

基礎・基本を育てる 数学科授業の考え方と実践（2）

—指導と評価の一体化を目指して—

神原一之・天野秀樹・植田敦三*

A Mathematical Approach to Enhance the Fundamentals (2)

—To carry out a guidance which is connected with evaluation—

Kazuyuki KAMBARA, Hideki AMANO, and Atsumi UEDA

Abstract. The purpose of this study is to examine whether it is valid to carry out a guidance which is connected with evaluation. In order to achieve the purpose, we made a guidable plan which is connected with evaluation, appreciated the aspects which students learnt, attached importance to look back a series of lesson. From now on, we will examine the validity of this study successively.

Key words: evaluation

I. はじめに

「生きる力」と「ゆとり」をキーワードにした新しい学習指導要領に基づく教育課程が今年度から実施されるようになった。総合的な学習の時間や選択教科の取扱い、評価のあり方など、ゆとり返上で生きる力を絞りだしながら、各学校において特色ある教育活動を展開している。また、教科の学習内容が3割削減され、学校完全週5日制になったことなどから、最近学力低下が危惧されるようになってきている。朝日新聞では、「ニッポンの学力一転機の教育」という特集を組み、学力低下について幅広く論じている。平成14年7月25日に刊行された朝日新聞によると、平成14年3月に出版された「本当の学力をつける本」は25万部も売り出されたということである。学力低下は関心事なのである。

このような状況を考えると、生徒に確かな学力を身につけていくことが学校現場の緊急の課題といえよう。ただし、ここでいう学力は、これまでに捉えられてきたような学習によって獲得した能力だけではなく、意欲や思考力というような新しい世界を創造する力をも含むものとして捉えている。

神原・岡田（2002）は、数学の目標を達成するための基礎・基本という立場から、観点別評価に示されている「①数学への関心・意欲・態度、②数学的な見方・考え方、③数学的な表現・処理、④数量、図形などについての知識・理解」の4つの資質や能力を「数学科の基礎・基本」と捉えた。そして、この立場から基礎・基本の定着を図ることによって、生徒に「生きる力」を育成することができると考えた。特に、「②数学的な見方・考え方」は、黒瀬ほか（2002）の「めざすべき人間像のための基

*広島大学大学院教育学研究科助教授

基礎・基本」と強く関係している観点と捉えて着目している。また、今年度から行われる評価においては、知識だけではなく、自ら学ぶ意欲や思考力、判断力、表現力など、多面的に評価することが求められている。

本稿では、指導と評価を一体化させた授業実践の視点から、基礎・基本を育てる数学科授業について考察する。

II. 研究のねらい

集団に準拠する評価から目標に準拠する評価に転換することが求められている。評価において最も大切なことは、ある目標に対する生徒一人ひとりの実現状況をみるとことである。そのためには、どのように評価すれば、適切かつ信頼に足る評価といえるのか、実践的に研究を進めていく必要がある。

重松（2002）は、「目標に準拠した評価活動は、身近なことに数学を見いだしたり、学校外での学習時間の増加など、生徒が主体的に自分の学習を改善することを支援する授業活動であり、教師にとっては、生徒一人一人の学習特性に応じたより質の高い指導への授業改善につながるものでなければならない。」と述べ、指導と評価の一体化の必要性を主張している。筆者らも同様の立場から、次の3点に配慮しながら、指導と評価の一体化を目指した授業を実践し、結果を考察する。

- 1 授業に生かすことができる評価
- 2 適切かつ信頼に足る評価
- 3 継続して取り組むことができる評価

III. 研究の方法及び内容

まず、学習指導要領や教科書などを参考にして評価する領域・内容を選出し、年間指導計画を立てる。また、指導要録や国立教育政策研究所による「評価規準、評価の方法の工夫改善のための参考資料」（以下、「参考資料」と記す）などをもとにし、4つの観点に対するそれぞれの目標を具現化することで評価規準を設定する。

