

代数群の表現論の代数解析的研究

課題番号 11440009

平成11年度～平成12年度科学研究費補助金（基盤研究（B）（2））
研究成果報告書

平成13年3月

研究代表者 谷崎 俊之
(広島大学大学院理学研究科教授)

代数群の表現論の代数解析的研

課題番号 11440009

平成11年度～平成12年度科学研究費補助金（基盤研究（B）（2））
研究成果報告書

平成13年3月

研究代表者 谷崎 俊之
(広島大学大学院理学研究科教授)

はしがき

平成11年度および平成12年度に研究課題「代数群の表現論の代数解析的研究」のもとで研究を行った。以下、その研究成果の報告である。

研究組織

研究代表者：谷崎 俊之 (広島大学大学院理学研究科教授)
研究分担者：隅廣 秀康 (広島大学大学院理学研究科教授)
研究分担者：松本 堯生 (広島大学大学院理学研究科教授)
研究分担者：梅原 雅顕 (広島大学大学院理学研究科教授)
研究分担者：菅野 浩明 (広島大学大学院理学研究助教授)
研究分担者：森田 良幸 (広島大学大学院理学研究助手)
研究分担者：斉藤 義久 (広島大学大学院理学研究助手)
研究分担者：高橋 宣能 (広島大学大学院理学研究助手)
研究分担者：堀田 良之 (岡山理科大学理学部教授)
研究分担者：川中 宣明 (大阪大学大学院理学研究科教授)
研究分担者：柏原 正樹 (京都大学数理解析研究所教授)
研究分担者：小池 正夫 (九州大学大学院数理学研究科教授)
研究分担者：庄司 俊明 (東京理科大学理工学部教授)
研究分担者：兼田 正治 (大阪市立大学理学部教授)
研究分担者：松本 圭司 (北海道大学大学院理学研究科助教授)
研究分担者：竹内 潔 (筑波大学数学系講師)

海外共同研究者：ソク・ジン・カン (ソウル大学教授)

研究経費

平成11年度	5,200	千円
平成12年度	3,900	千円
合 計	9,100	千円

研究発表・研究成果

氏名：谷崎 俊之 (Toshiyuki TANISAKI)

所属：広島大学・大学院理学研究科

- 学会誌等への発表論文

1. Hypergeometric systems and Radon transforms for Hermitian symmetric spaces. Analysis on homogeneous spaces and representation theory of Lie groups (Okayama/Kyoto, 1997), 235–263, Adv. Stud. Pure Math., 26, Kinokuniya, 2000.
2. (with M. Kashiwara) Characters of irreducible modules with non-critical highest weights over affine Lie algebras. in: Representations and quantizations, Proceedings of the International conference on representation theory (Shanghai, 1998), 275–296, China Higher Education Press and Springer Verlag, Beijing, 2000.
3. (with M. Kashiwara) Parabolic Kazhdan-Lusztig polynomials and Schubert varieties. to appear in J. Algebra.

- 口頭発表

1. Highest weight modules over Kac-Moody Lie algebras. KIAS Lie theory conference, Korean Institute for Advanced Study, 1999年10月.
2. Parabolic Kazhdan-Lusztig polynomials and Schubert varieties. Representation theory of algebraic and quantum groups, 大阪市立大学, 1999年11月.

- 期間中の研究の概要と将来の展望

(1) アフィンリー代数の最高ウェイト表現の研究

十数年にまたがる柏原氏との共同研究により、アフィンリー代数の既約最高ウェイト表現の指標は、最高ウェイトが非臨界レベルの場合にはすべて完全に求まった。ここまでは、半単純リー代数の場合のアナロジーで結果が予測できる、ある意味では約束された到達点であった。

最後の難関として、臨界レベルの場合が残っているが、これに関する研究を行なった。まず予想を立てることが問題となるが、アフィンワイル群の周期 Kazhdan-Lusztig 多項式を用いた予想を定式化した。周期 Kazhdan-Lusztig 多項式は、幾何学的には半無限旗多様体の Schubert 多様体の交叉ホモロジー群と密接につながりがあるので、問題解決のためには半無限多様体上の D 加群を用いるべきであることが予期される。そこでまず、 $A_1^{(1)}$ 型の場合に、半無限旗多様体上の D 加群と \mathfrak{g} 加群の関係について考察を行なった。まだ明確な結果は得られていないが、半無限旗多様体上の直線束が通常の旗多様体の場合のそれとは様子がかなり異なり、ここから理論を組み立てる必要があることが明らかになった。

