & -A'_T \sin \theta_{te} \ddot{\xi}_{1h} - B'_T \sin \theta_{te} \ddot{\eta}_{1h} + (m_1 + A_{33}^{(1)} - C'_T \sin \theta_{te}) \ddot{\zeta}_{1h} + A_{35}^{(1)} \ddot{\theta}_{1h} - D'_T \sin \theta_{te} \ddot{\psi}_{1h} \\
 & - E'_T \sin \theta_{te} \ddot{\phi}_{2h} - F'_T \sin \theta_{te} \ddot{\theta}_{2h} - G'_T \sin \theta_{te} \ddot{\psi}_{2h} - H'_T \sin \theta_{te} \ddot{\theta}_{th} - I'_T \sin \theta_{te} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{3c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{3s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - B_{33}^{(1)} \dot{\zeta}_{1h} - C_{33}^{(1)} \zeta_{1h} - B_{35}^{(1)} \dot{\theta}_{1h} - C_{35}^{(1)} \theta_{1h} \\
 & \quad + J'_T \sin \theta_{te} + \theta_{th} T_{S\ell} \cos \theta_{te}
 \end{aligned} \tag{4.96}$$

$$\begin{aligned}
 & A'_T \ell_{yz1} \ddot{\xi}_{1h} + (A_{42}^{(1)} + B'_T \ell_{yz1}) \ddot{\eta}_{1h} + C'_T \ell_{yz1} \ddot{\zeta}_{1h} + (I_{xx1} + A_{44}^{(1)}) \ddot{\phi}_{1h} + (A_{46}^{(1)} + D'_T \ell_{yz1}) \ddot{\psi}_{1h} \\
 & + E'_T \ell_{yz1} \ddot{\phi}_{2h} + F'_T \ell_{yz1} \ddot{\theta}_{2h} + G'_T \ell_{yz1} \ddot{\psi}_{2h} + H'_T \ell_{yz1} \ddot{\theta}_{th} + I'_T \ell_{yz1} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{4c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{4s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - B_{44}^{(1)} \dot{\phi}_{1h} - C_{44}^{(1)} \phi_{1h} - B_{42}^{(1)} \dot{\eta}_{1h} - C_{42}^{(1)} \eta_{1h} - B_{46}^{(1)} \dot{\psi}_{1h} \\
 & \quad - J'_T \ell_{yz1} - \theta_{th} T_{S\ell} \ell'_{yz1} - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{S\ell} \ell_{z1} \gamma_{cc1}
 \end{aligned} \tag{4.97}$$

$$\begin{aligned}
 & -A'_T \ell_{xz1} \ddot{\xi}_{1h} - B'_T \ell_{xz1} \ddot{\eta}_{1h} + (A_{53}^{(1)} - C'_T \ell_{xz1}) \ddot{\zeta}_{1h} + (I_{yy1} + A_{55}^{(1)}) \ddot{\theta}_{1h} - D'_T \ell_{xz1} \ddot{\psi}_{1h} \\
 & - E'_T \ell_{xz1} \ddot{\phi}_{2h} - F'_T \ell_{xz1} \ddot{\theta}_{2h} - G'_T \ell_{xz1} \ddot{\psi}_{2h} - H'_T \ell_{xz1} \ddot{\theta}_{th} - I'_T \ell_{xz1} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{5c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{5s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - B_{55}^{(1)} \dot{\theta}_{1h} - C_{55}^{(1)} \theta_{1h} - B_{53}^{(1)} \dot{\zeta}_{1h} - C_{53}^{(1)} \zeta_{1h} \\
 & \quad + J'_T \ell_{xz1} + \theta_{th} T_{S\ell} \ell'_{xz1} - (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{S\ell} \ell_{z1} \gamma_{cs1}
 \end{aligned} \tag{4.98}$$

$$\begin{aligned}
 & -A'_T \ell_{xy1} \ddot{\xi}_{1h} + (A_{62}^{(1)} - B'_T \ell_{xy1}) \ddot{\eta}_{1h} - C'_T \ell_{xy1} \ddot{\zeta}_{1h} + A_{64}^{(1)} \ddot{\phi}_{1h} + (I_{zz1} + A_{66}^{(1)} - D'_T \ell_{xy1}) \ddot{\psi}_{1h} \\
 & - E'_T \ell_{xy1} \ddot{\phi}_{2h} - F'_T \ell_{xy1} \ddot{\theta}_{2h} - G'_T \ell_{xy1} \ddot{\psi}_{2h} - H'_T \ell_{xy1} \ddot{\theta}_{th} - I'_T \ell_{xy1} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{6c}^{(1)} \cos \omega_1^* - F_{6s}^{(1)} \sin \omega_1^*) - B_{66}^{(1)} \dot{\psi}_{1h} - C_{66}^{(1)} \psi_{1h} - B_{64}^{(1)} \dot{\phi}_{1h} - B_{62}^{(1)} \dot{\eta}_{1h} \\
 & \quad + J'_T \ell_{xy1} - \theta_{th} T_{S\ell} \ell'_{xy1} + (\psi_{th} - \psi_{1h}) T_{S\ell} \ell''_{xy1}
 \end{aligned} \tag{4.99}$$

$$\begin{aligned}
 & A'_T \sin \theta_{t\ell} \ddot{\xi}_{1h} + B'_T \sin \theta_{t\ell} \ddot{\eta}_{1h} + (m_2 + A_{33}^{(2)} + C'_T \sin \theta_{t\ell}) \ddot{\zeta}_{1h} \\
 & + D'_T \sin \theta_{t\ell} \ddot{\psi}_{1h} + E'_T \sin \theta_{t\ell} \ddot{\phi}_{2h} + (A_{35}^{(2)} + F'_T \sin \theta_{t\ell}) \ddot{\theta}_{2h} + G'_T \sin \theta_{t\ell} \ddot{\psi}_{2h} \\
 & + \{(m_2 + A_{33}^{(2)}) \ell_t \cos \theta_{t\ell} + H'_T \sin \theta_{t\ell}\} \ddot{\theta}_{th} + I'_T \sin \theta_{t\ell} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{3c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{3s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - B_{33}^{(2)} \dot{\zeta}_{2h} - C_{33}^{(2)} \zeta_{2h} - B_{35}^{(2)} \dot{\theta}_{2h} - C_{35}^{(2)} \theta_{2h} \\
 & - J'_T \sin \theta_{t\ell} - \theta_{th} T_{S\ell} \cos \theta_{t\ell}
 \end{aligned} \tag{4.100}$$

$$\begin{aligned}
 & A'_T \ell_{yz2} \ddot{\xi}_{1h} + (B_\eta A_{42}^{(2)} + B'_T \ell_{yz2}) \ddot{\eta}_{1h} + (A_\eta A_{42}^{(2)} + C'_T \ell_{yz2}) \ddot{\zeta}_{1h} + (C_\eta A_{42}^{(2)} + D'_T \ell_{yz2}) \ddot{\psi}_{1h} \\
 & + (I_{xx2} + A_{44}^{(2)} + E'_T \ell_{yz2}) \ddot{\phi}_{2h} + F'_T \ell_{yz2} \ddot{\theta}_{2h} + (A_{46}^{(2)} + D_\eta A_{42}^{(2)} + G'_T \ell_{yz2}) \ddot{\psi}_{2h} \\
 & + (E_\eta A_{42}^{(2)} + H'_T \ell_{yz2}) \ddot{\theta}_{th} + (F_\eta A_{42}^{(2)} + I'_T \ell_{yz2}) \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{4c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{4s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - B_{44}^{(2)} \dot{\phi}_{2h} - C_{44}^{(2)} \phi_{2h} - B_{42}^{(2)} \dot{\eta}_{2h} - C_{42}^{(2)} \eta_{2h} - B_{46}^{(2)} \dot{\psi}_{2h} \\
 & - J'_T \ell_{yz2} - \theta_{th} T_{S\ell} \ell'_{yz2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{S\ell} \ell_{z2} \gamma_{cc2}
 \end{aligned} \tag{4.101}$$

$$\begin{aligned}
 & -A'_T \ell_{xz2} \ddot{\xi}_{1h} - B'_T \ell_{xz2} \ddot{\eta}_{1h} + (A_{53}^{(2)} - C'_T \ell_{xz2}) \ddot{\zeta}_{1h} - D'_T \ell_{xz2} \ddot{\psi}_{1h} - E'_T \ell_{xz2} \ddot{\phi}_{2h} \\
 & + (I_{yy2} + A_{55}^{(2)} - F'_T \ell_{xz2}) \ddot{\theta}_{2h} - G'_T \ell_{xz2} \ddot{\psi}_{2h} + (A_{53}^{(2)} \ell_t \cos \theta_{t\ell} - H'_T \ell_{xz2}) \ddot{\theta}_{th} - I'_T \ell_{xz2} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{5c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{5s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - B_{55}^{(2)} \dot{\theta}_{2h} - C_{55}^{(2)} \theta_{2h} - B_{53}^{(2)} \dot{\zeta}_{2h} - C_{53}^{(2)} \zeta_{2h} \\
 & + J'_T \ell_{xz2} + \theta_{th} T_{S\ell} \ell'_{xz2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{S\ell} \ell_{z2} \gamma_{cs2}
 \end{aligned} \tag{4.102}$$

$$\begin{aligned}
 & -A'_T \ell_{xy2} \ddot{\xi}_{1h} + (B_\eta A_{62}^{(2)} - B'_T \ell_{xy2}) \ddot{\eta}_{1h} + (A_\eta A_{62}^{(2)} - C'_T \ell_{xy2}) \ddot{\zeta}_{1h} + (C_\eta A_{62}^{(2)} - D'_T \ell_{xy2}) \ddot{\psi}_{1h} \\
 & + (A_{64}^{(2)} - E'_T \ell_{xy2}) \ddot{\phi}_{2h} - F'_T \ell_{xy2} \ddot{\theta}_{2h} + (I_{zz2} + A_{66}^{(2)} + D_\eta A_{62}^{(2)} - G'_T \ell_{xy2}) \ddot{\psi}_{2h} \\
 & + (E_\eta A_{62}^{(2)} - H'_T \ell_{xy2}) \ddot{\theta}_{th} + (F_\eta A_{62}^{(2)} - I'_T \ell_{xy2}) \ddot{\psi}_{th} \\
 & = A(F_{6c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{6s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - B_{66}^{(2)} \dot{\psi}_{2h} - C_{66}^{(2)} \psi_{2h} - B_{64}^{(2)} \dot{\phi}_{2h} - B_{62}^{(2)} \dot{\eta}_{2h} \\
 & + J'_T \ell_{xy2} - \theta_{th} T_{S\ell} \ell'_{xy2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) T_{S\ell} \ell''_{xy2}
 \end{aligned} \tag{4.103}$$

$$\begin{aligned}
 & \{m_2 \gamma_{s2} A_\xi - (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{c2} A_\eta\} \ddot{\xi}_{1h} + \{m_2 \gamma_{s2} B_\xi - (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{c2} B_\eta\} \ddot{\eta}_{1h} \\
 & + \{m_2 \gamma_{s2} C_\xi - (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{c2} C_\eta\} \ddot{\psi}_{1h} - A_{24}^{(2)} \gamma_{c2} \ddot{\phi}_{2h} \\
 & + \{m_2 \gamma_{s2} D_\xi - (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{c2} D_\eta - A_{26}^{(2)} \gamma_{c2}\} \ddot{\psi}_{2h} \\
 & + \{m_2 \gamma_{s2} E_\xi - (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{c2} E_\eta\} \ddot{\theta}_{th} + \{m_2 \gamma_{s2} F_\xi - (m_2 + A_{22}^{(2)}) \gamma_{c2} F_\eta\} \ddot{\psi}_{th} \\
 & = \{A(F_{1c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{1s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - C_{11}^{(2)} \xi_{2h}\} \gamma_{s2} \\
 & - \{A(F_{2c}^{(2)} \cos \omega_2^* - F_{2s}^{(2)} \sin \omega_2^*) - B_{22}^{(2)} \dot{\eta}_{2h} - C_{22}^{(2)} \eta_{2h} - B_{24}^{(2)} \dot{\phi}_{2h} \\
 & - C_{24}^{(2)} \phi_{2h} - B_{26}^{(2)} \dot{\psi}_{2h}\} \gamma_{c2} + (\psi_{th} - \psi_{2h}) (F_{x2\ell} \gamma_{c2} + F_{y2\ell} \gamma_{s2})
 \end{aligned} \tag{4.104}$$

### 4.3 本章のまとめ

本章では、波浪中における曳船・被曳船の操縦運動及び6自由度波浪動揺の両方を総合的に取り扱うことのできる実用的なシミュレーション計算法を提案した。本計算法は、操縦運動を扱う低周波数の運動方程式と波浪動揺を扱う高周波数の運動方程式を完全に分離させ、それぞれを別個に解くことによって、波浪中を航行する曳船・被曳船に関する6自由度運動計算を可能としている。また、本計算法は、曳航索を1本のトラス要素として取り扱っているため、索の変形とその動的な影響を考慮することはできないが、重廣 [14] の計算法と同様、理論としては一貫している。先行研究である Fang 等 [17] の計算法は、浜本等 [25] の座標系をベースとして、不規則波中の運動(操縦運動成分と波浪動揺成分が混在した運動)を計算するものであり、波による強制力としてフルード・クリロフ力と diffraction 流体力は考慮しているものの、radiation 流体力に関する波の周波数依存性を考慮できていない。また、索張力はカテナリー理論による推定式を用いて表現している。よって、操縦運動に関する外力はもとより、波浪動揺に関する全ての流体力を考慮して計算ができるという点で、本計算法の方が優れていると言えよう。また、索張力の取り扱いの違いから、本計算法の方が精度的にも優れていることが予想される。最後に、本計算法は、演算時間が短くて済むという利点があるため、曳航操船シミュレータ等への適用についても期待される手法であると言える。

# 第5章 水槽試験による検証及び各船の6自由度運動に関する考察

前章で構築した実用計算法の精度を検証するため、向波、横波、斜波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動ならびに索張力に関する水槽試験を、三菱重工長崎研究所耐航性能水槽にて実施した。本章では、水槽試験結果と理論計算結果を比較することで、同計算法の実用性を明らかにする。また、水槽試験結果から得られる各船の波浪中6自由度運動特性に関する知見をまとめ、そのメカニズムについて考察する。

## 5.1 水槽試験の概要

### 5.1.1 対象船

対象とする曳船・被曳船は、第3章で示したものと同一2軸POD船及びコンテナ船の模型船とする。各船の主要目等はTable 3.1に示した通りである。なお、各船の慣動半径は、本実験においても同表記載の値となるよう調整した。また、本実験に際して新たに計測した各船の諸量をTable 5.1に示す。

Table 5.1: Experimental conditions of tow and towed ships

symbol	Tow ship		Towed ship	
	Fullscale	Model	Fullscale	Model
$KG$ (m)	1.24	0.124	1.73	0.173
$GM$ (m)	1.99	0.199	0.19	0.019
$T_\phi$ (m)		1.19		2.36

$KG$  は基線からの重心高さ、 $GM$  は重心からのメタセンタ高さを意味し、 $T_\phi$  は横揺れ動揺周期である。

### 5.1.2 波浪中曳船・被曳船試験の概要

水槽試験は，第 3 章で示した方法と基本的に同じ方法で実施した．第 3 章と異なる点は，向波に加え，横波，斜波中においても試験を実施したこと，ならびに各船の 6 自由度運動を計測したことの 2 点である．また，横波，斜波中においては，被曳船に漂流力が作用し，向波中よりも横変位が大きくなることが予想されたため，第 3 章で採用した非接触運動計測法よりも広範囲の運動計測が可能なモーションキャプチャーシステムを用いて被曳船の 6 自由度運動を計測することとした．

Fig.5.1 に水槽試験の計測システム図を，Fig.5.2 に実際の実験状況を示す．曳船については，ガイドで曳引車に拘束されているため，どの方向からの波の中でも，ほとんど船首方位を変えることなく直進航行が可能である．ただし，波浪動揺については全て自由に行っているため，それらの運動計測は可能である．surge, sway, heave の並進運動についてはポテンシオメーターにより，roll, pitch, yaw の回転運動についてはジャイロによって計測した．また，曳船に作用する抵抗についても，動力計を用いて計測している．一方，被曳船については，曳航索を介して曳航点でのみ拘束されている状態とした．第 3 章と同様，非接触な運動計測法を使用するが，被曳船には，ターゲットボードの代わりに，3 個の赤外線ランプを設置したボードを載せている．これらを角度・位置の異なる 3 台の赤外線カメラで撮影し，対象物の変位を演算によって求めるのがモーションキャプチャーシステムである．カメラを 3 台使用しているため，カメラが 1 台の時よりも，それぞれの画角の分だけ，広範囲の撮影が可能となっている．さらに，そのシステムによれば，被曳船の 6 自由度運動はもとより，曳船の位置を基準とした被曳船の相対位置についても演算から求めることができる．また，曳航索の模型については，第 3 章で使用したものと同様，直径 2.0mm，単位長さ当たりの重量 35.0gf/m のワイヤーロープを採用した．曳船側曳航点に作用する索張力は，そのワイヤーロープの先端部に設置した張力計によって計測される．なお，第 3 章と同様，被曳船側曳航点にはブライドルを設けることとしたが，振れまわり運動の抑制効果を高めるため，そのブライドル部の長さを索長の約 1/2 とした．

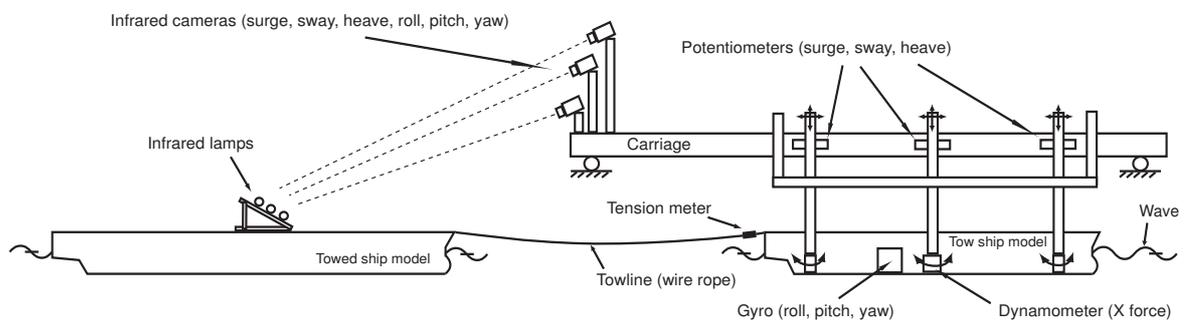
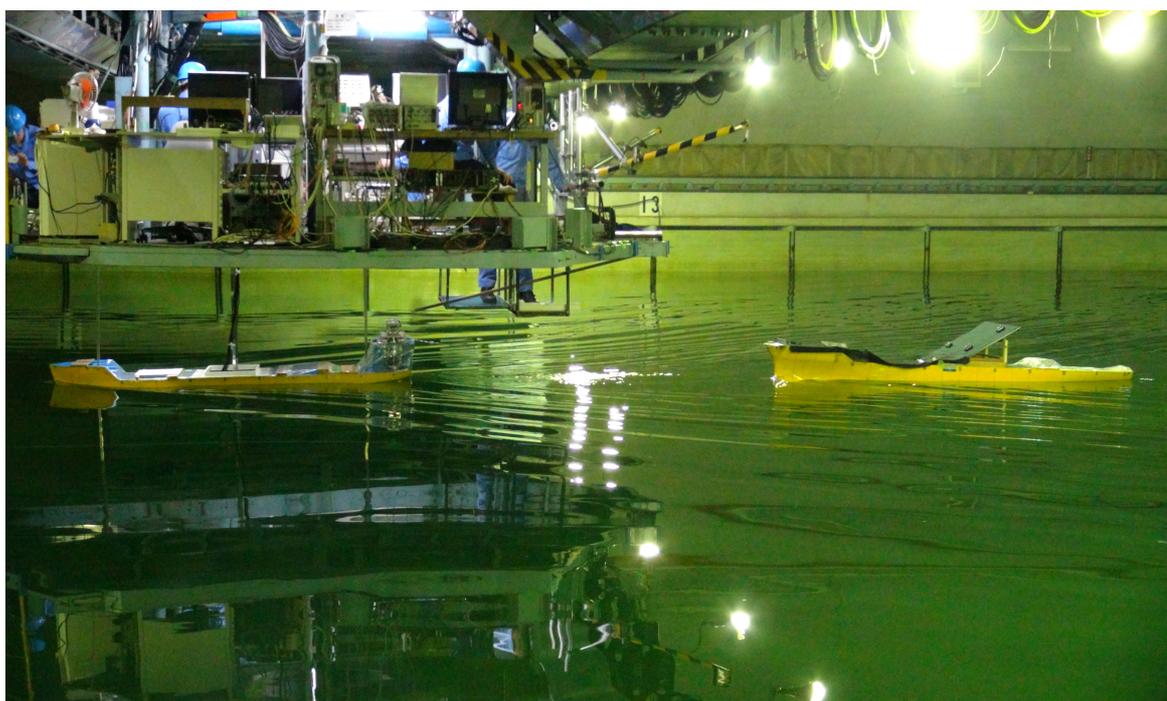