第二に、授業中の生徒の発言や活動などを観察して、発問の工夫、机間指導などの方法で授業内評価を指導に生かすようにする。

第三に、授業の終了後に学習内容や自己評価を記入させた学習カードを集め、次時以降の授業につなげていく。

第四に、単元の終了後に学習のふりかえりを重視した活動を設定し、生徒自身に自分の課題を把握させる。

最後に、計画にそって収集し、解釈した情報から個々の学習を総括することで、収集したさまざまな情報を事後の指導に生かせるようにする。

以上のような手順で計画・指導・評価を行い実践的な研究を進めていく。（図1参照）

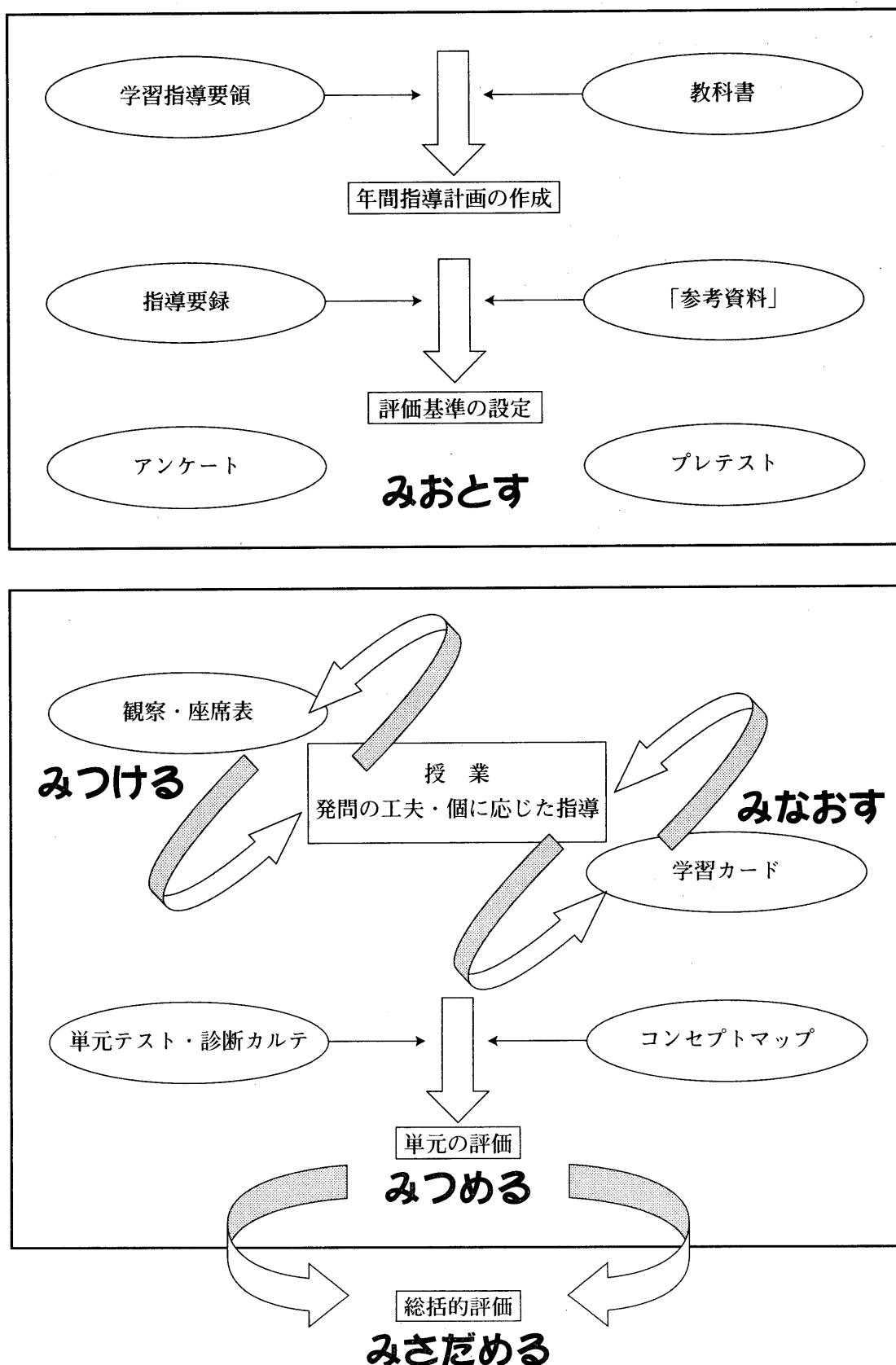


図1 指導と評価の手順

1 評価規準表の作成

清水（2002）は、「評価規準は学習に先立って設定された指導のねらいを実現している子どもの状況を観点ごとに明らかにしたものでなくてはならない。『参考資料』により評価規準の具体例が『おおむね満足できると判断できる状況』としてより詳しく示されたことは、子ども一人一人に確かな力をつけるために重要な意義をもつ。」と述べ、実際の学習指導に先立って評価基準を設定することの大切さを指摘している。つまり、評価規準は、これまでに教師が行ってきた授業における目標を観点別に整理したものである。したがって、評価規準を作成することによって、教師が設定する授業の目標が明確になるだけではなく、生徒にとっても学習のねらいがより一層明確になる。また、その際、「おおむね満足できると判断できる状況」に至らない生徒に対する手だてや「十分満足できると判断できる状況」とはどのような状況なのかを具現化することも、生徒一人ひとりに確かな力をつけることにつながる。このような意義を実現していくために、1時間ごとの評価規準表を作成した。

2 評価方法

平成12年教育課程審議会の「児童生徒の学習と教育課程の実施状況の在り方について（答申）」では、評価場面を工夫し、適切な評価を積み重ねることによって、生徒の成長の状況を総合的に評価していくことが大切であると指摘している。また、評価手段として、ペーパーテスト、観察、面接、質問紙、作品、ノート、レポート等を具体的にあげている。