半無限旗多様体から自然に定まる \mathfrak{g} 加群のレベルが、臨界レベルから少しずれるように見えることをどのように克服すべきであるか、など、多くの問題点が今後の課題として残されている。

(2) 超幾何系とラドン変換の表現論的研究

グラスマン多様体上でのゲルファント超幾何方程式系を表現論的立場から考察し、これにより、その同類がより一般のエルミート型対称空間上で自然に定まることを見いだした。またその方程式系を D 加群論的立場から考察した。さらにこれを契機として、旗多様体上のラドン変換の研究を行ない、閉軌道に台を持つデルタ函数を核函数とするラドン変換については満足すべき結果を得た。

今後の課題は、閉とは限らない軌道についても同様の考察を行なうことである。

(3) 量子群とそれに付随する非可換幾何学の研究

非可換スキームとしての量子群の旗多様体の研究は最近本格化したばかりであり、これから発展することが期待される分野である。筆者は、通常行なわれているボレル部分群の場合のみでなく、放物型部分群から定まる量子旗多様体に関して考察を行ない同様の構成ができることを確認した。ボレル部分群の場合と異なり、巾単根基の取り扱いが面倒になるため、技術的には複雑な部分もある。とくに一番簡単な場合の局所座標環として、可換放物型概均質ベクトル空間の q 類似が得られるが、これについて詳しく考察し、軌道の定義方程式系の具体的表示などを得た。

今後の課題は、 D 加群論的考察をさらに進めることである。

氏名：隅広秀康 (Hideyasu SUMIHIRO)

所属：広島大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. Determinantal varieties associated to rank two vector bundles on projective spaces and splitting theorems, Hiroshima Mathematical Journal, Vol. 29, 1999, 371-434
2. A splitting theorem for rank two vector bundles on projective spaces in positive characteristic (Shigehiro Tagami), to appear in Hiroshima Mathematical Journal, Vol. 31, 2001

● 口頭発表

1. Determinantal varieties associated to rank two vector bundles on projective spaces and splitting theorems, 代数幾何学シンポジウム、兵庫県城崎大会議館、1999年11月8日

● 期間中の研究の概要と将来の展望

射影空間 $\mathbf{P}^n (n \geq 4)$ 上の階数2のベクトル束 E が線束に分解する為の以下の2つ分解定理と正標数における小平消滅定理、即ち代数多様体の双有理不変量を用いての Cohomology の有界性に関する予想を得た。また、有限群の表現を利用して、高い対称性をもつ \mathbf{P}^n の超曲面を構成し新しいベクトル束の構成の研究を行ったが、Horrochs-Mumford 束以外の新しいベクトル束は構成出来なかった。

1. $Hilb$ を \mathbf{P}^n の Hilbert scheme とし、 E の大域切断を用いて構成した行列式多様体 X 達をふくむ $Hilb$ の既約成分を $Hilb^0$ とする。 $H^1(\mathbf{P}^n, \mathcal{E} \setminus [(\mathcal{E})]) = 1$ ならば、行列式多様体 X 達は $Hilb^0$ で稠密であり、smooth である。特に、 $n = 4, 5$ ならば、 E が線束に分解するためには、 $H^1(\mathbf{P}^n, \mathcal{E} \setminus [(\mathcal{E})]) = 1$ であることが必要十分である。
2. Z^* を E に付随して導入した X 上の正因子とする。 E が線束に分解するためには、 Z^* が数値的正因子であることが必要十分である。一般の非特異射影代数多様体上の正因子が数値的正因子であるための Cohomological Criterion を与えた。
3. 上記2つの分解定理はいずれも小平消滅定理を利用して証明されている。小平消滅定理は正標数では成立しないが、上記研究を通して、次の予想を得た： X を非特異射影代数多様体、 E を X 上の階数 r の k -ample なベクトル束とする。このとき、 X の双有理不変量の多項式 C で次の不等式をみたすものが存在する。

$$\dim H^p(X, E \otimes \Omega_X^q) \leq C, \quad p + q \geq \dim X + r + k.$$

以上の研究諸成果を踏まえて、Grauert-Schneider 予想、Hartshorne 予想をふくむ射影空間 $\mathbf{P}^n (n \geq 4)$ 上の階数2のベクトル束 E の線束への分解問題を正標数も込めて研究する。