Fig. 5.1: 6-DOF measurement system

Fig. 5.2: Actual condition of the experiment in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ )

第 3 章と同様、曳船の曳航速度は  $0.800\text{m/s}$  と設定し、POD 推進機のプロペラを ship point で回転させることとした。これは平水中において、曳船が被曳船を実船換算で約  $4.9\text{kn}$  にて曳航することに相当する。また、左右の POD 推進機による推力についても計測を行っている。曳船側曳航点は船体中心線上 ( $y_{T_1}=0$ ) に設定し、模型船の構造を考慮して、 $x_{T_1}$  は *A.P.* から後方  $0.140\text{m}$  の位置、 $z_{T_1}$  は静水面上  $0.280\text{m}$  とした。同様に、被曳船側曳航点についても船体中心線上 ( $y_{T_2}=0$ ) に設定し、 $x_{T_2}$  は *F.P.* の位置、 $z_{T_2}$  は静水面上  $0.255\text{m}$  とした。曳航索長についても、第 3 章と同様に、 $3.0\text{m}$  で一定とした。これは被曳船の船長と同じ長さである。波は規則波のみを取り扱い、その方向は向波 ( $\chi=0\text{deg}$ )、横波 ( $\chi=90\text{deg}$ )、斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) の 3 パターンを選んだ。波振幅  $\zeta_A$  は  $12.5\text{mm}$  を目標とする。波長船長比は被曳船長 ( $L_2$ ) をベースとして定義し、 $\lambda/L_2=0.5, 0.8, 1.1, 1.4, 1.7, 2.0$  の 6 種類とした。加えて、曳航索による拘束力の有無が各船の運動に及ぼす影響を把握するため、各船が単独で向波 ( $\chi=0\text{deg}$ )、横波 ( $\chi=90\text{deg}$ )、斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) 中を航走した場合の船体運動についても計測を行っている。その際の運動計測は、上述の曳船の運動計測と同様のシステムによって実施し、併せて前後方向における波浪中抵抗増加について計測した。

上記の水槽試験に加えて、曳船の操縦運動試験 (旋回試験, Zig-zag 試験) 及び平水中における曳船・被曳船の振れまわり試験を三菱重工長崎研究所耐航性能水槽で実施したが、本論文の趣旨からは少し離れるため、ここでは詳しくは述べない。参考として、曳船の操縦運動試験結果を付録に示すこととする。

## 5.2 水槽試験結果に関する考察

理論計算法の精度検証を実施する前に，各船の船体運動に関する水槽試験結果について考察する．曳航状態にある時と単独航走時とで，各船の波浪中 6 自由度運動にどのような差異があるかを確認し，その原因について考察する．

### 5.2.1 水槽試験における計測精度の確認 (三菱 - 広大の結果比較)

向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) の場合に関する本水槽試験は，第 3 章で示した水槽試験 (於：広島大学) と基本的に同じ条件で行われたものである．そこで，両者の計測結果を比較することにより，実験精度について確認を行うこととした．Fig.5.3 は，両者の縦運動に関する水槽試験結果を第 3 章と同様，周波数応答で比較したものである．横軸には被曳船長ベースの波長船長比を，縦軸には各船の運動振幅の無次元値をとっている．なお，水槽試験結果は，単独航走時ならびに曳航時 (曳船のプロペラ回転あり) の両方について示している．三菱重工長崎造船所における計測結果を M.H.I.，広島大学における計測結果を H.U. として記載することとした．

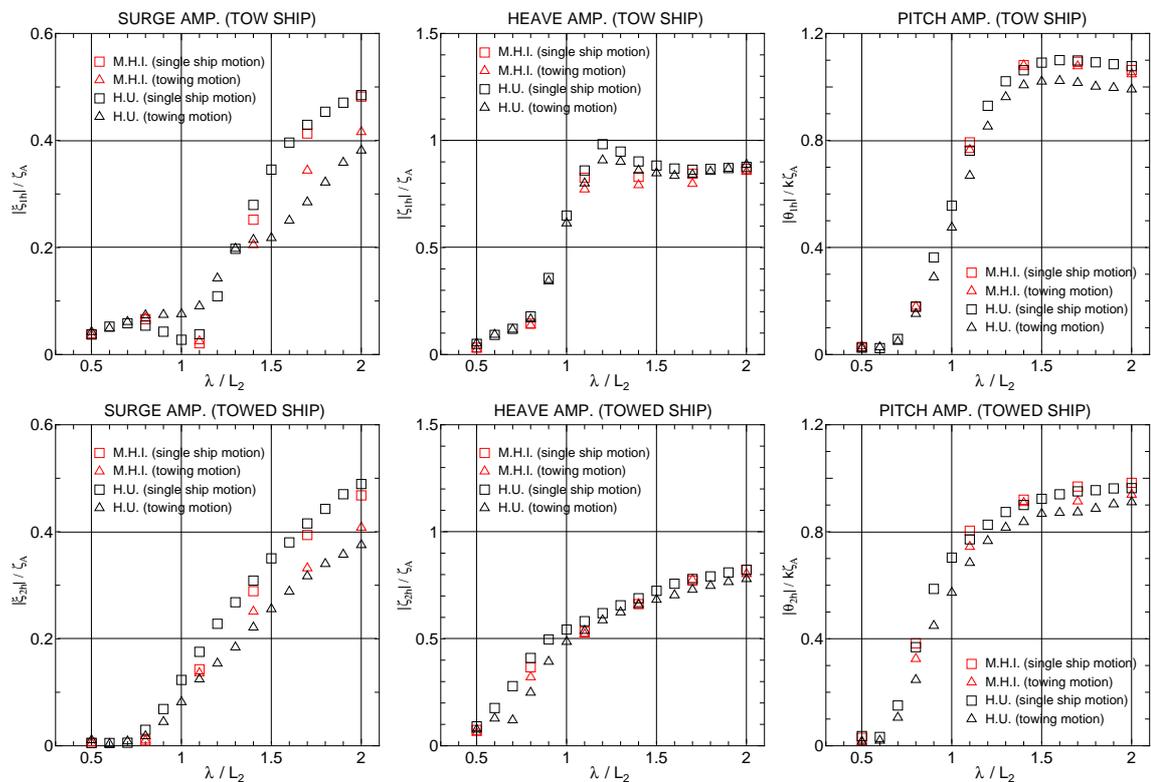


Fig. 5.3: Comparison of test results between M.H.I and H.U in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ )

まず、単独航走時の結果について確認すると、両者の結果は曳船・被曳船ともに、おおそ一致しているものと思われる。よって、単独航走時における縦運動に関する計測については、再現性があるものと言うことができる。一方、曳航時の結果が示す傾向についても、両者は定性的に一致していると見ることができる。しかしながら、その単独航走時の運動からの増加もしくは減少傾向が、広島大学における計測結果の方が三菱における計測結果よりも大きく現れているようである。この理由の一因として、曳航索のブライドル部の長さが、両者の実験で異なっていたことが挙げられる。ブライドル部の長さが異なれば、曳航索全体としての自重も変化することとなるため、各船に作用する曳航索による拘束の影響も異なってくるものと考えられる。また、傾向の度合いに定量的な差異が現れた理由として、もう1つ考えられるのが、実験における計測距離の違いである。第3章で示した通り、広島大学の曳航水槽の長手方向の距離には限界があるため、被曳船がその曳航条件における定常位置に完全に落ち着くまで、運動計測を続けることは難しかったというのが実情である。一方、三菱重工長崎造船所耐航性能水槽においては、広島大学の曳航水槽に比べ長手方向の距離に余裕があったため、被曳船を定常位置に落ち着かせることにおおむね成功したと言える。よって、被曳船が定常位置に落ち着いた状態から十分な計測距離を取ることができたか否かが、計測精度に影響を及ぼす要因であった可能性がある。ただし、広島大学での水槽試験でも、でき得る限りの計測距離を取り、定常状態とみなされる状態において運動計測を実施したものであることを付記しておく。

以上より、両者の単独航走時の計測結果には再現性があり、曳航時の計測結果についても定性的な傾向は同じであったことから、本研究が実施した水槽試験は、実用的に許容できる計測精度を有していたものと考えられる。よって、以下に示す水槽試験から得られる知見についても、妥当性のあるものであると言うことができる。

### 5.2.2 向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) の場合の水槽試験結果

Fig.5.4 及び Fig.5.5 は、それぞれ向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) の場合の曳船ならびに被曳船の運動振幅に関する水槽試験結果である。各船の surge, sway, heave 運動については波振幅  $\zeta_A$  により、roll, pitch, yaw 運動については波傾斜  $k\zeta_A$  により無次元化を行っている。k は波数を意味する。曳航索による拘束力の有無が各船の運動に及ぼす影響を把握するため、単独航走時の結果と曳航状態における結果の両方について示している。

まず、Fig.5.4 の結果から、曳船の船体運動について考える。縦運動である surge, heave, pitch 運動が波長船長比に応じて変化しているのに対し、横運動である sway, roll, yaw 運動については、単独航走時、曳航時ともに波長船長比に関わらず発達していないことがわかる。波方向が向波であるため、単独航走時に横運動が発達しないことは当然であるが、曳航時であっても、それらの運動は大きくはならないようである。ただし、roll 運動については、 $\lambda/L_2=1.1$  以上の領域において、曳航時にやや発達する傾向が見られた。曳航時の曳船の surge 運動は、 $\lambda/L_2=1.4$  以上の領域において、単独航走時のそれよりも小さくなっていることがわかる。これは、第 3 章と同様、被曳船の surge 運動に起因する索張力の変動成分が曳船の surge 運動を減衰させる方向に作用したことが原因であると考えられる。また、曳航時の曳船の heave 及び pitch 運動についても、若干ではあるものの、単独航走時のそれらよりも値が小さいようである。これらは、曳航索による拘束の影響が主たる要因であると考えられる。一方、Fig.5.5 より、被曳船の船体運動について確認すると、全ての縦運動において、曳航時の方が単独航走時よりもやや小さくなっているようである。この理由は、第 3 章と同様、曳航索による拘束の影響ならびに 2 船間の流体力学的干渉による影響であるものと考えられる。また、被曳船の横運動については、曳船と同様、単独航走時、曳航時ともに波長船長比に関わらず発達していないことがわかる。

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

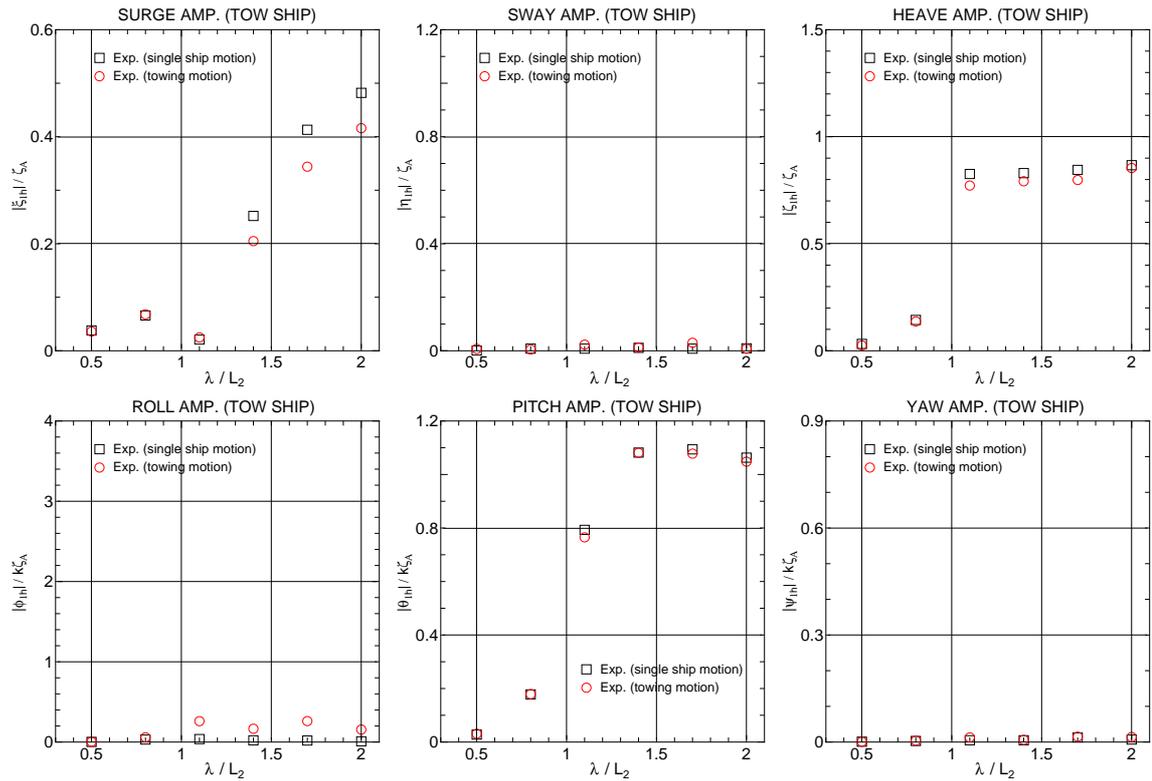


Fig. 5.4: Comparison of test results of tow ship in regular waves ( $\chi=0^\circ$ )

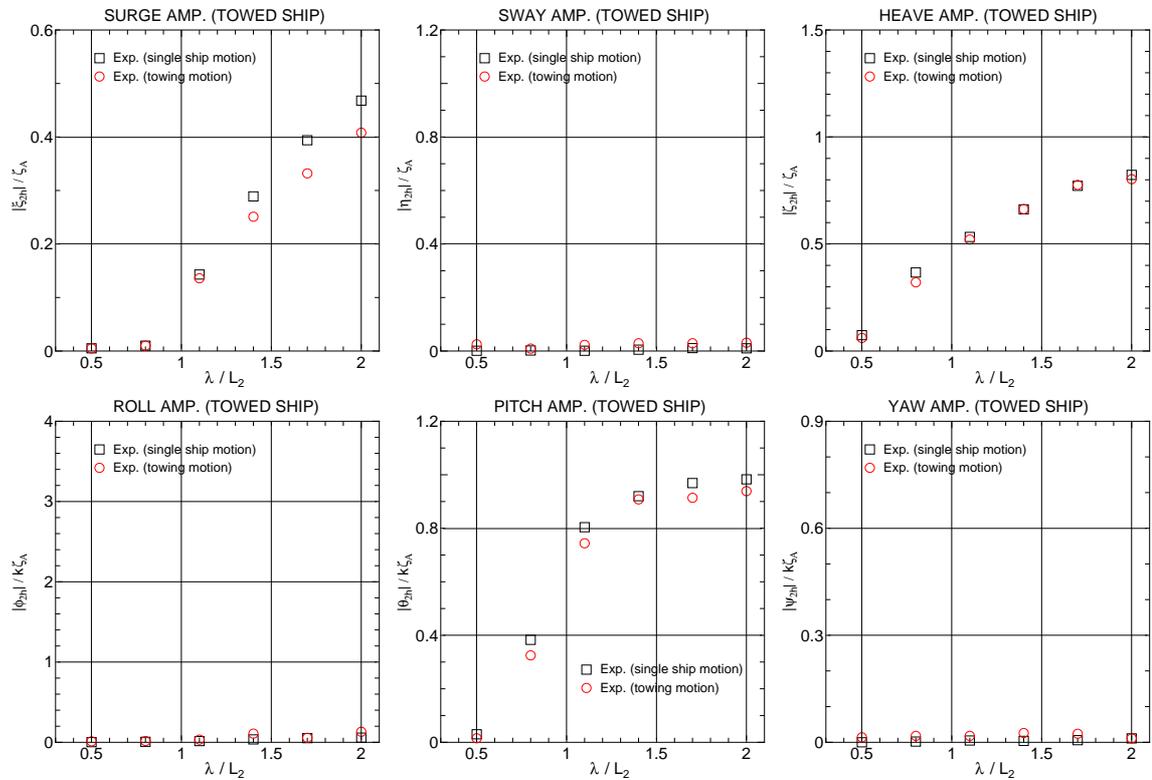


Fig. 5.5: Comparison of test results of towed ship in regular waves ( $\chi=0^\circ$ )

### 5.2.3 斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) の場合の水槽試験結果

続いて、Fig.5.6 及び Fig.5.7 に、斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) の場合の曳船ならびに被曳船の運動振幅に関する水槽試験結果を示す。向波の場合とは異なり、曳船、被曳船ともに、6 自由度運動全てが発達していることがわかる。Fig.5.6 より、曳航時の曳船の縦運動は、向波の場合と同様、単独航走時のそれらよりも小さくなっていることがわかる。 $\chi=30\text{deg}$  という比較的浅い角度からの斜波であるため、縦運動には、向波の場合と同様の影響が作用したものと考えられる。曳船の sway 及び yaw 運動は、曳航時の方が単独航走時よりも、やや小さくなるようである。これは、斜波中で被曳船が曳船に対してあたかもシーアンカーのように作用し、曳船の横運動を抑制したことが原因であると考えられる。曳航時の曳船の船体運動の中で、roll 運動だけが唯一、単独航走時のそれよりも大きくなっている。これは、斜波中曳航時においては、波漂流力の影響で被曳船が曳船のほぼ真後ろを追従せず、少し左右にずれた状態で曳航されることが原因であると考えられる。曳船と被曳船の船体中心線がずれた状態で曳航が行われると、索張力による横揺れモーメントが各船に作用することになるため、その影響で roll 運動が発達するものと予想される。また、その際には索張力による横力ならびに船首揺れモーメントも同時に発生することとなるが、被曳船に作用する抵抗によるシーアンカーとしての影響が大きいため、曳船の sway 及び yaw 運動は roll 運動の様には発達せず、逆に減衰することになるようである。

