

## 学位論文要旨

### Estimating the probabilities of misclassification using CV when the dimension and the sample sizes are large (高次元大標本の場合での CV を用いた誤判別確率の推定)

氏名 中川 智之

判別分析では、フィッシャーの線形判別をはじめとして、多くの判別手法が提案されている。近年でもサポートベクターマシンやスパース判別分析など新しい判別手法が多く提案されている。さらに、深層学習などの発展により、判別手法も複雑になっている。これらの判別手法を比べるために“誤った判別を行う割合”（誤判別確率）は重要な指標である。誤判別確率は判別分析で最も多く用いられるリスクであるが、正確に知ることはとても難しい。

誤判別確率の推定方法はこれまで多く提案されている。推定方法は漸近展開など分布や判別手法を仮定した下で導出するパラメトリックな手法とクロスバリデーション (CV) やブートストラップに代表されるようなノンパラメトリックな手法の 2 つに大きく分けられる。Okamoto (1963) や McLachlan (1974) などでは標本数  $N$  が大きい場合での誤判別確率の漸近展開とそれに伴う推定方法を提案している。さらに、近年多く見られる次元数  $p$  が標本数  $N$  に比べて大きい高次元データに対しても高次元大標本漸近理論を用いて Deev (1970) や Fujikoshi and Seo (1998), Tonda et al. (2017) など漸近展開を用いた誤判別確率の推定が行われている。これらのパラメトリックな手法は近似精度が保証されているが、分布や判別手法が限定的であるため、それぞれの仮定で推定量を構築する必要があり、適用範囲が狭くなる。

一方、ノンパラメトリックな手法は分布や判別手法の仮定に関係なく推定することができるため、適用範囲が広く使いやすい。Lachenbruch and Mickey (1968) や Stone (1974) では CV での推定法が提案されており、Efron (1983) ではブートストラップでの推定法を改良する方法が提案されている。CV は  $p$  が大きくならない大標本漸近理論に基づく評価では漸近的な不偏推定量であり、さらに一致性をもっているため、良い推定方法であることはわかっている。しかしながら、高次元データに対する推定量の精度評価はあまり見受けられない。

本論文では高次元大標本漸近理論に基づく CV の漸近的な精度評価を行った。CV による推定量は高次元大標本漸近理論に基づく評価で、バイアスが漸的に 0 になることが示すことができた。さらに、正規分布を仮定すれば、バイアスのオーダーも評価することができたが、大標本漸近理論と比べてバイアスのオーダーが大きくなることが

分かった。また、MSE が漸近的に 0 に収束することを示し、一致性を持つことが分かった。また、Fujikoshi and Seo (1998)や Tonda et al. (2017)で提案されている推定量と MSE はオーダーとしては 0 に行く速さは変わらないことが分かった。そのため、十分大きな標本数があれば、高次元データにおいても近似精度は保たれることが分かった。しかしながら、数値実験では Fujikoshi and Seo (1998)や Tonda et al. (2017)のパラメトリックな推定方法の方が MSE を小さくすることが分かった。これは、パラメトリック手法よりもノンパラメトリックな手法は推定量のばらつきが大きくなるからだと考えられる。

さらに、本論文では標本数が小さい場合や次元数が大きい場合にはバイアスが大きくなるため、CV の推定量を改良することでバイアスを補正する以下の 3 つの方法を提案した。

- Method I : 2 個抜きの CV を使ったバイアス補正法
- Method II : 少しだけ残す CV のバイアス補正法
- Method III : カットオフポイントをずらしたバイアス補正法

Method I, Method II の補正法にはパラメータが入っており、漸近展開を用いることでパラメータの決定を行った。また、これらのバイアス補正法を数値実験により比較し、バイアス補正がそれぞれできていることが分かった。しかし、MSE に関しては、バイアス補正を行ってもパラメトリック手法の方が小さくなることが数値実験から分かった。さらに数値実験では、Method I は CV よりも MSE が大きくなっており、Method II, Method III は CV よりも少しだけ小さくすることができたが、MSE を大幅に改善することができていないことが分かった。