氏名：松本堯生 (Takao Matumoto)
所属：広島大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. (with E. Laitinen) A gap theorem for Lusternik-Schnirelmann π_1 -category. *Topology and its Applications*, Vol. 93(1999), 35-40.
2. (with T. Ohkawa) On epimorphisms and monomorphisms in the homotopy category of CW complexes. *Japanese J. Math.* Vol. 26(1999), 153-156.
3. (with N. Nakagawa) Explicit description of Hopf surfaces and their automorphism groups. *Osaka J. math.* Vol. 37(2000), 417-424.
4. (with S. Kamada, A. Kawauchi) Combinatorial moves on ambient isotopic submanifolds in a manifold. to appear in *J. Math. Soc. Japan*

● 口頭発表

1. カスプ同値な 2 次元結び目について、4 次元トポロジー研究集会、広島大学、2001 年 1 月 31 日

● 期間中の研究の概要と将来の展望

リー群や多様体の構造を調べる一助として、LS カテゴリーや LS 基本群 カテゴリーの研究を行い、次元よりも 1 だけ低い基本群 カテゴリーを持つ閉多様体は存在しないことを示した。その他、圏の研究、ホップ曲面の研究などでも、これまでに知られた結果をより詳しく明確にするなどの成果を挙げた。期間中から将来にかけて、多様体の中の部分多様体の様子の研究に力を入れており、代数解析的な手法による不変量の構成や滑らかな 2 次元結び目の解け予想解決などを視野に入れた研究を行っている。

氏名：梅原 雅顕 (Masaaki UMEHARA)

所属：広島大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. General existence of minimal surfaces of genus zero with catenoidal ends and prescribed flux (with Shin Kato and K. Yamada), *Communications in Analysis and Geometry* 8 (2000) 83–114.
2. A global correspondence between CMC-surfaces in and pairs of non-conformal harmonic maps into S^3 (with R. Aiyama, K. Akutagawa, and R. Miyaoka), *Proc. Amer. Math. Soc.* 128 (2000), 939-941.
3. Metrics of constant curvature 1 with three conical singularities on the 2-sphere (with K. Yamada), *Illinois Journal of Mathematics*, Vol. 44(No. 1) (2000), 72-94.

● 口頭発表

1. Surface of constant mean curvature 1 in hyperbolic 3-space, 第9回日本数学会国際研究集会 (The 9th MSJ-IRI), 東京大学, 2000年7月21日
2. R^n の極小曲面論のある種の非コンパクト型対称空間における類似, 2000年度秋季数学会, 京都大学, 2000年9月26日

● 期間中の研究の概要と将来の展望

以前に筆者等が示した「3次元双曲型空間 H^3 の平均曲率1の曲面 (CMC-1 曲面と略記する) と, 円錐的特異点を許容する閉リーマン面上の定曲率1のエルミート計量との対応」を用いて, 神戸大の Rossman 氏, 九州大の山田氏と共に, 絶対全曲率が小さいときの完備な CMC-1 曲面の分類を行った. また, 東京電機大の國分氏, 久留米高専の高橋氏, 九州大の山田氏と共に, 上述の H^3 の CMC-1 曲面の理論を内包する形で, ある種の非コンパクト型の対称空間において R^n の極小曲面論の類似が成り立つことを示した. 今後は, 上述の研究をさらに押し進めるとともに, さまざまなガウス写像を通して得られる調和写像と定曲率空間における平均曲率一定の曲面との対応を通して, 新しい曲面の例の構成に取り組みたい.

氏名：菅野 浩明 (Hiroaki KANNO)
所属：広島大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. A Note on Higher Dimensional Instantons and Supersymmetric Cycles, *Prog. Theor. Phys. Supple.* **135** (1999) 18-28.
2. Octonionic Yang-Mills Instanton on Quaternionic Line Bundle of $Spin(7)$ Holonomy, (H. Kanno and Y. Yasui) *J. Geom. Phys.* **34** (2000) 302-320.
3. Five-Dimensional Gauge Theories and Local Mirror Symmetry, (T. Eguchi and H. Kanno) *Nucl. Phys.* **B586** (2000) 331-345.

● 口頭発表

1. Octonionic instantons on quaternionic line bundle,
Summer Institute 99, 日経連人材開発センター 1999年8月.
2. Seiberg-Witten theory and five dimensional SUSY gauge theory,
集中講義, 中央大学理工学部 1999年9月.
3. BRST 変換と群のコホモロジー,
集中講義, 立命館大学理工学部 2001年2月.