同様に、Fig.5.7 の結果から、被曳船の船体運動について考える。斜波中曳航時の被曳船の縦運動は、曳船の結果と同様、単独航走時のそれらよりも、やや小さくなるようである。ただし、pitch 運動については、程度は小さいものの、長波長域において逆転現象が生じていることがわかる。一方、被曳船の横運動は全て、曳航時の方が単独航走時よりも大きくなっていることがわかる。これは、先に説明した、被曳船が曳船の船体中心線からずれた状態で曳航されることによって生じる索張力による横力ならびにモーメントが原因であると考えられる。被曳船は、曳船に曳かれている状態であるため、航走時に曳船の抵抗による負荷を受けているわけではない。よって、曳船の存在がシーアンカーとして作用することは無く、被曳船の横運動は、索張力による横力ならびにモーメントの影響をそのまま受けるものと考えられる。

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

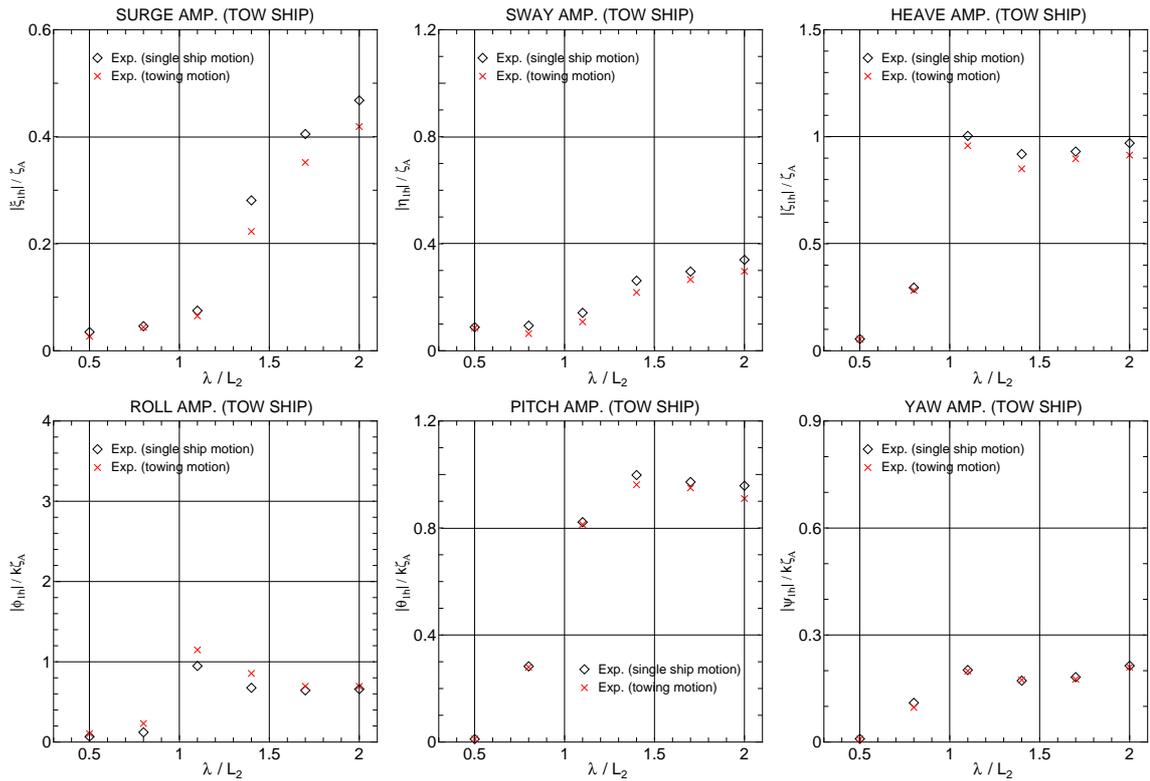


Fig. 5.6: Comparison of test results of tow ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ )

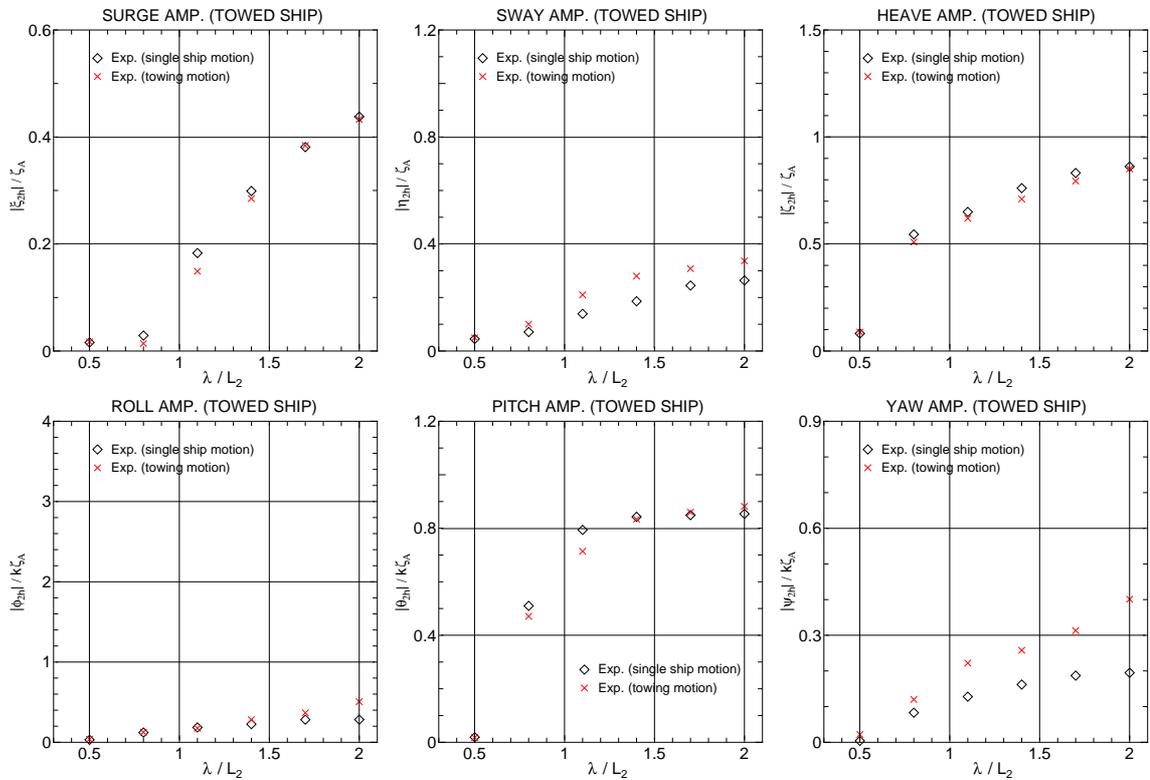


Fig. 5.7: Comparison of test results of towed ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ )

#### 5.2.4 横波 ( $\chi=90\text{deg}$ ) の場合の水槽試験結果

最後に, Fig.5.8 及び Fig.5.9 に, 横波 ( $\chi=90\text{deg}$ ) の場合の曳船ならびに被曳船の運動振幅に関する水槽試験結果を示す. Fig.5.8 より, 曳航時の曳船の surge 及び pitch 運動は, 単独航走時と同様, 横波中ではあまり発達しないようである. 曳船の heave 運動は, 他の縦運動とは異なり横波中でも発達するが, 向波, 斜波の場合と同様, 曳航時の方が単独航走時よりも小さくなっている. よって, 曳船の heave 運動に対する曳航索による拘束の影響は, どの波方向においても現れることになるかと予想される. 一方, 曳航時の曳船の横運動は, 単独航走時のそれらよりも大きくなっていることがわかる. 横波時の波漂流力は, 斜波時よりも大きいことが知られている. ゆえに, 曳船と被曳船の船体中心線の左右方向のずれが相対的に大きくなった状態で曳航が行われるため, 各船に作用する索張力による横力ならびにモーメントも大きくなるものと考えられる. これらの外力による影響が, 被曳船によるシーアンカーとしての影響よりも大きく曳船の横運動に作用したため, 全ての横運動が大きくなるという現象が生じたものと考えられる. 最後に, Fig.5.9 より, 曳航時の被曳船の船体運動について確認すると, 縦運動, 横運動ともに曳船と同じような傾向が現れていることがわかる. ただし, 曳航時の被曳船の yaw 運動が相対的に大きくなることに注意が必要である.

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

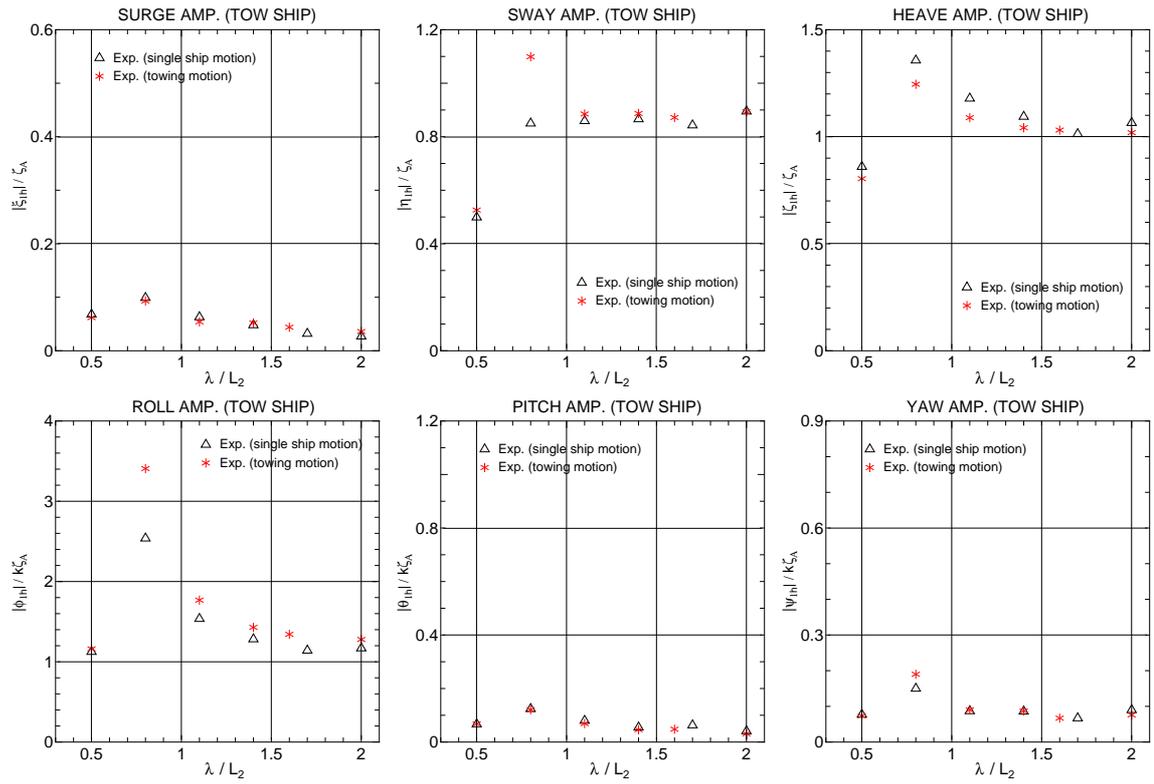


Fig. 5.8: Comparison of test results of tow ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ )

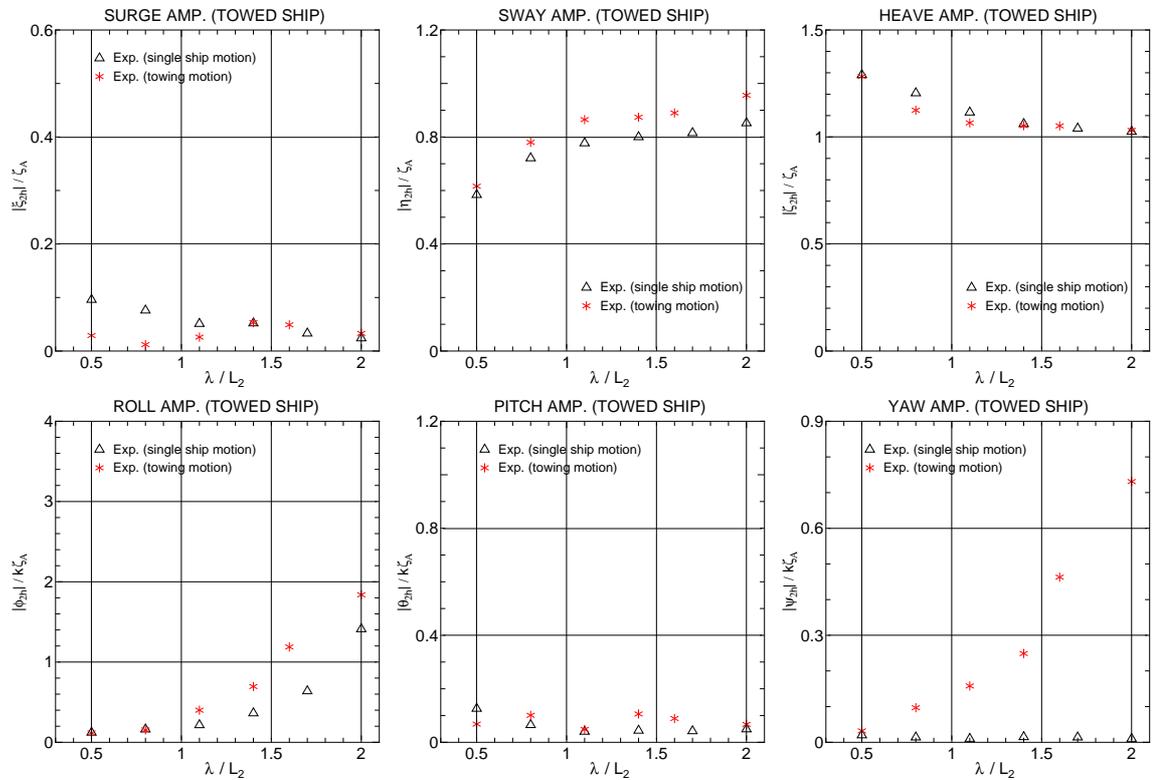


Fig. 5.9: Comparison of test results of towed ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ )

## 5.3 シミュレーション計算の概要

### 5.3.1 計算に必要な流体力係数

本計算法は、各船の操縦運動と波浪動揺の両方を考慮した計算法である。よって、シミュレーション計算には、第 3 章で示した諸係数に加え、各船の操縦運動に関する流体力係数が必要である。ただし、本実験においては、曳船はガイドで固定されており、直進航行しか行うことができないため、曳船の操縦流体力微係数、操舵に関する流体力係数、ならびに干渉係数等に関する表記はここでは省略する。また、曳船の直進航行に関するプロペラ推力、ならびに曳船・被曳船の平水中抵抗の計算に必要な各流体力係数は、第 3 章 Table 3.2 の値に準ずる。Table 5.2 に、被曳船の操縦流体力微係数を示す。なお、 $z_{H2}/d_2$  は、船体に作用する横力の作用点高さの無次元値 (推定値) を意味する。加えて、シミュレーション計算に必要な各船のその他の流体力特性を Table 5.3 に示す。付加質量係数 ( $m'_{xi}, m'_{yi}, J'_{zzi} : i=1,2$ ) は元良チャートによる推定値であり、 $J'_{xx1}, J'_{xx2}$  も推定値である。また、その他の係数は全て模型船での計測値をベースに決めたものである。 $N_{10}^{(1)}, N_{10}^{(2)}$  は  $N$  係数であり、各船の横揺れ減衰係数を計算するのに使用する。なお、以上の流体力係数を用いた外力の表記の詳細については、文献 [28][29] を参照されたい。

Table 5.2: Hydrodynamic derivatives of towed ship

symbol	value	symbol	value
$X'_{\beta\beta 2}$	-0.0248	$Y'_{\beta\beta r 2}$	1.5925
$X'_{rr 2}$	-0.0105	$N'_{\beta 2}$	0.0425
$X'_{\beta r 2} - m'_{y 2}$	-0.1142	$N'_{r 2}$	-0.0427
$Y'_{\beta 2}$	0.3170	$N'_{\beta\beta\beta 2}$	-0.0968
$Y'_{r 2} - m'_{x 2}$	0.1087	$N'_{\beta\beta r 2}$	-0.7905
$Y'_{\beta\beta\beta 2}$	1.3541	$z_{H2}/d_2$	0.5

Table 5.3: Other coefficients of tow and towed ships

symbol	value	symbol	value
$m'_{x1}$	0.0077	$k_{zz1}/L_1$	0.277
$m'_{y1}$	0.1730	$k_{xx1}/B_1$	0.325
$J'_{zz1}$	0.0076	$k_{zz2}/L_2$	0.238
$J'_{xx1}$	0.0004	$k_{xx2}/B_2$	0.305
$m'_{x2}$	0.0044	$z_{G1}/d_1$	0.253
$m'_{y2}$	0.1299	$z_{G2}/d_2$	-0.061
$J'_{zz2}$	0.0077	$N_{10}^{(1)}$	0.0140 (1/deg)
$J'_{xx2}$	0.0001	$N_{10}^{(2)}$	0.0129 (1/deg)

### 5.3.2 計算に必要な波漂流力係数

波漂流力係数は、理論計算により予め計算しておき、それをデータベースとして、入射波の周波数と波方向のパラメータに関する補間計算を行うことによって適宜求めることとした。 $C_{XW}$  (抵抗増加係数) については、各船の船速がゼロの場合と目標曳航速度である 0.8m/s の場合における 2 つの抵抗増加係数のテーブルを用意しておき、船速影響を考慮した上で適宜線形補間で求めた。船速が 0.8m/s の場合の  $C_{XW}$  は、ストリップ法 (NSM) をベースに船体動揺を計算し、丸尾の理論 [32] に高橋 [33] の反射波の影響を考慮して求めた。一方、船速がゼロの場合の  $C_{XW}$  は、特異点分布法 [34] で計算した。 $C_{YW}, C_{NW}$  については、船速による影響は無いものと仮定し、同じく特異点分布法で求めた。Fig.5.10 に、以上の方法で求めた波漂流力係数の計算結果と三菱重工長崎研究所耐航性能水槽で実施した水槽試験結果の比較を示す。水槽試験では、各船が単独で向波 ( $\chi=0\text{deg}$ )、横波 ( $\chi=90\text{deg}$ )、斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) 中を船速 0.8m/s で航走した場合の  $C_{XW}$  のみを計測している。Fig.5.10 から、 $C_{XW}$  の計算結果は、おおよそ水槽試験結果と一致していることがわかった。また、 $C_{YW}, C_{NW}$  については、計測機器の関係上、計測することが叶わなかったが、同様の方法で計算した  $C_{YW}, C_{NW}$  が水槽試験結果と良い一致を示していると安川は報告している [29]。よって、ここで示した波漂流力係数の計算法を用いることには、実用上、大きな問題は無いと判断した。

なお、各船の船体に作用する波漂流力は、上記から得られた波漂流力係数を用いて、次式より求められる。

$$\left. \begin{aligned}
 X_{W(1,2)} &= \rho g \zeta_A^2 B_{(1,2)}^2 / L_{(1,2)} \cdot C_{XW}^{(1,2)} \\
 Y_{W(1,2)} &= \rho g \zeta_A^2 B_{(1,2)}^2 / L_{(1,2)} \cdot C_{YW}^{(1,2)} \\
 N_{W(1,2)} &= \rho g \zeta_A^2 B_{(1,2)}^2 \cdot C_{NW}^{(1,2)}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