● 期間中の研究の概要と将来の展望

最近, 弦理論の双対性に関連して, 4次元より高い次元のゲージ理論に対する興味が増してきている. 高次元ゲージ理論の例として, 特殊ホロノミー群をもつリーマン多様体上のインスタントン解および超対称サイクルに関する研究を行った. 特に, 4次元 A_1 型 ALE 空間 (Eguchi-Hanson 空間) の自然な高次元化と考えられる 8次元 $Spin(7)$ 多様体上で, 8元数的インスタントン方程式の球対称解の構成を行った. しかし, この方程式のモジュライ空間の幾何学の理解はまだ不十分であり, 今後の課題として残されている.

また, 局所ミラー対称性の視点から 5次元超対称ゲージ理論の研究を行った. 特に, Hirzebruch 曲面 F_2 およびその $N(< 5)$ 点 blow up に対して局所ミラー対称性を適用して得られる楕円曲線の族を考え, それに基づいて 5次元超対称ゲージ理論のプレポテンシャルを計算した. この結果を S^1 上にコンパクト化して 4次元超対称ゲージ理論と関係づけることによって Seiberg-Witten 理論に対する新しい見方が得られた. 5次元超対称ゲージ理論は, 有理楕円曲面の幾何学や楕円型単純特異点の理論と深い関係があることが期待されるので, 今後, この方向の研究をさらに進めたい.

氏名：森田良幸 (Yoshiyuki Morita)
所属：広島大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. Quantum deformations of certain prehomogeneous vector spaces. II, Osaka J. Math., 37 (2000), 385-403.

● 口頭発表

1. ある種の概均質ベクトル空間の量子変形、阪大特別談話会、大阪大学理学部、1999年10月21日

● 期間中の研究の概要と将来の展望

1998年に谷崎俊之氏、紙田敦史氏と共に、単純リー群 G の放物部分群 P のリー環 p の冪零部分 n^+ が可換な場合に、概均質ベクトル空間 (L, Ad, n^+) (L は G のある部分群、 Ad は随伴作用) の次のようなよい量子変形を得た。

- (i) ベクトル空間 n^+ の座標環 A に対応する非可換環 A_q の生成元と基本関係式.
- (ii) 代数群 L の量子群 $U_q(\mathfrak{l})$ の非可換環 A_q への随伴作用 ad .
- (iii) 開でない L -軌道の閉包の定義イデアルに対応する非可換環 A_q の両側イデアルの生成系.

これを発展させるため、期間中 A 型の場合の次数付き単純リー環において、その手法の拡張と、量子群の部分環の構造の子細を計算し、一般の次数付き単純リー環の場合での、ベクトル空間の座標環とみなすことのできる量子群の部分環やその商環がみたすべき条件の整理をおこなった。今後、これにより相対不変式 f を持つ既約簡約概均質ベクトル空間 (L, V) , 30種の内、次数付き単純リー環 g の次数1の所 $g(1)$ に埋め込める23種についてよい量子変形を得ることができ、裏返し変換にあたる変換の構成を行なうことにより、より一般的な概均質ベクトル空間の量子変形の構成を目指す。

氏名：齊藤 義久 (Yoshihisa SAITO)

所属：広島大学・大学院理学研究科

- 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. (with K. Iohara, M. Wakimoto) Notes on differential equations arising from a representation of 2-toroidal Lie algebras. Gauge theory and integrable models (Kyoto, 1999). Progr. Theoret. Phys. Suppl. No. 135 (1999), 166–181.

- 口頭発表

1. Kac-Wakimoto 理論の toroidal Lie algebra への拡張、離散可積分系の研究の進展 –超離散化・量子化–、京都大学数理解析研究所、2000 年 8 月
2. 量子群の integrable 表現の crystal base と quiver variety、群と環の表現論及び非可換調和解析、京都大学数理解析研究所、2000 年 8 月
3. Double loop algebra の表現論とその応用、組合せ論的表現論をめぐる話題、京都大学数理解析研究所、2000 年 10 月
4. Elliptic Lie algebra の表現論について、Quantum Integrable Models、京都大学基礎物理学研究所、2001 年 3 月

- 期間中の研究の概要と将来の展望

量子群の結晶基底に関する研究およびトロイダルリー代数の表現論に関する研究を行った。

前者に関しては可積分表現の結晶基底をえびら多様体を用いて幾何学的に実現した。その応用としてえびら多様体のホモロジー群を可積分表現の結晶基底という組合せ的な対象を用いて記述できるようになった。