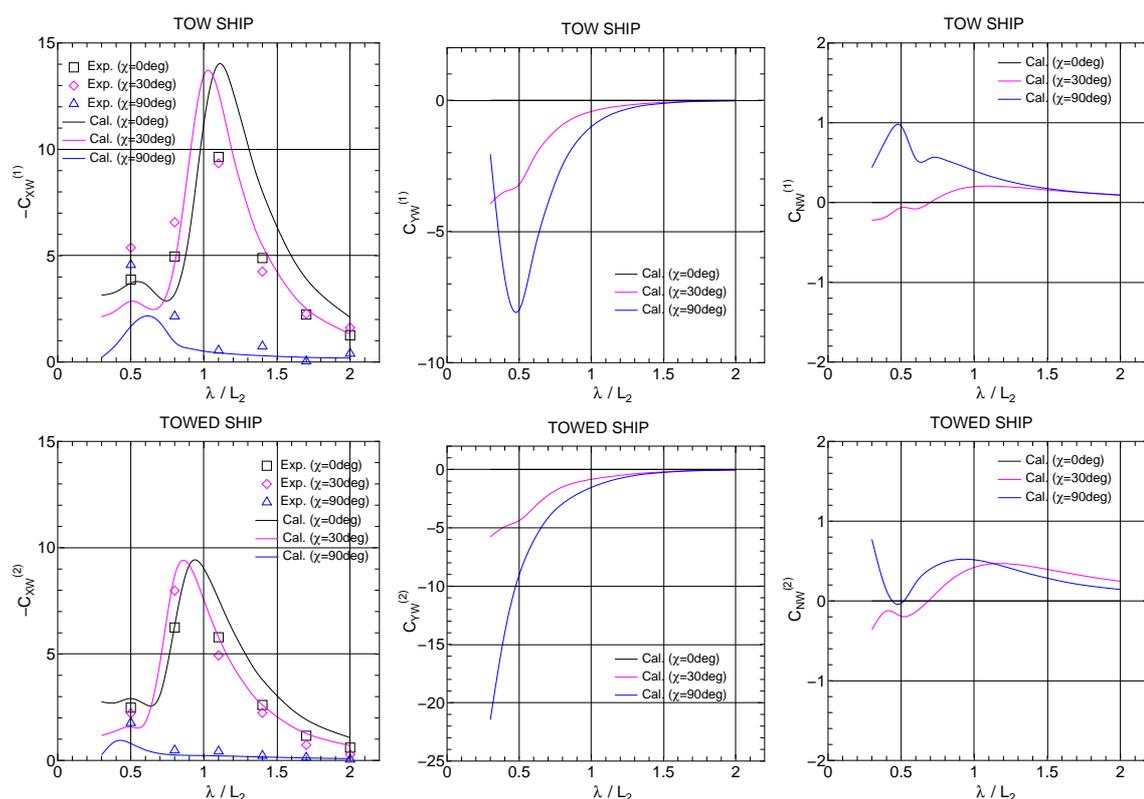


Fig. 5.10: Comparison of drift force coefficients of tow and towed ships in regular waves

## 5.4 シミュレーション計算結果と水槽試験結果の比較

### 5.4.1 ストリップ法の精度確認

本理論計算法では、波浪動揺時に船体に作用する高周波数成分の流体力をストリップ法 [20] に基づいて計算している。また、先に示した船速 0.8m/s における波浪中抵抗増加係数に関する計算についても、ストリップ法を基礎としている。ここでは、本計算法において重要な要素であるストリップ法について、その精度を確認する。

Fig.5.11 及び Fig.5.12 に、向波、斜波、横波中を単独航走した場合の曳船ならびに被曳船の運動振幅に関するストリップ法による計算結果及び水槽試験結果について示す。どちらの船においても、計算結果はおおよそ水槽試験結果と一致しており、また、波方向の違いによる傾向の差異についても十分に捉えることができているようである。ただし、曳船の運動に関する計算結果は、被曳船のそれらに比べて、やや精度が劣る傾向にある。これは、被曳船が痩せ型のコンテナ船であるのに対し、曳船は  $C_b$  が約 0.8 と肥えた船型であることが原因であると考えられる。しかしながら、Fig.5.11 及び Fig.5.12 の結果は、実用的には十分な精度を有しているものであると言える。よって、本計算法が用いるストリップ法には、実用上大きな問題は無いと判断した。

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

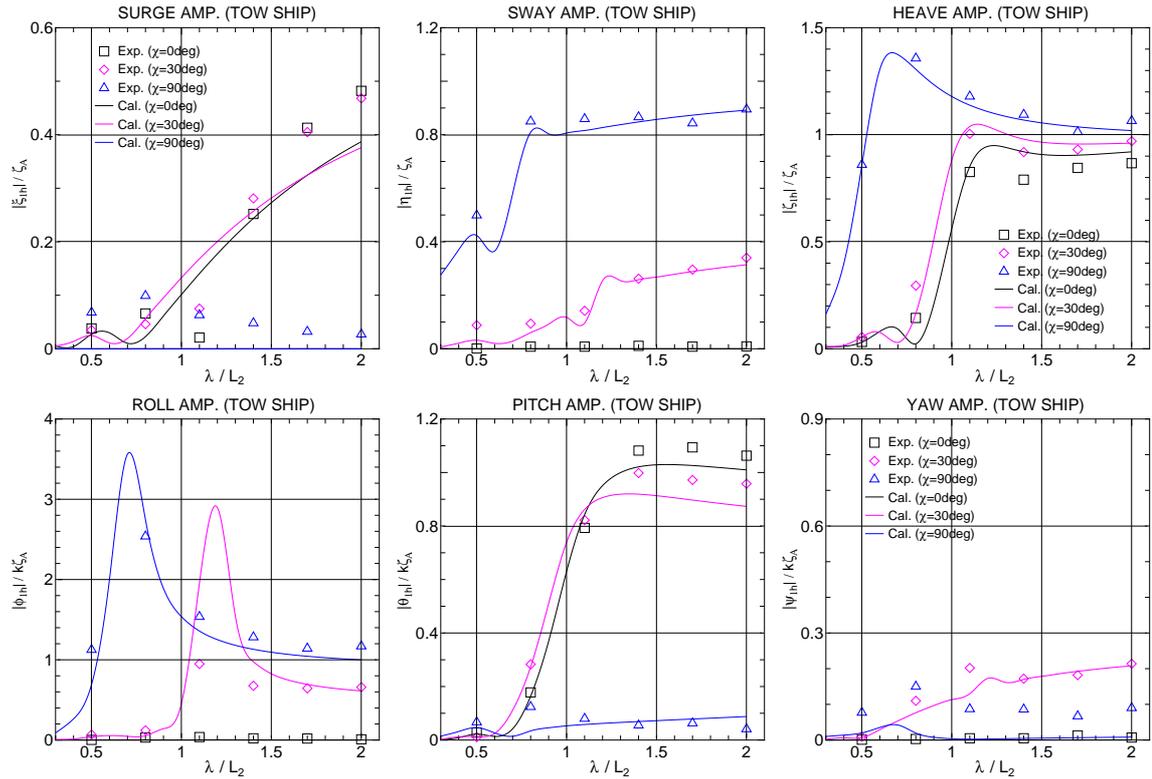


Fig. 5.11: Comparison of motion amplitudes of tow ship (validation of NSM)

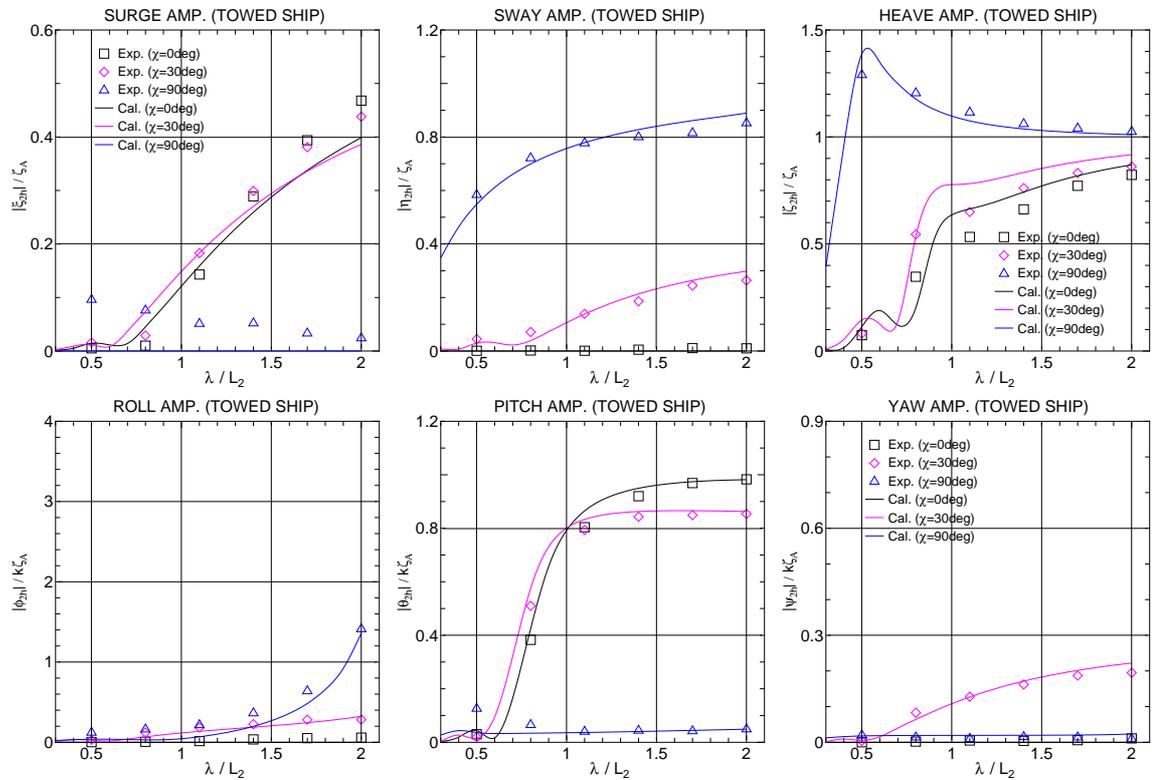


Fig. 5.12: Comparison of motion amplitudes of towed ship (validation of NSM)

### 5.4.2 時刻歴での船体運動比較

向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) , 斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) , 横波 ( $\chi=90\text{deg}$ ) の場合における曳船ならびに被曳船の船体運動に関するシミュレーション計算結果と水槽試験結果との比較を行う．一例として, Figs.5.13~5.18 に,  $\lambda/L_2=1.4$  の場合の曳船・被曳船の 6 自由度運動及び索張力に関する時刻歴結果を示す．横軸に時間  $t(s)$  を, 縦軸にそれぞれの計測結果の有次元値をとっている．Figs.5.13, 5.14 は向波状態, Figs.5.15, 5.16 は斜波状態, Figs.5.17, 5.18 は横波状態における結果である．

まず, 向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) における比較結果について考察する．Fig.5.13 より, 曳船の 6 自由度運動に関する計算結果は, 位相, 振幅ともに水槽試験結果が示す傾向をおおよそ捉えていることがわかる．ただし, roll 運動に関しては, 計算結果の運動振幅がほぼゼロであるのに対し, 水槽試験結果においては若干の運動が現れている．これは, 被曳船が曳船の真後ろを追従せず, 少し左右にずれた状態で曳航されることによって生じる索張力による横揺れモーメントが原因であると考えられる．その証拠に, Fig.5.14 の被曳船の sway 及び yaw 運動の水槽試験結果には, 周期の長い左右揺れ及び船首揺れの成分が含まれていることがわかる．この周期の長い運動成分は, 曳航状態を継続すればいずれ減衰するものであるが, 曳航水槽の長手方向の距離には限界があるため, 本試験ではその成分を含んだ状態で計測を行わざるを得なかった．よって, 被曳船が本来の定常位置 (曳船の真後ろ) に落ち着いた場合には, 索張力による横揺れモーメントが発生しないことが予想されるため, 曳船運動に関する本計算結果は妥当なものであると推察される．しかしながら, 索張力に関する計算結果については, その平均値が水槽試験結果よりも過大となっており, また, 変動成分についても上手く再現ができていないことがわかる．索張力の平均値に関する計算結果が過大となる理由は第 3 章で示した通りであるが, 変動成分が再現できない理由は, 本計算法が曳航索を 1 本のトラス要素として取り扱っていることにあると考えられるが, この点については, 今後も検討が必要である．一方, Fig.5.14 より, 被曳船の縦運動に関する計算結果は, 振幅については水槽試験結果に近い値となっているが, 位相についてはどれも差があることがわかる．この位相のずれの原因は, 被曳船が本来の定常位置に落ちていないことに加え, 本計算法が曳航索を 1 本のトラス要素として取り扱っていることにあると考えられる．曳航索を 1 本のトラス要素として扱うということは, 曳航索がたるむことなく常に張っているものと仮定していることに相当する．しかし, 曳航索は, 当然その自重によってたるむため, 定常曳航状態における被曳船の前後位置に関する水槽試験結果は, 計算結果よりも前 (曳船に近い状態) になるものと考えられ, このことから, 被曳船の運動の位相がずれてしまうものと推察される．一方, 被曳船の横運動に関する計算結果は, 運動の振幅が全てほぼゼロとなっている．先に示した通り, 被曳船の sway 及び yaw 運動の水槽試験結果には周期の長い左右揺れ及び船首揺れの成分が含まれているものの, その運動振幅は非常に小さい．また, roll 運動には, 曳船と同様, 索張力による横揺れモーメントによって若干の運動が現れているようである

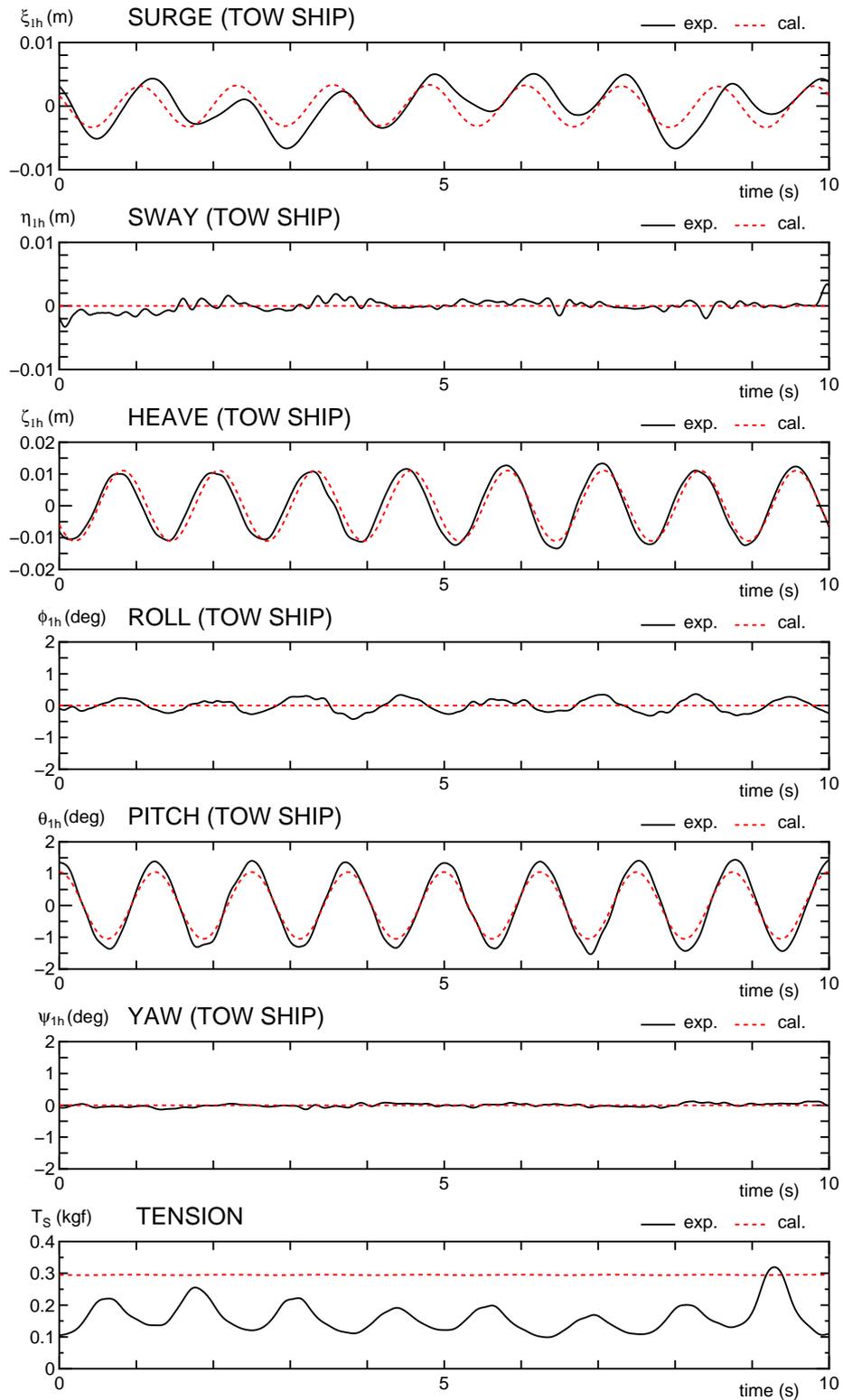


Fig. 5.13: Comparison of time histories of tow ship motions ( $\chi=0\text{deg}$ ,  $\lambda/L_2=1.4$ )

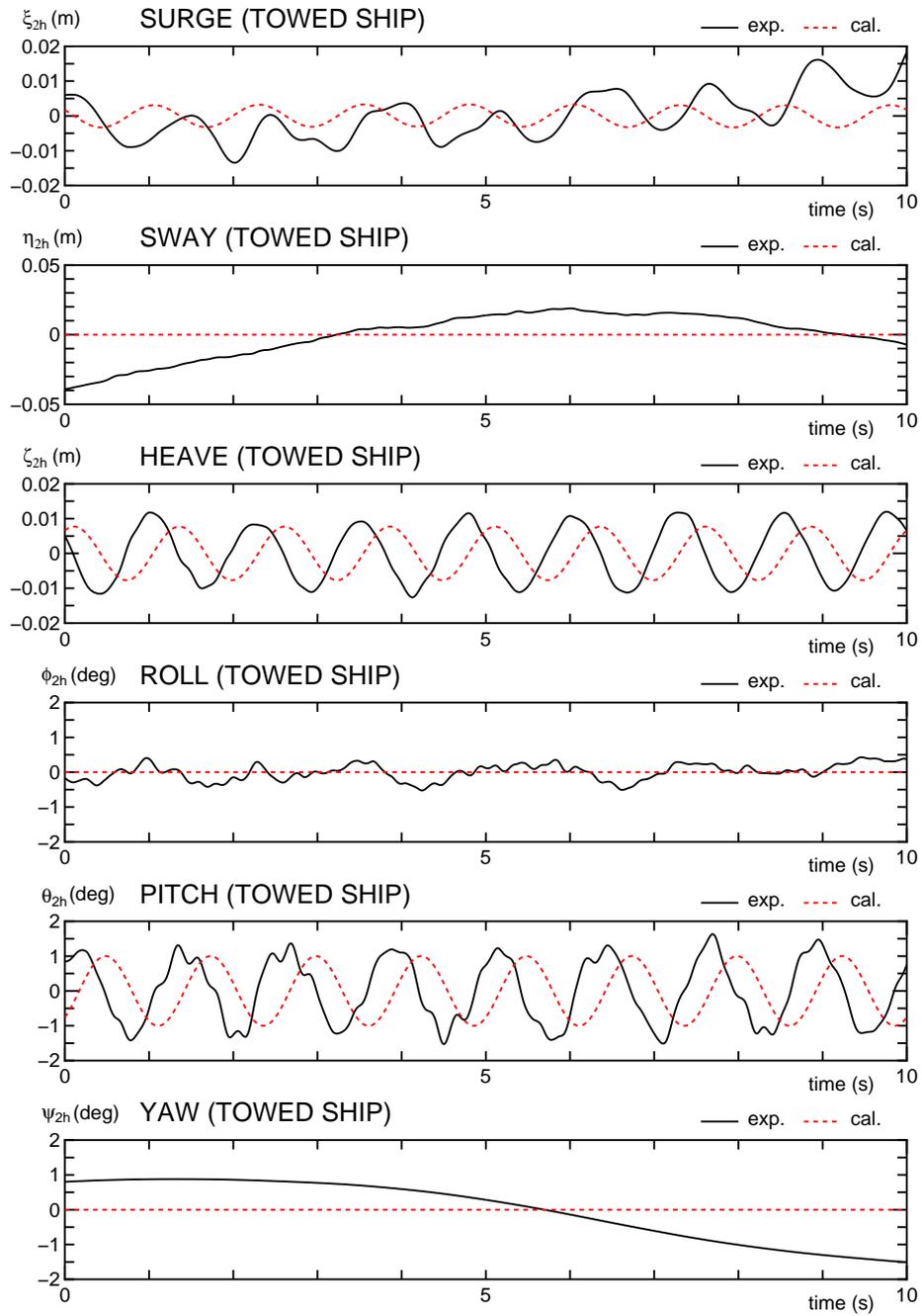


Fig. 5.14: Comparison of time histories of towed ship motions ( $\chi=0\text{deg}$ ,  $\lambda/L_2=1.4$ )

が、これは本来は発生しないものである。よって、被曳船の横運動については、曳船と同様、その傾向をおおよそ捉えていると言えよう。

続いて、斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) における比較結果について、Figs.5.15, 5.16 より考察する。まず、Fig.5.15 より、曳船の縦運動に関する計算結果は、向波の場合と同様、水槽試験結果が示す傾向をおおよそ捉えているようである。次に、曳船の横運動に関する計算結果については、sway 運動については水槽試験結果に近い傾向を示しているが、roll 及び yaw 運動については一致度が悪いようである。Fig.5.16 を見てみると、被曳船の surge, sway, yaw 運動に周期の長い各種揺れの成分が含まれており、被曳船が定常位置に落ち着いていないことが見てとれる。よって、定常曳航状態において曳船に作用する索張力による横揺れ及び船首揺れモーメントの大きさは、計算結果と水槽試験結果とでは異なっていることが推察され、このことが一致度を悪くした要因であると考えられる。また、索張力の計算結果については、向波の場合と同様、その平均値は水槽試験結果よりも過大となっており、変動成分についても再現ができていないようである。一方、Fig.5.16 より、被曳船の 6 自由度運動に関する計算結果は、水槽試験結果から周期の長い各種揺れの成分を除いて考えると、その振幅は概ね近い値を示しているように思われる。しかし、向波の場合と同様、その位相については差異が生じてしまうようである。

最後に、横波 ( $\chi=90\text{deg}$ ) における比較結果について考察する。Figs.5.17, 5.18 より、曳船・被曳船の 6 自由度運動に関する計算結果は、各船ともに水槽試験結果が示す傾向を十分に捉えていることがわかる。この理由は、横波であるがゆえに、曳航索を 1 本のトラス要素としたことによる被曳船の定常位置に関する前後方向のずれが問題とならなくなったことが大きい。また、索張力についても、変動成分は再現できていないものの、その平均値は 3 パターン中で最も近い値を示した。

以上の結果をまとめると、曳船の縦運動に関する計算結果については、どの波方向であっても時刻歴ベースで水槽試験結果をおおよそ捉えることができるようである。一方、曳船の横運動ならびに被曳船の 6 自由度運動に関する計算結果は、振幅については水槽試験結果と近い値を示すが、位相については横波の場合を除いて一致度が悪いということがわかった。また、各船の運動の位相において、被曳船の定常位置がどこになるかということが重要な要素となることがわかった。なお、本計算法においては、索張力の変動成分が再現できないということが判明したが、各船の運動振幅を計算する上では、その計算法の不備は大きな問題とはならないようである。この点については、今後も検討を続けていきたい。

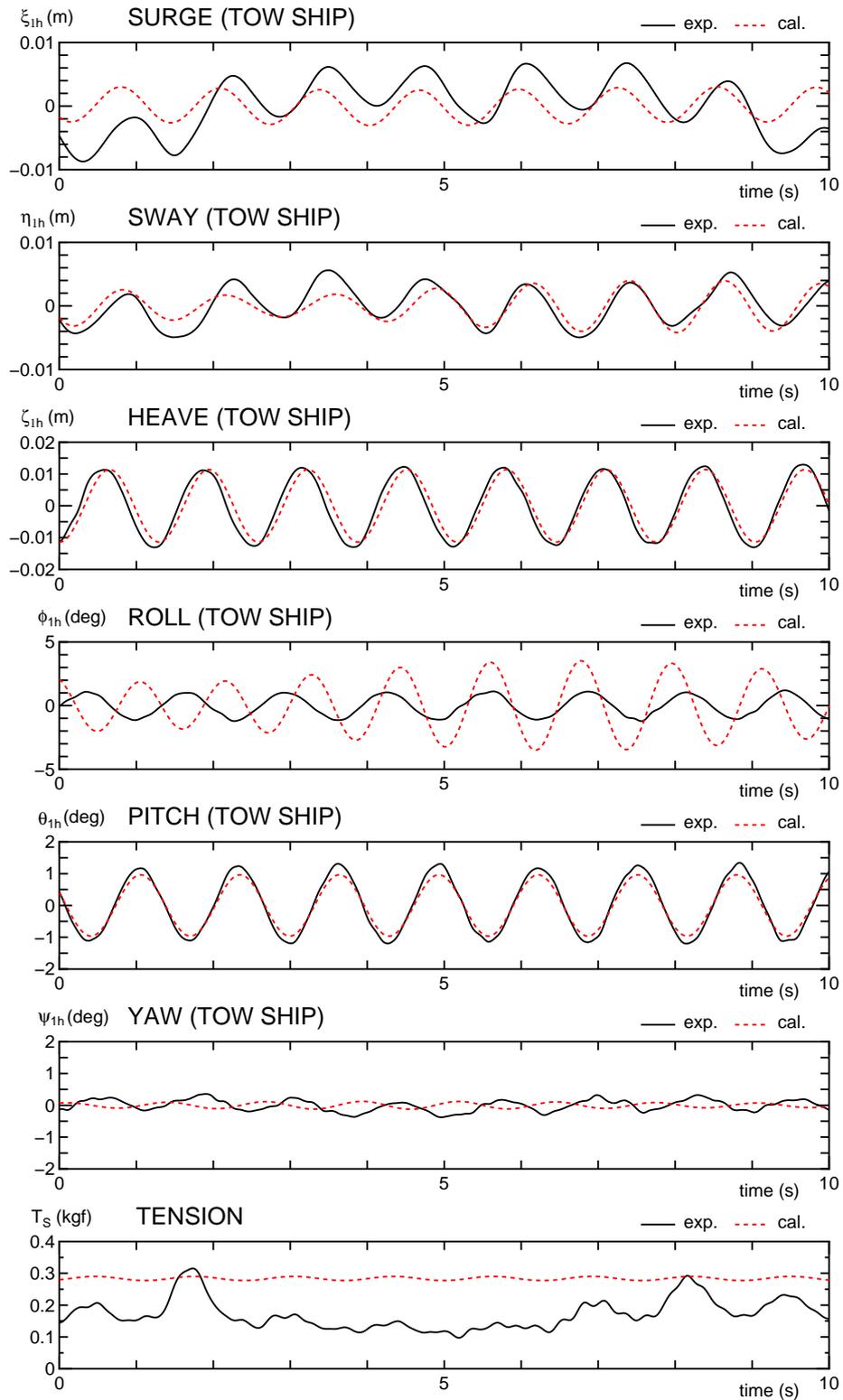


Fig. 5.15: Comparison of time histories of tow ship motions ( $\chi=30\text{deg}$ ,  $\lambda/L_2=1.4$ )

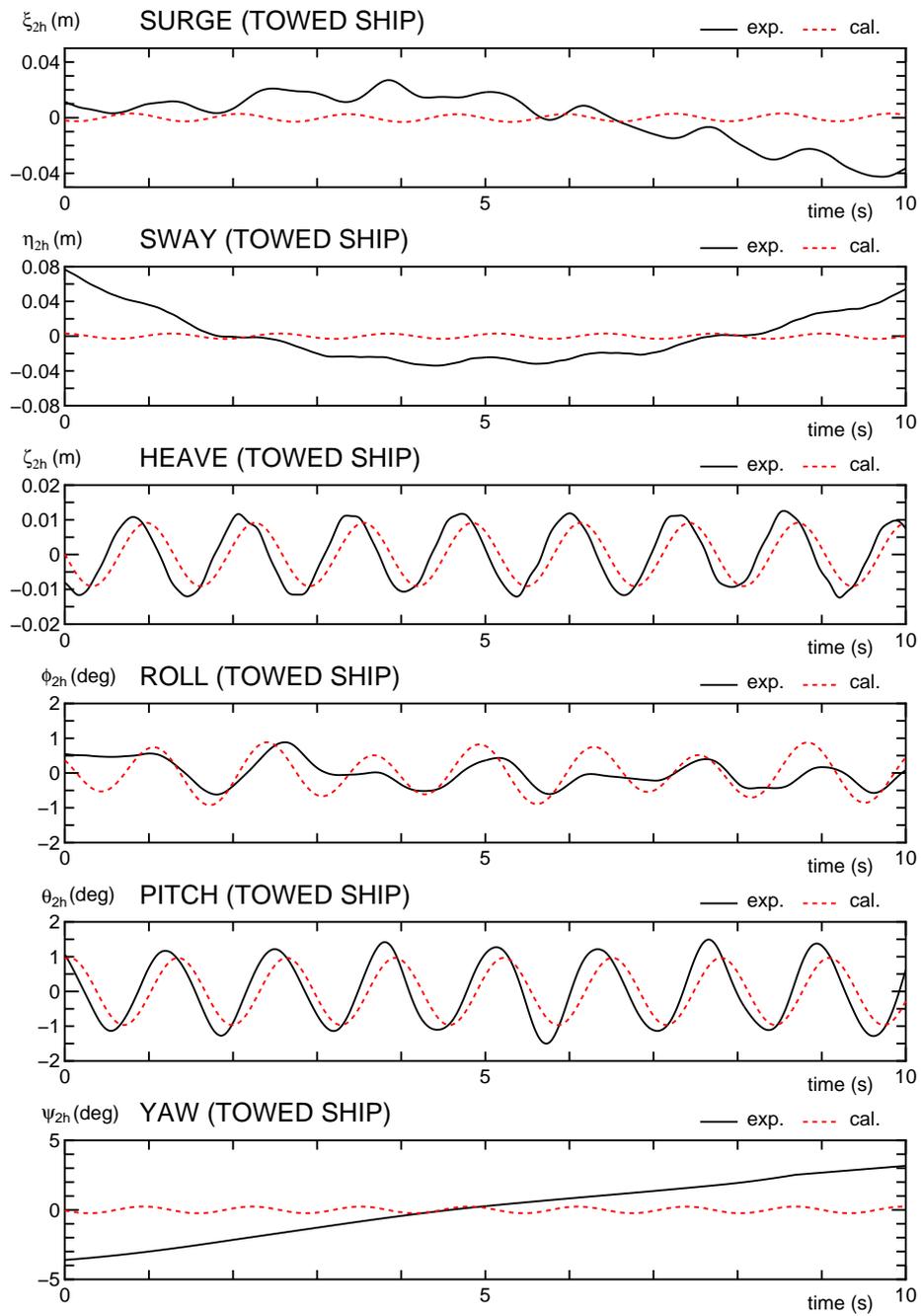


Fig. 5.16: Comparison of time histories of towed ship motions ( $\chi=30\text{deg}$ ,  $\lambda/L_2=1.4$ )

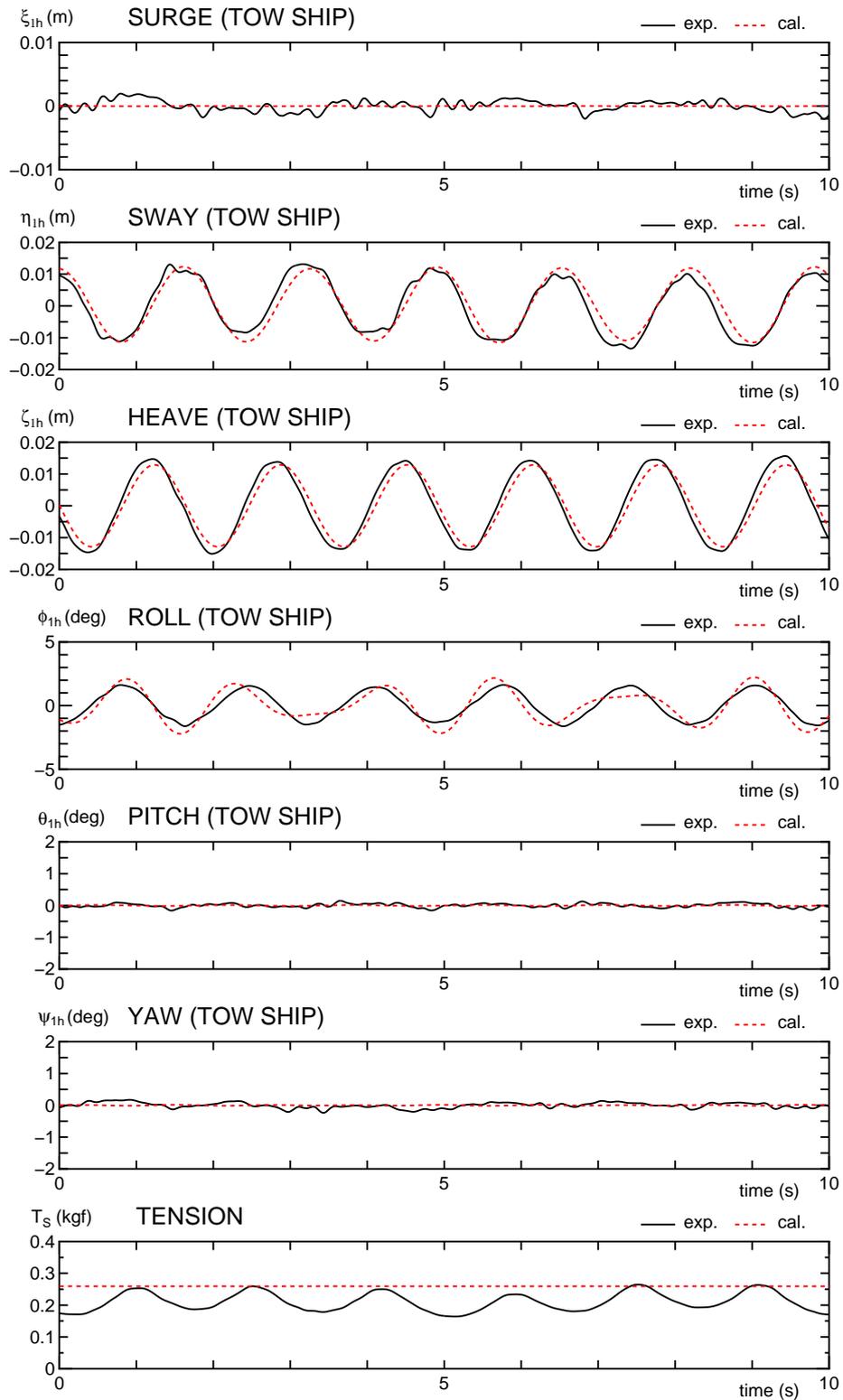


Fig. 5.17: Comparison of time histories of tow ship motions ( $\chi=90\text{deg}$ ,  $\lambda/L_2=1.4$ )

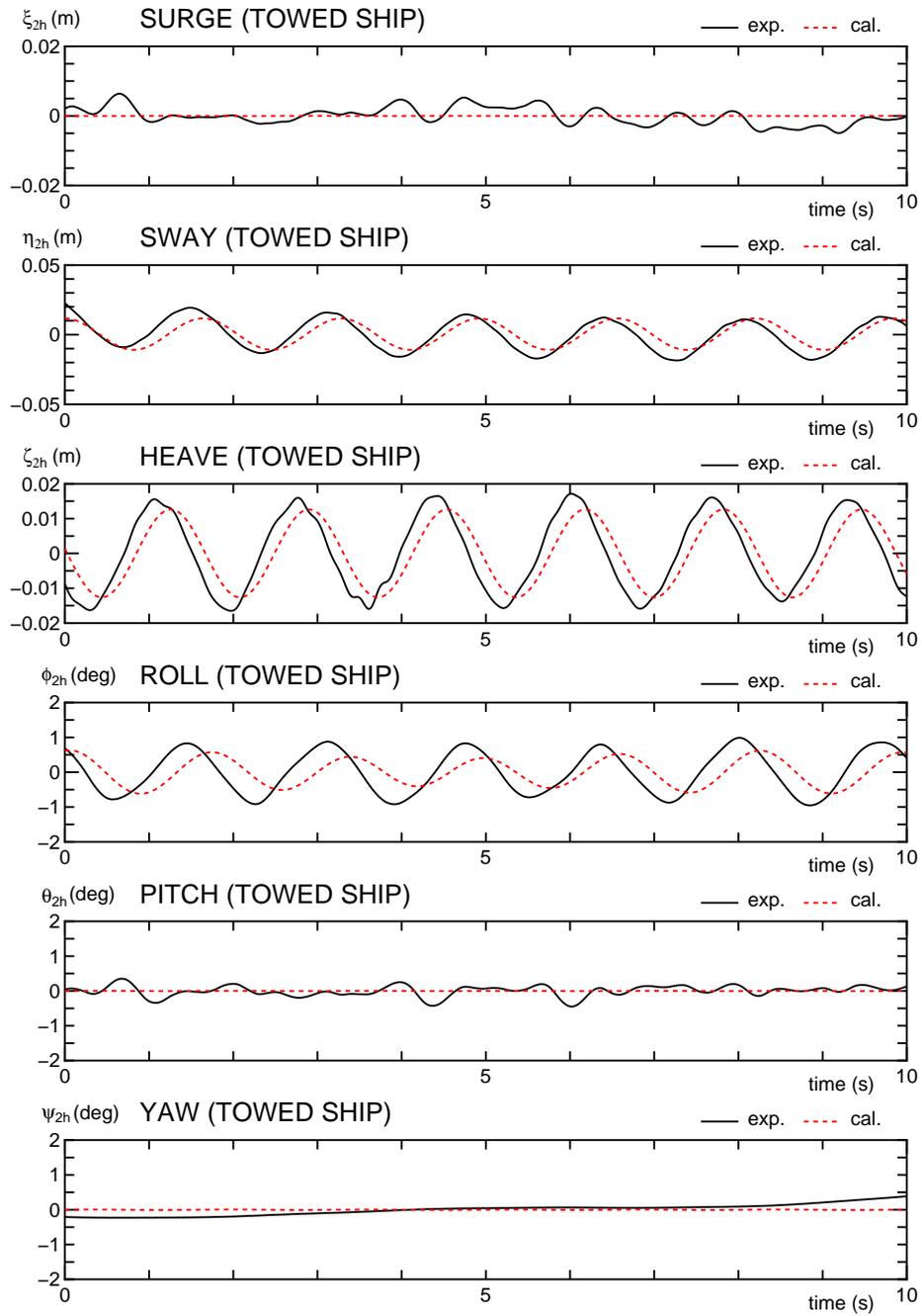


Fig. 5.18: Comparison of time histories of towed ship motions ( $\chi=90\text{deg}$ ,  $\lambda/L_2=1.4$ )