後者に関してはトロイダルリー代数のボゾン表示を作ることによって表現を具体的に構成した。またトロイダルリー代数の自己同型であって、ルート系の構造を変えないものの全体のなす群 Γ の構造を完全に決定した。この Γ はモジュラー群を自然に含んでいる点が注目される。アファインリー代数の表現の指標がモジュラー不変性を持つことは良く知られているが、トロイダルリー代数の表現と、そこへの Γ の作用を詳しく調べることによって、将来的にはトロイダルリー代数いう立場からアファインリー代数の持つモジュラー不変性を説明出来るのではないかと考えている。

氏名：高橋宣能 (Nobuyoshi TAKAHASHI)

所属：広島大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. Mirror symmetry and C^* , Proc. Amer. Math. Soc. 129(2001), no. 1, 29–36.
2. Log mirror symmetry and local mirror symmetry, Commun. Math. Phys. に掲載予定。

● 口頭発表

1. Mirror of C^* , 弦双対性の代数幾何的側面, 京都大学数理解析研究所, 1999年7月6日
2. Q -Fano 3-fold hypersurfaces (Corti-Reid-Pukhlikov) の紹介, 八ヶ岳代数幾何セミナー 1999, 八ヶ岳高原 泉郷, 1999年10月26, 27日
3. Mirror symmetry and open varieties, 量子コホモロジーと弦理論, 京都大学数理解析研究所, 1999年12月14日
4. Log mirror symmetry, Workshop on Explicit Algebraic Geometry, 東京大学数理学研究科, 2000年12月9日

● 期間中の研究の概要と将来の展望

開カラビ・ヤウ多様体の鏡映対称性について研究を行った。一次元の場合については既に C^* の被覆の数え上げから得られる母関数を求めて鏡映対称現象を確認していたが、今回は二次元の場合を考えた。

具体的には、 P^2 から 3 次曲線を除いた開曲面について、その中に含まれる曲線であって正規化がアファイン直線になるものの数の母関数が鏡映多様体上の周期積分から得られることを発見した。さらに、このような “相対 Gromov-Witten 不変量” と局所 Gromov-Witten 不変量の間 の関係を発見した。

関連する話題として、最近 Barannikov 氏は P^2 の Gromov-Witten 不変量が鏡映多様体上の半無限 Hodge 構造によってあらわされることを示している。今回の研究は (P^2 , 3 次曲線) の相対 Gromov-Witten 不変量に関するものであるが、(P^2 , 直線) や (P^2 , 2 次曲線) の相対 Gromov-Witten 不変量についても、今回の手法と Barannikov 氏の手法の混合によって解釈できるものと思われる、鏡映対称性のより深い理解に役立つものと期待される。

氏名：川中 宣明 (Noriaki KAWANAKA)

所属：大阪大学・大学院理学研究科

- 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. A q -Cauchy identity for Schur functions and imprimitive complex reflection groups, to appear in Osaka J. Math.
2. Symmetric spaces over finite fields, Frobenius-Schur indices, and symmetric function identities, to appear in Proceedings of Nagoya 1999 Workshop on Physics and Combinatorics, World Scientific.

- 口頭発表

1. 「佐藤のゲームと Kac-Moody リー代数 —— 完全可解ゲームの研究」日本数学会年会 無限可積分系分科会特別講演，慶応義塾大学理工学部，2001年3月27日

- 期間中の研究の概要と将来の展望

この期間に，2つの新しい方向の研究を始めた．ひとつは複素鏡映群の既約指標のフロベニウス・シューア指数の q 類似の研究で，表現論的意味は不明であるが，imprimitive な場合に，不思議にきれいな結果が得られた．現在，McKay 対応との関連から，2次元ユニタリ群に含まれる複素鏡映群の場合を実験的に調べており，近く発表できることと思う．もうひとつの研究はカツ・ムーディーリー代数と関連する2人ゲームについてのもので，完全可解ゲームの大きなクラスの存在が明らかとなった．現在，正式論文の準備中である．

氏名：柏原 正樹 (KASHIWARA Masaki)

所属：京都大学数理解析研究所

- 学会誌等への発表論文 (掲載予定も含む)

1. Ind-Sheaves, distributions, and microlocalization (with P. Schapira), to appear in *Ast'risque*.
2. Invariant sheaves, Publication of Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, **36** (2000), 491–509,
3. Crystal bases for the quantum superalgebra $U_q(\mathfrak{gl}(m, n))$, (with G. Benkart and S.-J. Kang), *Journal of Amer. Math. Soc.* **13** (2000), 295–331.
4. Crystal bases for the quantum superalgebra $U_q(\mathfrak{gl}(m, n))$, *Journal of Amer. Math. Soc.* **13** (2000), 295–331 (with G. Benkart and S.-J. Kang).