### 5.4.3 周波数応答での船体運動比較 ( $\chi=0\text{deg}$ )

各種条件下における時刻歴計算の結果から，曳船・被曳船の船体運動振幅について求め，それらの結果を水槽試験結果と比較する．まずは，向波 ( $\chi=0\text{deg}$ ) の場合の各船の船体運動振幅に関するシミュレーション計算結果と水槽試験結果を比較し，本計算法の精度について確認する．結果の比較は，Fig.5.4 及び Fig.5.5 で示した  $\chi=0\text{deg}$  における水槽試験結果に，本計算法による曳航状態に関する計算結果ならびにストリップ法による単独航走時の計算結果を加えることにより行う．

Fig.5.19 及び Fig.5.20 に，曳船ならびに被曳船の船体運動振幅に関する比較結果を示す．向波を取り扱っているため，各船の横運動に関する計算結果は，単独航走時，曳航時ともにほぼゼロとなっており，それらは水槽試験結果が示す傾向と同じである．5.2.2 節で確認した通り，曳航時の各船の surge 運動は単独航走時のそれよりも小さくなるのがわかっている．曳航時の各船の surge 運動に関する本計算結果は，単独航走時の計算結果よりも小さくなっていることから，定性的にはその傾向を捉えていると言えるが，長波長域において振幅の減少の度合いが過大となっていることがわかる．これは，曳航索を 1 本のトラス要素として取り扱っているため，各船の surge 運動が直接的に作用し合ってしまったことが原因であると考えられる．よって，各船の surge 運動が大きくなる波浪条件においては，本計算法では精度良く各船の運動を推定することが難しいものと思われる．一方，曳航時の各船の heave 運動ならびに曳船の pitch 運動に関する本計算結果は，単独航走時の計算結果よりも小さくなっており，水槽試験結果が示す傾向と定性的に一致しているようである．ただし，surge 運動と同様，その減少の度合いは計算結果の方が大きくなっている．最後に，曳航時の被曳船の pitch 運動に関する本計算結果は，基本的に単独航走時の計算結果よりも小さくなっており，水槽試験結果が示す傾向と定性的に一致するようであるが，長波長域においては，その傾向が逆転することがわかった．

以上から，向波状態を取り扱う場合，本計算法は，水槽試験結果が示す傾向を定性的に捉えることができたと言えるが，各船の surge 運動が大きくなる長波長域においては，その精度が劣るということがわかった．ただし，各船の heave 運動に関する計算結果については，どの波浪条件においても水槽試験結果が示す傾向と定性的に一致しており，実用的に問題は無いようである．

#### 5.4.4 周波数応答での船体運動比較 ( $\chi=30\text{deg}$ )

同様に，斜波 ( $\chi=30\text{deg}$ ) の場合における曳船ならびに被曳船の船体運動振幅に関する比較結果を，Fig.5.21 及び Fig.5.22 に示す．曳航時の各船の縦運動に関する本計算結果は，向波の場合と同様，水槽試験結果が示す傾向を定性的に捉えていると言えるが，各船の surge 運動が大きくなる長波長域においては，その精度が劣るということがわかった．ただし，各船の heave 運動については，どの波浪条件においても水槽試験結果が示す傾向とおおよそ一致するようである．一方，各船の横運動に関する本計算結果は，水槽試験結果が示す傾向を定性的に捉えているものと思われる．曳航時の曳船の sway 及び yaw 運動が単独航走時のそれらよりも減少すること，曳船の roll 運動ならびに被曳船の全ての横運動が単独航走時のそれらよりも増加することという傾向が計算結果においても再現されている．ただし，各船の roll 運動については，増加の度合いをやや過大に見積もっているように思われる．この理由は，時刻歴における比較でも述べた通り，定常曳航状態において曳船に作用する索張力による横揺れモーメントの大きさが，計算結果と水槽試験結果とで異なっていることにあると考えられる．

以上から，斜波状態を取り扱う場合，本計算法による縦運動の計算結果に関する精度は向波状態におけるものと同程度であるが，横運動に関しては実用上の精度を有しているものと思われる．

#### 5.4.5 周波数応答での船体運動比較 ( $\chi=90\text{deg}$ )

最後に，横波 ( $\chi=90\text{deg}$ ) の場合における曳船ならびに被曳船の船体運動振幅に関する比較結果を，Fig.5.23 及び Fig.5.24 に示す．時刻歴結果の比較の場合と同様，曳船・被曳船の 6 自由度運動に関する本計算結果は，各船ともに水槽試験結果が示す傾向を十分に再現していることがわかる．曳航時の被曳船の yaw 運動の水槽試験結果が，単独航走時のそれよりも大きくなっており，この点だけが本計算結果と異なるが，水槽試験結果から得られる被曳船の yaw 運動振幅は有次元値で  $1.0\text{deg}$  程度である．よって，この傾向の差異は実用的には大きな問題とはならないと考えられるので，横波における本計算法の精度は，実用上十分であると言える．

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

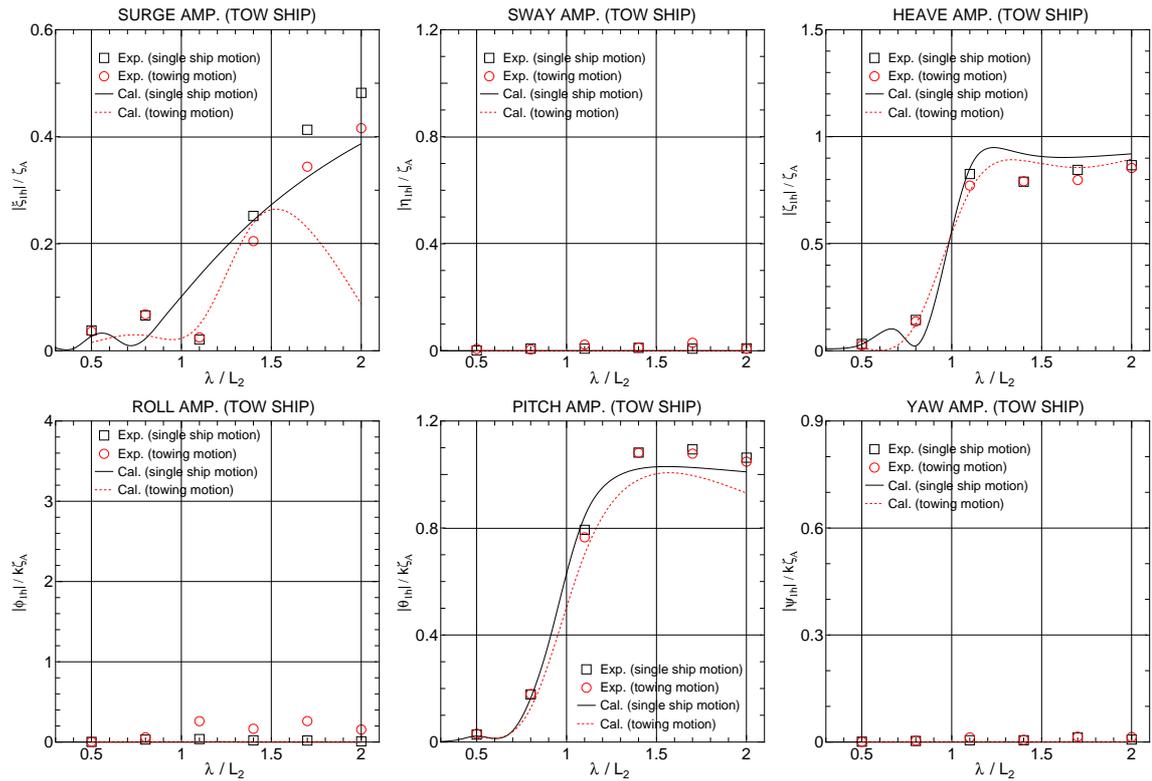


Fig. 5.19: Comparison of motion amplitudes of tow ship in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ )

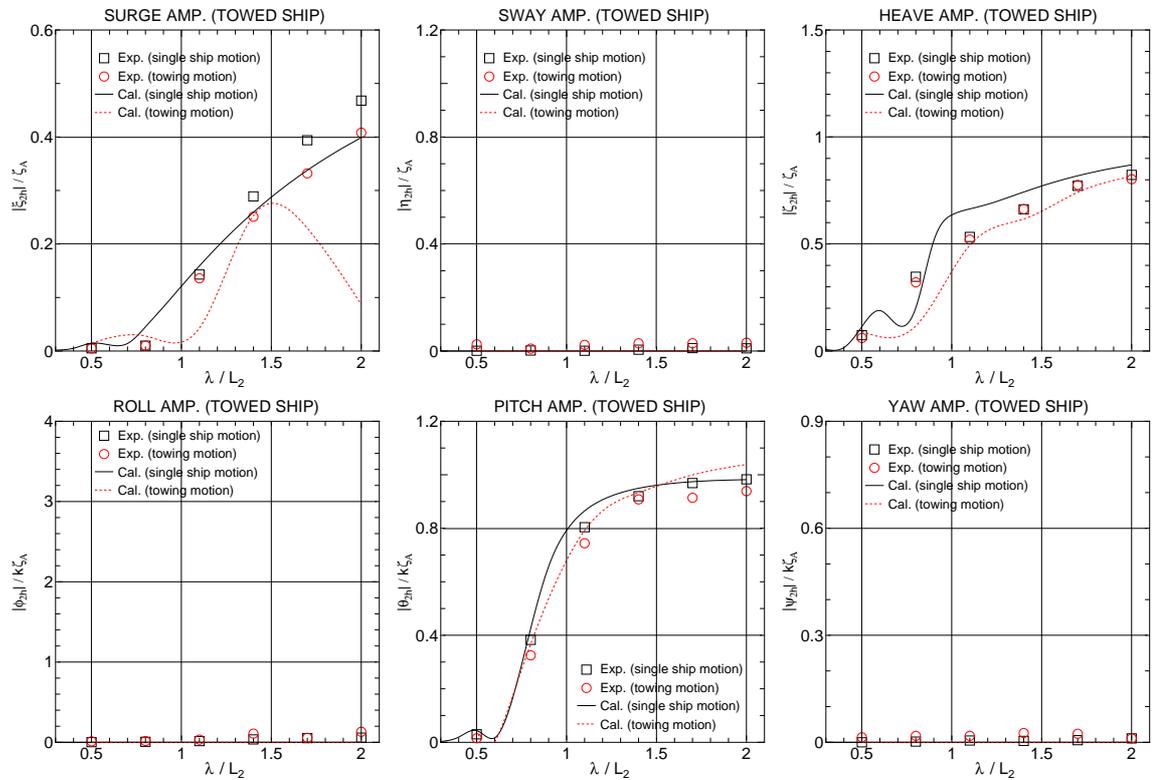


Fig. 5.20: Comparison of motion amplitudes of towed ship in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ )

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

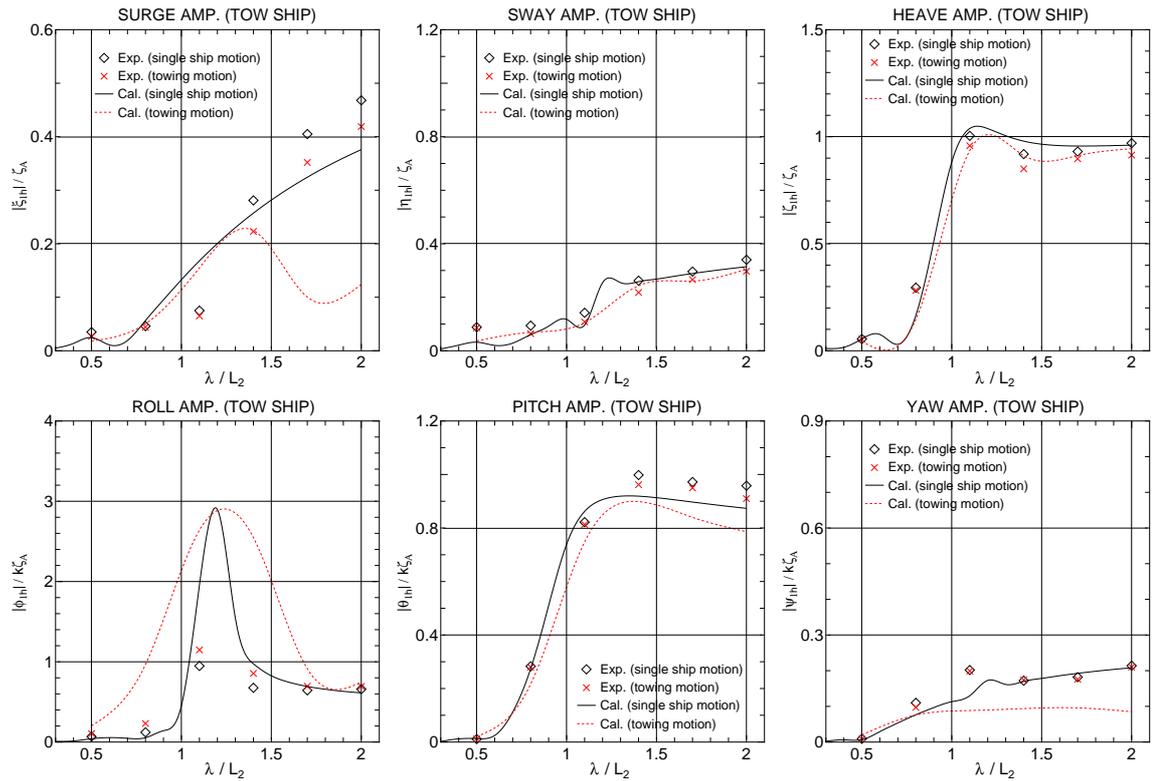


Fig. 5.21: Comparison of motion amplitudes of tow ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ )

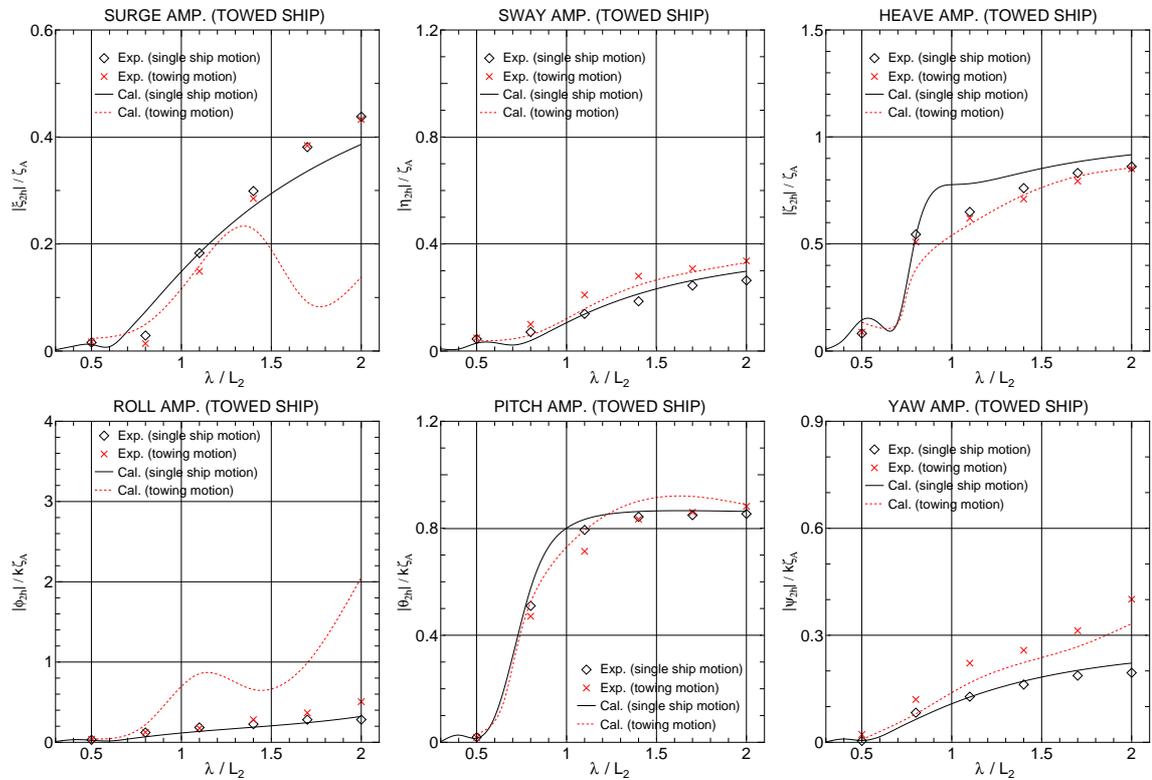


Fig. 5.22: Comparison of motion amplitudes of towed ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ )

## 第 5 章 水槽試験による検証及び各船の 6 自由度運動に関する考察

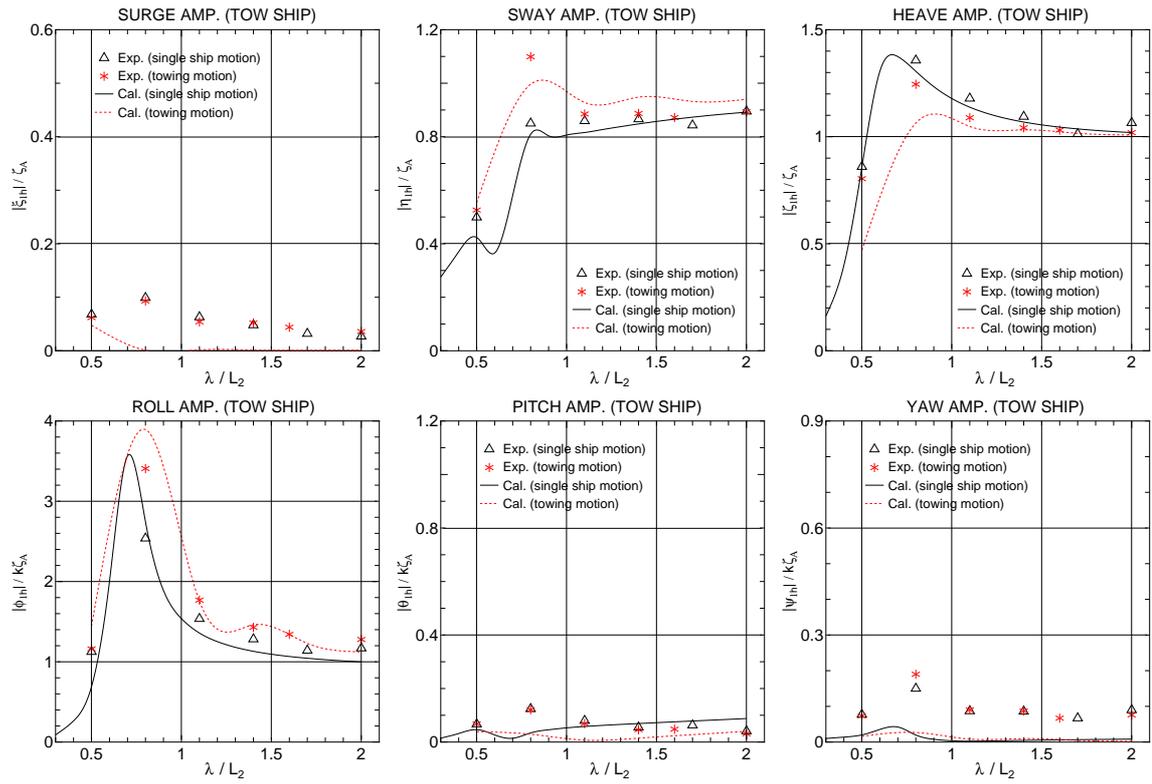


Fig. 5.23: Comparison of motion amplitudes of tow ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ )

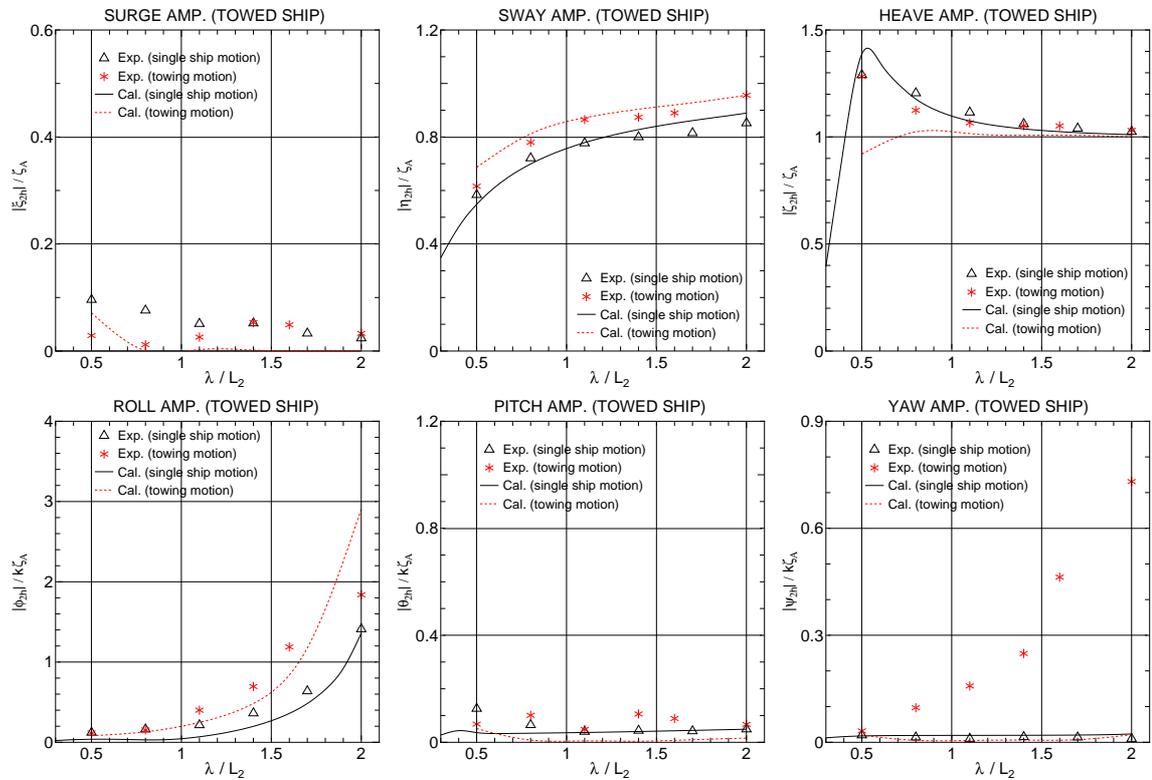


Fig. 5.24: Comparison of motion amplitudes of towed ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ )

## 5.5 本章のまとめ

本章では、向波、斜波、横波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動及び曳船側曳航点に作用する索張力を計測する水槽試験技術について示すとともに、その手法によって計測された水槽試験結果について考察を行った。また、水槽試験結果を用いて、第4章で示した理論計算法の精度について検証した。

水槽試験結果より、以下の知見が得られた。

- 向波中における各船の縦運動について、三菱重工長崎造船所での計測結果と広島大学での計測結果を比較した。その結果、両者の単独航走時の計測結果には再現性があり、曳航時の計測結果についても定性的な傾向は同じであったことから、本研究が実施した水槽試験は、実用的に許容できる計測精度を有していたものと考えられる。
- 向波中曳航時の曳船・被曳船の縦運動は、単独航走時のそれらよりも小さくなる。この理由は、第3章で示したものと同じである。
- 向波中曳航時の曳船・被曳船の横運動は、単独航走時と同様、大きく発達することは無い。ただし、何らかの影響で被曳船の定常位置が曳船の船体中心線上からずれた状態となると、各船に若干量ではあるが roll 運動が生じる。
- 斜波中曳航時の曳船・被曳船の縦運動は、向波の場合と同様、単独航走時のそれらよりもやや小さくなる傾向が見られた。
- 斜波中曳航時の曳船の sway 及び yaw 運動は、単独航走時のそれらよりも小さくなる。これは、被曳船があたかもシーアンカーのように作用し、それらの運動を抑制した結果であると考えられる。
- 斜波中曳航時の曳船の roll 運動ならびに被曳船の全ての横運動は、単独航走時のそれらよりも大きくなる。これは、波漂流力により、被曳船の定常位置が曳船の船体中心線上からずれた状態となることによって、各船に作用することとなる索張力による横力・モーメントの変動成分が原因であると考えられる。
- 上記の斜波中曳航時において得られた知見は、 $\chi=30\text{deg}$  という比較的浅い角度の斜波の場合における結果によるものである。よって、 $\chi$  が大きくなった場合には、また違った傾向が現れる可能性があることに注意を要する。
- 横波中曳航時の曳船・被曳船の surge 及び pitch 運動は、単独航走時と同様、大きく発達することは無い。
- 横波中曳航時の曳船・被曳船の heave 運動は、単独航走時のそれらよりも小さくなる。これは曳航索による拘束の影響が主たる要因である。

- 横波中曳航時の曳船・被曳船の横運動は，単独航走時のそれらよりも大きくなる．これは，波漂流力により，被曳船の定常位置が曳船の船体中心線上からずれた状態となることによって，各船に作用することとなる索張力による横力・モーメントの変動成分が原因であると考えられる．なお，横波の場合には，被曳船のシーアンカーとしての作用が相対的に小さい．

理論計算法の精度検証の結果，本計算法には以下の特徴があることがわかった．

- 向波，斜波中曳航時の各船の運動振幅を計算する場合，本計算法は水槽試験結果が示す傾向を定性的に捉えることができた．
- 横波中曳航時の各船の運動振幅を計算する場合には，どの波浪条件においても，本計算法は水槽試験結果が示す傾向を捉えることができた．
- 横波中曳航時の各船の運動については，その位相についても，時刻歴ベースでおおよそ再現することが可能であった．
- 波浪中曳航時の索張力に関する計算結果については，今後も検討が必要である．

## 第6章 結論

本論文では，正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動に関する理論計算法を構築するとともに，水槽試験結果及び線形理論に基づいて，その際の曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察した．続いて，同計算法を発展させ，曳船・被曳船の波浪中6自由度運動に関する実用計算法を提案した．さらに，水槽試験結果から得られる各船の波浪中6自由度運動特性に関する知見をまとめ，そのメカニズムについて考察した．その結果，以下の結論が得られた．

### 正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動に関する理論計算法

第2章において，曳航索をいわゆるランプドマス法で取り扱い，正面向波中における曳船・被曳船の縦方向船体運動シミュレーション計算法を提案した．本計算法は，従来の微小振幅波を仮定した線形理論による船体運動方程式ならびにLagrange方程式に基づく各集中マスに関する運動方程式に，各船の抵抗及び推力に関する項ならびに索張力による外力項を付加し，それらの式を数値的に解くことで，正面向波中曳航時の曳船・被曳船の船体運動及び索張力をシミュレートすることを可能としている．また，本計算法は，索張力の推定式を使用する必要が無いことに加え，曳航索の自重影響及び流体から受ける抵抗を考慮できる点に特徴がある．第3章において水槽試験による精度検証を実施した結果，改善の余地はあるものの，同計算法は，正面向波中曳航時の曳船・被曳船の運動及び索張力の挙動を実用上の精度を持って推定できることがわかった．

### 正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関する考察

第3章において，正面向波中を航行する曳船・被曳船の運動連成に関するメカニズムについて考察した．その結果を以下に示す．

- 索張力の定常成分の主たる要素は，被曳船の平水中抵抗と波浪中抵抗増加である．
- 索張力の非定常成分の主たる要素は，被曳船に作用する surge 方向の波強制力と被曳船の surge 運動に関する慣性項である．

- 曳船の surge 運動は，被曳船に作用する surge 方向の波強制力，ならびに被曳船の surge 運動に関する慣性項に依存して影響を受けることとなる．よって，それらの項の位相差がどの程度になるかということが重要な要素となる．
- 各船の heave 運動及び pitch 運動に影響を与える主たる要素は，索張力の定常成分，曳航索長，ならびに各船の重心と曳航点との距離となる．各船の heave 運動及び pitch 運動に関する復原力係数は，それらの要素に依存して増加または減少する．また，各船の運動には，相手船の heave 運動及び pitch 運動に起因する強制力項が作用するが，その影響の度合いを決定するのも，それら 3 つの要素である．
- 索張力の定常成分の主たる要素は，被曳船の平水中抵抗及び波浪中抵抗増加であるため，その値は波高には比例しない．よって，波浪中曳航状態における各船の heave 運動及び pitch 運動は，波高に比例しないこととなる．これは，一般的な波浪中船体運動が示す傾向とは異なる，曳航問題に特有の現象である．
- 曳航索長が無限に長いと仮定すると，各船の heave に関する運動方程式は，各船が波浪中を単独航走する場合の運動方程式に完全に一致する．一方，各船の pitch に関する運動方程式は，自船の pitch に関する復原力係数にのみ，索張力の定常成分ならびに各船の重心と曳航点との距離の影響が残ることとなる．
- 被曳船の surge 運動は，曳船の surge 運動とは異なり，基本的に単独航走時に近い運動傾向を示すが，索長が短い場合や被曳船の抵抗が大きい場合（曳航索が常に張っている場合）には，曳船の surge 運動の影響を直接的に受けることとなる．

#### 曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関する実用計算法

第 4 章では，波浪中における曳船・被曳船の操縦運動及び 6 自由度波浪動揺の両方を総合的に取り扱うことのできる実用的なシミュレーション計算法を提案した．本計算法は，操縦運動を扱う低周波数の運動方程式と波浪動揺を扱う高周波数の運動方程式を完全に分離させ，それぞれを別個に解くことによって，波浪中を航行する曳船・被曳船に関する 6 自由度運動計算を可能としている．また，本計算法は，曳航索を 1 本のトラス要素として取り扱っているため，索の変形とその動的な影響を考慮することはできないが，理論としては一貫している．第 5 章において水槽試験による精度検証を実施した結果，本計算法には以下の特徴があることがわかった．

- 向波，斜波中曳航時の各船の運動振幅を計算する場合，本計算法は水槽試験結果が示す傾向を定性的に捉えることができる．
- 横波中曳航時の各船の運動振幅を計算する場合には，どの波浪条件においても，本計算法は水槽試験結果が示す傾向を捉えることができる．

- 横波中曳航時の各船の運動については、その位相についても、時刻歴ベースでおおよそ再現することが可能である。
- 波浪中曳航時の索張力に関する計算結果については、今後も検討が必要である。

最後に、本計算法は、演算時間が短くて済むという利点があるため、精度面の問題をクリアできれば、曳航操船シミュレータ等への適用もある程度は可能であると考えられる。

### 曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関する考察

第 5 章において、曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関するメカニズムについて考察した。その結果を以下に示す。

- 向波中曳航時の曳船・被曳船の縦運動は、単独航走時のそれらよりも小さくなる。曳船の surge 運動については、被曳船の surge 運動に起因する索張力の変動成分が曳船の surge 運動を減衰させる方向に作用したことが原因である。それ以外の運動については、曳航索の拘束による影響が主たる要因と考えられる。
- 向波中曳航時の曳船・被曳船の横運動は、単独航走時と同様、大きく発達することは無い。ただし、何らかの影響で被曳船の定常位置が曳船の船体中心線上からずれた状態となると、各船に若干量ではあるが roll 運動が生じる。
- 斜波中曳航時の曳船・被曳船の縦運動は、向波の場合と同様、単独航走時のそれらよりもやや小さくなる傾向が見られた。
- 斜波中曳航時の曳船の sway 及び yaw 運動は、単独航走時のそれらよりも小さくなる。これは、被曳船があたかもシーアンカーのように作用し、それらの運動を抑制した結果であると考えられる。
- 斜波中曳航時の曳船の roll 運動ならびに被曳船の全ての横運動は、単独航走時のそれらよりも大きくなる。これは、波漂流力により、被曳船の定常位置が曳船の船体中心線上からずれた状態となることによって、各船に作用することとなる索張力による横力・モーメントの変動成分が原因であると考えられる。
- 上記の斜波中曳航時において得られた知見は、 $\chi=30\text{deg}$  という比較的浅い角度の斜波の場合における結果によるものである。よって、 $\chi$  が大きくなった場合には、また違った傾向が現れる可能性があることに注意を要する。
- 横波中曳航時の曳船・被曳船の surge 及び pitch 運動は、単独航走時と同様、大きく発達することは無い。

- 横波中曳航時の曳船・被曳船の heave 運動は，単独航走時のそれらよりも小さくなる．
- 横波中曳航時の曳船・被曳船の横運動は，単独航走時のそれらよりも大きくなる．これは，波漂流力により，被曳船の定常位置が曳船の船体中心線上からずれた状態となることによって，各船に作用することとなる索張力による横力・モーメントの変動成分が原因であると考えられる．なお，横波の場合には，被曳船のシーアンカーとしての作用が相対的に小さい．

### 波浪中における曳航作業における一提案

波浪中曳航時の曳船・被曳船運動に関する考察を踏まえ，曳航作業において有用と思われる知見を以下に示す．

- 船体に破口があるような損傷船舶を曳航する場合には，沈没・転覆を防ぐため，その船舶をできる限り動揺させずに目的港まで運ぶ必要がある．よって，そのような場合には，向波に近い方向から波を受けて曳航することが望ましい．また，破口が船首もしくは船尾にあり，その位置が波振幅よりも高い位置にある場合には，heave の同調点を除けば，横波中でも曳航は可能であると考えられる．
- 斜波・横波中曳航時において各船の横運動が増大することを防ぐためには，被曳船ができる限り曳船の真後ろを追従するようにすればよい．波漂流力による被曳船の横偏位を抑制する方法としては，被曳船に舵を取らせること，被曳船にセンターボードのような付加物を設置すること等が考えられる．

本研究で得られた結論は以上である。本研究の最終目標は、実務における曳航作業に伴う危険を、除去もしくは低減させるための対策を確立することである。そのためには、気象・海象を含めた様々な曳航条件において、各船の運動及び索張力の挙動を精度良く再現することが可能なシミュレーションツールが必要となる。本研究で提案した曳船・被曳船の波浪中 6 自由度運動に関する実用計算法の精度を向上させ、この目的に叶うシミュレーションツールが構築できるよう検討を続けていきたい。今後の課題について以下にまとめる。

- 向波，斜波中曳航時の各船の運動計算において，各船の surge 運動が大きくなる領域において精度が悪化するという傾向が見られた。これは曳航索のモデルが 1 本のトラス要素であったことが主たる原因であると考えられる。よって，問題の改善のためには，第 2 章で示した正面向波中における理論計算法と同様，曳航索をランプドマス法で表現する必要があると思われる。しかしながら，その取り扱い，精度を向上させると同時に計算時間が膨大になるという問題もはらんでいる。精度と計算時間のバランスを考え，計算法の改良に努めたい。
- 本計算法は規則波のみを取り扱っているが，実際の曳航作業において出会う波は当然，不規則波である。よって，不規則波でも取り扱えるように計算法を発展させる必要がある。また，波に加えて，風，潮流による影響までも取り扱える計算法とすることが望まれる。
- 本計算法は曳航時の操縦運動と波浪動揺の両方を同時に取り扱えるものであるが，波浪中曳航時における変針・旋回のような操縦運動に関する本計算法の精度検証は，未だ行われていない。そのような水槽試験における運動計測は難しいものと考えられるが，十分な広さの角水槽ならびに非接触な運動計測技術があれば，将来的には実現可能になると思われる。水槽試験法についても，今後も検討していきたい。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、多くの方々から懇切なる御指導と御激励を賜りました事に心より感謝を申し上げます。

5年間の研究生生活において、終始一貫して御懇篤なる御指導を賜りました広島大学大学院工学研究院教授 安川宏紀先生には、心からの謝意を表します。詳細かつ的確な御教示、有益な御討論、そして何より親身な御助言と力強い励ましを事ある度に頂戴しました。ここに深く感謝すると共に、重ねて御礼を申し上げます。

広島大学大学院工学研究院教授 土井康明先生、岩下英嗣先生ならびに同准教授 田中進先生には、本論文の御校閲に貴重な御時間を割いて頂き、細部にわたる御指導と御討論を賜りました。謹んで心からの御礼を申し上げます。

広島大学大学院工学研究院助教 平田法隆先生には、日頃から暖かな御激励を頂くと共に、水槽試験に際し多くの御助言を頂戴しました。謹んで心より謝意を表します。

広島大学大学院工学研究院助教 佐野将昭先生には、先生が学生の時分より幾度となく楽しい議論を交わさせて頂きました。学生生活全般にわたり、多くの助言と激励を頂きましたことに心より感謝いたします。

海上保安大学校副校長 日當博喜先生には、私が同校学生の時分からの長きに渡り、親身な御助言を頂くと共に、終始暖かい御鞭撻を頂きました。私に研究者としての道を開いてくださったことに心からの御礼を申し上げます。

三菱重工長崎研究所 北島良則主席を始めとする流体研究室の皆様には、水槽試験に御便宜を図って頂くと共に、貴重な御助言を賜りました。謹んで御礼申し上げます。

広島大学大学院工学研究科 輸送・環境システム専攻事務室の事務員の皆様には、研究生生活全般にわたって支援して頂きました事に心より御礼申し上げます。また、広島大学の土橋誠技官には、実験に際して多くのご指導を賜りましたことに深く感謝いたします。

海上輸送システム研究室におきましては、既に御卒業された方々も含めて大変お世話になりました。後輩諸氏と過ごす楽しい時間は、研究生生活を遂行する上で大きな励みとなるものでした。いずれの方々に対しても、厚く感謝を申し上げる次第です。

最後に、今日に至るまで変わらぬ支えと励ましを頂いた妻に心より感謝を申し上げ、本論文の謝辞と致します。

## 参考文献

- [1] Strandhagen,A.G., Schoenherr,K.E. and Kobayashi,F.M.:“The Dynamic Stability on Course of Towed Ships,” Trans. SNAME Vol.58 (1950), pp.32-46.
- [2] 貴島勝郎, 和田洋二郎:“風圧下における被曳船の針路安定性,” 日本造船学会論文集 第 153 号 (1983), pp.117-126.
- [3] 貴島勝郎, 前川和義, 田中浩一郎:“浅水域における曳船・被曳船系の針路安定性,” 西部造船会々報 第 84 号 (1992), pp.85-95.
- [4] 貴島勝郎, 古川芳孝:“狭水域における曳船の曳航法について,” 西部造船会々報 第 89 号 (1995), pp.167-177.
- [5] 道本順一, 日當博喜, 寺本定美:“荒天下における曳船と被曳船の運動に関する研究 (その 2, 曳航索の運動を考慮しないときの 2 船の運動),” 海上保安大学校研究報告 理工学系 第 43 号 第 1 号 (1997), pp.13-24.
- [6] 湯川和浩, 星野邦弘, 原 正一, 山川賢次:“転覆した船に働く流体力とその曳航法に関する研究,” 日本造船学会論文集 第 186 号 (1999), pp.145-156.
- [7] 貴島勝郎, 岸本隆, 末永浩二:“損傷船舶の曳航方法に関する研究,” 西部造船会々報 第 100 号 (2000), pp.17-29.
- [8] 道本順一, 日當博喜, 寺本定美, 田中 明:“荒天下における曳船と被曳船の運動に関する研究 (その 3, 曳航索の形状変化を考慮した索張力変動の計算),” 海上保安大学校研究報告 理工学系 第 44 号 第 1 号 (1998), pp.13-24.
- [9] 道本順一, 日當博喜, 寺本定美, 佐名信治:“荒天下における曳船と被曳船の運動に関する研究 (その 4, 変針時の運動および曳航索張力変動の計算),” 海上保安大学校研究報告 理工学系 第 47 号 第 1 号 (2003), pp.11-24.
- [10] 岸本隆, 貴島勝郎:“損傷船舶の曳航に関する研究 (第 2 報),” 日本造船学会論文集 第 191 号 (2002), pp.77-85.
- [11] 湯川和浩, 星野邦弘, 原 正一, 山川賢次:“荒天下における折損タンカーの曳航について,” 日本造船学会論文集 第 191 号 (2002), pp.87-96.

- [12] Bernitsas, M. and Kekridis, N.S. : "Nonlinear Stability Analysis of Ship Towing by Elastic Rope," J. Ship Research, Vol.30, No.2 (1986), pp.136-146.
- [13] Jiang, T., Henn, R. and Sharma, S.D. : "Dynamic Behavior of a Tow System under an Autopilot on the Tug," International Symposium and Workshop on Forces Acting on a Manoeuvring Vessel (MAN'98), Val de Reuil (1998).
- [14] 重廣律男 : "曳航・被曳航船系の操縦運動モデル," 関西造船協会誌 第 230 号 (1998), pp.153-164.
- [15] 安川宏紀, 平田法隆, 中村暢昭, 松本之良 : "被曳船の振れまわり運動シミュレーション," 日本船舶海洋工学会論文集 第 4 号 (2006), pp.137-146.
- [16] Yasukawa, H., Nakamura, N., Hirata, N. and Koh, K.K. : "Maneuvering Simulations of Tow and Towed Ships in Still Water," International Conference on Towing & Salvage of Disabled Tankers (TSDT'07), Glasgow (2007), pp.73-82.
- [17] Fang, M.-C. and Ju, J.-H. : "The Dynamic Simulations of the Ship Towing System in Random Waves," Marine Technology Vol.46, No.2 (2009), pp.107-115.
- [18] 元良誠三, 小山健夫, 藤野正隆, 前田久明 : "改訂版 船体と海洋構造物の運動学," 成山堂書店 (1997), pp.39-60.
- [19] 守屋富次郎, 鷺津久一郎 : "改訂版 力学概論," 培風館 (1968), pp.196-220.
- [20] 渡辺 巖, 土岐直二, 伊東章雄 : "第 2 章 ストリップ法, 耐航性理論の設計への応用," 運動性能研究委員会 第 11 回シンポジウム, 日本造船学会 (1994), pp.167-187.
- [21] 定兼廣行, 李 成壽 : "向い波中箱型台船の曳航抵抗と索張力 : 曳航台車による模型実験," 日本航海学会論文集 第 108 号 (2003), pp.211-217.
- [22] Hara, S. and Yamakawa, K. : "Study on the Towline Tension During Towing: 2nd Report: Behavior of the Towline in Waves," 関西造船協会誌 第 220 号 (1993), pp.233-247.
- [23] 安川宏紀, 平田法隆, 田中 進, 小瀬邦治 : "首振り型推進器を有する船の操縦性に関する研究," 日本船舶海洋工学会論文集 第 9 号 (2009), pp.155-165.
- [24] McCreight, W.R. : "Ship Maneuvering in Waves," 16th Symp. on Naval Hydrodynamics, Berkeley (1986), pp.456-469.
- [25] 浜本剛実, 金 潤洙 : "波浪中の操縦運動を記述する新しい座標系とその運動方程式," 日本造船学会論文集 第 173 号 (1993), pp.209-220.

- [26] 西村浩二, 平山次清, 高山武彦, 平川嘉昭, 馬寧: “小型船の大波高中動揺・操縦運動時間ベース計算法の一提案,” 日本造船学会論文集 第195号 (2004), pp.203-210.
- [27] Fang, M.-C., Luo, J.-H. and Lee, M.-L.: “A Nonlinear Mathematical Model for Ship Turning Circle Simulation in Waves,” J. Ship Research, Vol.49, No.2 (2005), pp.69-79.
- [28] 安川宏紀: “旋回する船の波浪動揺シミュレーション,” 日本船舶海洋工学会論文集 第4号 (2006), pp.117-126.
- [29] 安川宏紀: “波浪中における船の操縦運動シミュレーション (第1報: 旋回運動),” 日本船舶海洋工学会論文集 第4号 (2006), pp.127-136.
- [30] 小林英一, 影本浩, 古川芳孝: “第2章 操縦運動の数学モデル, 操縦性研究の設計への応用,” 運動性能研究委員会 第12回シンポジウム, 日本造船学会 (1995), pp.78-84.
- [31] 野中晃二: “波浪中の操船運動について,” 西部造船会々報 第80号 (1990), pp.73-86.
- [32] Maruo, H.: “Wave Resistance of a Ship in Regular Head Seas,” Bulletin of the Faculty of Eng., Yokohama National Univ., Vol.9 (1960), pp.73-91.
- [33] 高橋雄: “波浪中抵抗増加の実用的推定法とその船型計画への応用,” 西部造船会々報 第75号 (1988), pp.75-95.
- [34] “実践 浮体の流体力学, 前編-動揺問題の数値解法,” 日本造船学会, 海洋工学委員会性能部会編, 成山堂書店 (2003).

# 表 目 次

3.1	Principal dimensions of tow and towed ships . . . . .	16
3.2	Coefficients used in the calculations . . . . .	19
5.1	Experimental conditions of tow and towed ships . . . . .	65
5.2	Hydrodynamic derivatives of towed ship . . . . .	76
5.3	Other coefficients of tow and towed ships . . . . .	77
6.1	Advances and tactical diameters . . . . .	107
6.2	1st and 2nd overshoot angles . . . . .	109

# 目 次

2.1	Coordinate systems of towed ship and towline . . . . .	7
2.2	Velocities of mass and resistances acting on it . . . . .	9
2.3	Tension acting on N-th mass . . . . .	9
2.4	Coordinate system of tow ship . . . . .	12
3.1	Side, front and rear views of tow ship model (Podded ship) . . . . .	15
3.2	Side, front and rear views of towed ship model (SR108) . . . . .	16
3.3	Measurement system . . . . .	17
3.4	Actual condition of the experiment . . . . .	17
3.5	Coefficients of added resistance in waves for tow ship (Podded ship)	19
3.6	Coefficients of added resistance in waves for towed ship (SR108) . . . . .	19
3.7	Influence of division number of towline on the calculation ( $\lambda/L_2=1.2$ ) .	19
3.8	Comparison of time histories of motions and tension ( $\lambda/L_2=1.0$ ) . . . . .	21
3.9	Comparison of time histories of tensions . . . . .	22
3.10	Comparison of motion amplitudes of tow and towed ships in regular waves	23
4.1	Coordinate systems . . . . .	39
5.1	6-DOF measurement system . . . . .	66
5.2	Actual condition of the experiment in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ ) . . . . .	67
5.3	Comparison of test results between M.H.I and H.U in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ ) . . . . .	68
5.4	Comparison of test results of tow ship in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ ) . . . . .	71
5.5	Comparison of test results of towed ship in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ ) . . . . .	71
5.6	Comparison of test results of tow ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ ) . . . . .	73

5.7	Comparison of test results of towed ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ ) . . .	73
5.8	Comparison of test results of tow ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ ) . . .	75
5.9	Comparison of test results of towed ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ ) . . .	75
5.10	Comparison of drift force coefficients of tow and towed ships in regular waves . . . . .	78
5.11	Comparison of motion amplitudes of tow ship (validation of NSM) . . .	79
5.12	Comparison of motion amplitudes of towed ship (validation of NSM) .	79
5.13	Comparison of time histories of tow ship motions ( $\chi=0\text{deg}$ , $\lambda/L_2=1.4$ )	81
5.14	Comparison of time histories of towed ship motions ( $\chi=0\text{deg}$ , $\lambda/L_2=1.4$ )	82
5.15	Comparison of time histories of tow ship motions ( $\chi=30\text{deg}$ , $\lambda/L_2=1.4$ )	84
5.16	Comparison of time histories of towed ship motions ( $\chi=30\text{deg}$ , $\lambda/L_2=1.4$ )	85
5.17	Comparison of time histories of tow ship motions ( $\chi=90\text{deg}$ , $\lambda/L_2=1.4$ )	86
5.18	Comparison of time histories of towed ship motions ( $\chi=90\text{deg}$ , $\lambda/L_2=1.4$ )	87
5.19	Comparison of motion amplitudes of tow ship in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ )	90
5.20	Comparison of motion amplitudes of towed ship in regular waves ( $\chi=0\text{deg}$ )	90
5.21	Comparison of motion amplitudes of tow ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ )	91
5.22	Comparison of motion amplitudes of towed ship in regular waves ( $\chi=30\text{deg}$ )	91
5.23	Comparison of motion amplitudes of tow ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ )	92
5.24	Comparison of motion amplitudes of towed ship in regular waves ( $\chi=90\text{deg}$ )	92
6.1	Turning trajectories ( $\delta=\pm 10\text{deg}$ , $\pm 20\text{deg}$ , $\pm 35\text{deg}$ ) . . . . .	107
6.2	Results of 10/10Z and -10/10Z tests . . . . .	108
6.3	Results of 20/20Z and -20/20Z tests . . . . .	108
6.4	Trajectories of $\pm 10/10\text{Z}$ and $\pm 20/20\text{Z}$ tests . . . . .	109

# 付録

## 曳船の操縦性試験結果

三菱重工長崎研究所耐航性能水槽で実施した曳船の操縦性試験結果について示す。まず、旋回試験の結果について、Fig.6.1 に舵角  $\pm 10, \pm 20, \pm 35\text{deg}$  における旋回航跡を、Table 6.1 に試験結果から得られた操縦性に関する指数を示す。

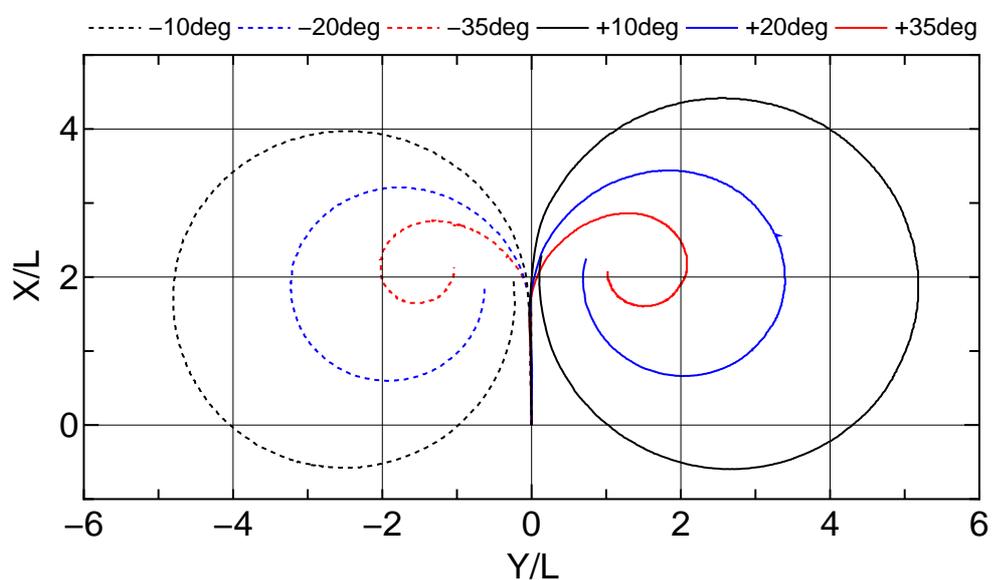


Fig. 6.1: Turning trajectories ( $\delta = \pm 10\text{deg}, \pm 20\text{deg}, \pm 35\text{deg}$ )

Table 6.1: Advances and tactical diameters

$\delta$	$A_D/L$	$D_T/L$	$\delta$	$A_D/L$	$D_T/L$
-10deg	3.97	4.74	+10deg	4.43	5.11
-20deg	3.19	3.15	+20deg	3.44	3.30
-35deg	2.74	1.91	+35deg	2.83	1.96

続いて，Zig-zag 試験の結果について示す．Fig.6.2 は  $\pm 10/10Z$  試験の結果であり，Fig.6.3 は  $\pm 20/20Z$  試験の結果である．また，Table 6.2 に，試験結果から得られた操縦縦性に関する指数を示す．

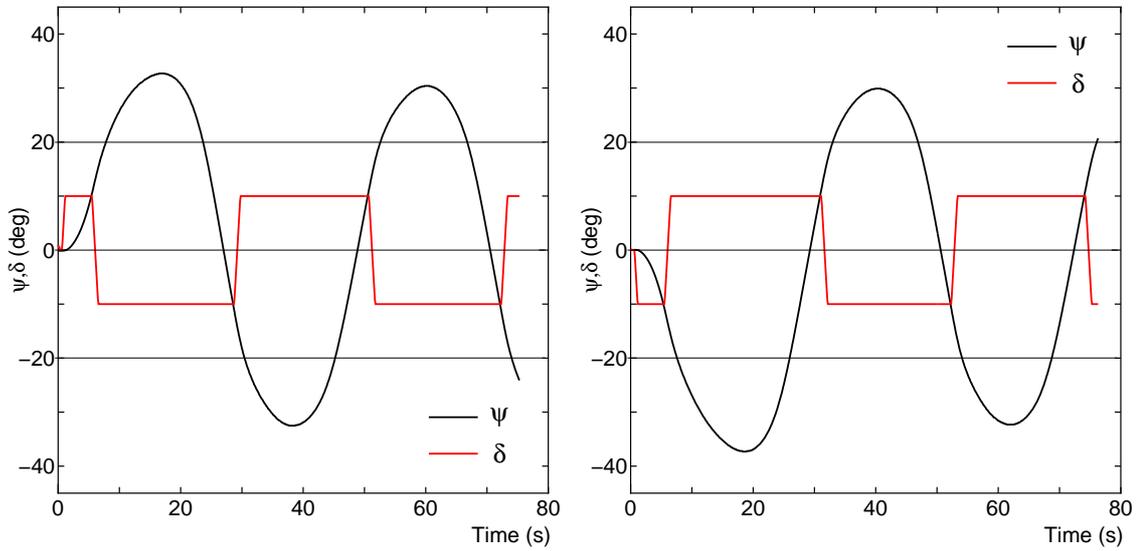


Fig. 6.2: Results of 10/10Z and -10/10Z tests

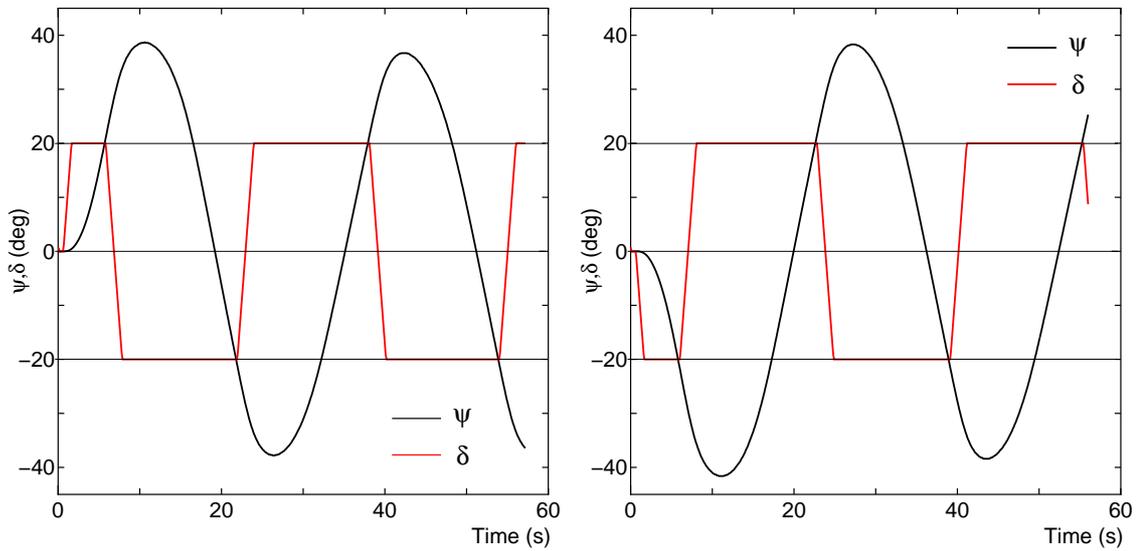


Fig. 6.3: Results of 20/20Z and -20/20Z tests

Table 6.2: 1st and 2nd overshoot angles

$\delta/\psi$	1stOVA	2ndOVA	$\delta/\psi$	1stOVA	2ndOVA
-10/10	-37.3deg	29.9deg	+10/10	32.7deg	-32.5deg
-20/20	-41.6deg	38.3deg	+20/20	38.7deg	-37.8deg

最後に , Zig-zag 試験における船の航跡について示す .

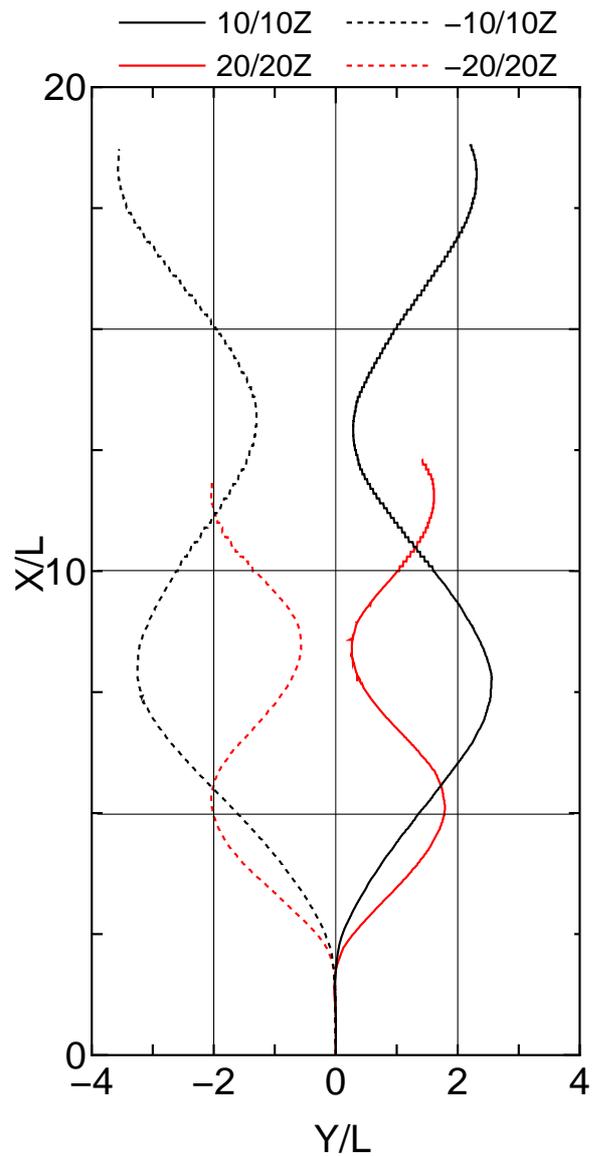


Fig. 6.4: Trajectories of  $\pm 10/10Z$  and  $\pm 20/20Z$  tests