- 出版物

1. 代数解析概論, 岩波講座 現代数学の展開 1, 岩波書店 (2000) 3月28日.

- 期間中の研究の概要と将来の展望

Harish-Chandra 加群の双対性に関して、対応する D -加群の対応を研究した。来年度は、これを表現の unitarity の問題に応用したい。

氏名：小池 正夫 (Masao KOIKE)
所属：九州大学・大学院数理学研究院

- 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. Some results on modular forms-Subgroups of the modular group whose ring of modular forms is a polynomial ring, (E.Bannai,A.Munemasa and J.Sekiguchi) to appear in: Groups and Combinatorics - In Memory of Michio Suzuki, Advanced Studies in Pure Mathematics.

- 口頭発表

1. The theory of modular forms on non-compact arithmetic triangle groups, ガロア理論とモジュラー形式をめぐる数論、佐賀大学大学会館、1999年12月16日

- 期間中の研究の概要と将来の展望

有限体上の超幾何関数の研究を続けるうちにノンコンパクトな数論的三角群に関する保型形式が、その一つである $SL(2, \mathbf{Z})$ の場合とよい性質を共有していることがわかった。有限体の超幾何関数から、こんどはガウスの超幾何関数を使って保型形式を研究するようになった。その結果として、70年代に流行したコード理論と保型形式の関係を調べることでえられた事実を、この新しい保型形式の枠組みで記述するとさらに別な絵がうかびあがってきた。それは坂内が研究しているコードと不変式環の研究とも連絡している。しばらくはこのノンコンパクトな数論的三角群に関する保型形式の更なる応用を求めて研究を進める。

氏名：庄司 俊明 (Toshiaki SHOJI)

所属：東京理科大学・理工学部

● 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. Schur-Weyl reciprocity for Ariki-Koike algebras (M. Sakamoto). *J. Algebra* 221, (1999), 293–314 (with M. Sakamoto).
2. Green functions and a conjecture of Geck and Malle. *Beiträge zur Algebra und Geometrie* 41, (2000), 115–140.
3. A Frobenius formula for the characters of Ariki-Koike algebras. *J. Algebra* 226, (2000), 818 - 856.
4. Length functions of $G(r,p,n)$. *Advanced Studies in Pure Math.* 28 (2000) 327 - 342.
5. Representations of finite Chevalley groups. To appear in *Advanced Studies in Pure Math.*
6. Green functions associated complex reflection groups $G(e,1,n)$. To appear in the *Proceedings of the International Workshop on Combinatorics and Physics*, held at Nagoya, August 2000.

● 口頭発表

1. 有限 Chevalley 群の表現論と巡回 Hecke 環, 大阪大学談話会、1999 年 1 月 25 日
2. A Frobenius formula for the characters of Ariki-Koike algebras, 代数群と量子群の表現論研究集会、於上智大学軽井沢セミナーハウス、1999 年 6 月 20 日.
3. 自然の中の不思議な形 — 結晶、準結晶、黄金分割をめぐる数学 —、市民教養講座「暮らしの中の好奇心」、於沼津市民文化センター、1999 年 9 月 28 日
4. Representation theory of finite Chevalley groups, Joint Research Seminar under the Japanese-German Cooperative Science Promotion Program, “Representation Theory of Finite and Algebraic groups”, Osaka University (Japan), 2000 年 3 月 14 日 (a series of lectures, twice).
5. A Combinatorial approach to Green polynomials of classical groups, Joint Research Seminar under the Japanese-German Cooperative Science Promotion Program, “Representation Theory of Finite and Algebraic groups”, Osaka University (Japan), 2000 年 3 月 17 日.
6. Green functions associated to complex reflection groups, Combinatorics of Lie type, a conference in honor of Louis Solomon, University of Wisconsin-Madison, (USA), 2000 年 6 月 18 日
7. Green functions associated to complex reflection groups, International workshop on combinatorics and physics, Nagoya University (Japan), 2000 年 8 月 23 日

8. 複素鏡映群に付随した Green 関数について, 代数学シンポジウム, 於九州大学, 2000 年 8 月 10 日
9. 複素鏡映群に付随したグリーン関数について, 「組合せ論的表現論をめぐる話題」研究集会, 於京都大学数理解析研究所, 2000 年 11 月 2 日.

● 出版物

1. Complex reflection groups and cyclotomic Hecke algebras, in “Three Lectures in Algebra”, 上智大学数学講究録 No. 41. (1999), p.25 - 55.
2. 20 世紀の予想 「ルスティック・プログラム」 - 有限シュバレー群の表現論 -. 数学セミナー vol. 39, 3 月号 (2000), p.52 - 56.
3. 20 世紀の予想 - 現代数学の軌跡 - 日本評論社 (2000), pp. 130 - 140.

● 期間中の研究の概要と将来の展望

主に次の 2 つのテーマについて研究を行った。

I. 複素鏡映群 $G(r, 1, n)$ および、それに付随した巡回 Hecke 環 (Ariki-Koike algebra) の表現論について研究した。特に、以前の論文 (坂本-庄司) で示された Ariki-Koike algebra に関する Schur-Weyl の相互律を利用して、Ariki-Koike algebra に新しい生成元と基本関係を導入した。これにより、 A_n 型の Hecke 環についてしか知られていなかった、既約指標に関する Frobenius の公式を、Ariki-Koike algebra に対して示すことができた。この結果は、 B_n 型の Hecke 環に対しても新しい情報をもたらす。現在、 D_n 型の Hecke 環の拡張である $G(r, r, n)$ に付随する巡回 Hecke 環に上の結果を拡張することを考えている。

II. A_n 型の Green 関数は、Green による最初の導入以来、Schur 関数と Hall-Littlewood 関数による組合せ論的な構成が知られている。一般の簡約群に関する Green 関数は、Deligne-Lusztig によって、 l 進 cohomology を使って定義され、後に Lusztig により、偏屈層を利用した幾何的な構成が与えられた。古典群に対しては A_n 型と同じような組合せ論的な構成が期待されていたが、見付かっていなかった。この研究では Hall-Littlewood 関数を古典群の場合に拡張し、それによって Green 関数の組合せ論的な構成が可能になった。これらの議論で重要なのは、実は古典群そのものではなく、むしろ Weyl 群の比重が大きい。このことから、上記の方法は、複素鏡映群 $G(r, 1, n)$ に対しても成立し、これらの群に付随した Green 関数が構成できた。その後、複素鏡映群 $G(r, p, n)$ (D_n 型を含む) に対しても、Hall-Littlewood 関数や、Green 関数が構成できることが分かった。これらの Green 関数は、非常に一般的な性質によって統制されているように思われる。今後の研究で、その背後にある幾何的な対象、例えば、quiver variety, Hilbert Scheme, affine Hecke 環 など、との関係を解明していきたい。

氏名：兼田正治 (KANEDA Masaharu)

所属：大阪市立大学理学部

- 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. A note on the D -affinity of the flag variety in positive characteristic, 数理解析研究所講究録 1149 (2000), 30-33
2. Cohomology of infinitesimal quantum algebras, J. Algebra 226 (2000), 250-282.
3. Lusztig's conjecture and filtrations of modules, 第3回代数群と量子群の表現論研究集会報告集, (2000), 60-70

- 口頭発表

1. Lusztig's conjecture and filtrations of modules, 第3回代数群と量子群の表現論研究集会 2000/7/1 関西学院千刈セミナーハウス

- 期間中の研究の概要と将来の展望

量子群の Laurent polynomial ring $\mathbf{Z}[v, v^{-1}]$ 上の表現論について報告する。単純代数群の表現論が、 \mathbf{Z} 上展開される様に、量子群の表現論を $\mathbf{Z}[v, v^{-1}]$ 上展開したい。基本的な結果として、代数群においては、G. Kempf による可逆層の cohomology vanishing theorem があるが、これを量子群において $\mathbf{Z}[v, v^{-1}]$ 上に得た。”Cohomology of infinitesimal quantum algebras” 参照。則ち、上記 Kempf の定理の証明の著しい簡略化をもたらした H. H. Andersen と W. Haboush によって独立に発見された cohomological identity を、量子群において $\mathbf{Z}[v, v^{-1}]$ 上で証明した。これを、S. Ryom-Hansen の結果と合わせると、Kempf の結果が $\mathbf{Z}[v, v^{-1}]$ 上に量子化される。

氏名：松本 圭司 (Keiji MATSUMOTO)

所属：北海道大学・大学院理学研究科

● 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. Recent progress of intersection theory for twisted (co)homology groups, (Masaaki YOSHIDA), Arrangements—Tokyo 1998, Adv. Stud. Pure Math., 27, Kinokuniya, Tokyo, 2000, 217–237.
2. Quadratic relations for confluent hypergeometric functions, (Hideyuki MAJIMA and Nobuki TAKAYAMA), Tohoku Math. J. **52** (2000), no. 4, 489–513.
3. Intersection matrix of a generalized Airy function in terms of skew-Schur polynomials, (Katsunori IWASAKI), Proc. Japan Acad., **76** Ser. A, No. 9, (2000), 135–140.

● 口頭発表

1. 配置空間と Theta 関数 I,II, 超幾何系ワークショップ, 神戸大学, 1999年12月2,3日.
2. The inverse of a period map for cyclic triple coverings of P^1 branching at six points, Explicit Moduli in Sapporo, 北海道大学大学院理学研究科, 2000年8月1日.
3. 3次元曲面のモジュライに関する保型形式, 微分方程式論における積分公式と Twisted Cohomology, 京大数理研究, 2001年1月10日.

● 期間中の研究の概要と将来の展望

1次元複素射影空間上で高位の極をも許した1次微分形式により定まるねじれ(コ)ホモロジー群に対して、組合せ論的に基底を定めた。その基底に関して、交点行列およびその行列式の組合せ論的な表示を与えた。この結果により交点形式の完全性を示すことができた。また、上記の交点形式たちがねじれコホモロジー群とねじれホモロジー群間にある積分という自然なペアリングを通して互いに移りあうことを示した。これらのペアリングたちの整合性により、古典的によく知られたガンマ関数の反転公式、ベッセル関数のロンメル公式をはじめ、より一般のオイラー型の線積分表示をもつ合流型超幾何関数たちがみ出す2次関係式を導いた。

帰納的に定義された n 変数 m 次多項式 1 次微分形式により定まる n 次元複素空間上のねじれコホモロジー群に対して、組合せ論的に基底を与えた。その基底に対して交点行列およびその行列式をヤング図形やシューア関数等の組合せ論的な情報を用いて与えた。 n 次元複素空間上のねじれホモロジー群の構造を明らかにし、交点形式の研究およびペアリングたちの整合性を示すことが今後の課題である。この研究の進展により、多変数合流型超幾何関数の幾何学的・組合せ論的構造が明らかになり、さまざまな公式が系統的に整理され理論の大きな進歩が期待できる。

1次元複素射影空間の6点で分岐する3重被覆の周期は F_D と呼ばれる3変数階数4の超幾何微分方程式をみ出す。4つの独立な解を並べることにより、3次元超球へ

の多価写像が得られる。この逆写像は一価写像になることは知られていたが、テータ関数を用いて具体的に表示を与えた。

D. Allcock J.A. Carlson and D. Toledo によって構成された3次曲面族に関する周期写像は、4変数階数5の超幾何微分方程式 F_D をみたす。この周期写像の逆写像は4次元超球上の保形関数たちで表示されるが、テータ関数を用いて具体的に与えた。

このようにして得られた複素超球上の保型形式の数論的研究が今後の課題である。平面3次曲線のモジュライを記述する楕円モジュラー関数 $j(\tau)$ がもたらしたすばらしい結果と同様の成果が期待できる。

氏名：竹内 潔 (Kiyoshi TAKEUCHI)

所属：筑波大学・数学系

● 学会誌等への発表論文（掲載予定も含む）

1. Extension Theorems for the Distribution Solutions to D-modules with Regular Singularities (小清水寛氏との共著)、Proc. Amer. Math. Soc., 128, no. 6 (2000) p. 1685-1690
2. Microlocal Vanishing Cycles and Ramified Cauchy Problems in the Nilsson Class、Compositio Math, 125, no.1 (2001) p. 111-127
3. On the Solvability of Operators with Multiple Characteristics (小清水寛氏との共著)、Commun. in PDE (2001) (掲載予定)
4. Notes on the Cauchy-Kowalevski Theorem for \mathcal{E} -modules (杉木雄一氏との共著)、J. Functinal Analysis (2001) (掲載予定)

● 口頭発表

1. Microlocal Vanishing Cycles and Ramified Cauchy Problems in the Nilsson Class、筑波大学解析セミナー、2000年4月

● 期間中の研究の概要と将来の展望

代数解析的手法を用いた偏微分方程式系の研究、特にシュワルツの超関数や Nilsson class の正則関数等におけるシステム (D-加群) の解の接続-伝播、初期値-境界値問題などについて柏原、Schapira、Andronikof らの理論を用いて研究した。関連して Deligne による構成可能層の消滅サイクルの構造や、 \mathcal{E} -加群にたいする Cauchy-Kowalevski-柏原型定理などについて基礎的研究を行った。今後構成可能層などの研究を通じ幾何的方面の応用も見い出したいと思う。