数学科においても、評価場面を工夫し、多様な評価材料を用いて評価する方法を考えることができる。例えば、活動の様子を観察したり、学習の様相について個人面接を行ったり、自己評価表に記入させるなど、ペーパーテスト以外にも多様である。しかし、その際の留意点が2つある。一つは、量的な評価に固執することなく、指導に生かす評価であることを念頭に置いて評価することである。もう一つは、学習そのものが停滞する評価の作業にならないように、より簡便な方法を用いて評価することである。

評価基準は、A B Cの3段階で設定した。まず、「参考資料」をもとに、「おおむね満足できると判断できる状況」をBと設定した。次に、Bに満たない場合を、「努力を要すると判断できる状況」として、Cと設定した。そして、Bに質的な高まり・深まりが見られる場合を、「十分満足できると判断できる状況」として、Aと設定した。この質的な高まり・深まりについては、表1の視点で捉えている。

表1 「十分満足できると判断できる状況」の視点

4つの観点	質的な高まり・深まりを捉える視点
数学への関心・意欲・態度	「よさへの気づき」「工夫」「積極性」など
数学的な見方・考え方	「見いだすこと」「よさを生かすこと」「より広い視野から発展的に見ること」など
数学的な表現・処理	「的確さ」「簡潔さ」、「正確さ」「能率のよさ」など
数量、図形などについての知識・理解	「関連づけ」「方法知や価値への着目」など

(1) 「みとおす」～学習の前～

生徒が学習の改善に評価を生かすことができるよう、年度当初に年間指導計画を提示し、学習の見通しをもたせるようにした。また、アンケートによって「関心・意欲・態度」を把握、プレテストによって「見方・考え方」、「表現・処理」、「知識・理解」を把握するようにした。

(2) 「みつける」～授業の途中～

T Tの形態で行う授業においては、AやCにあたる生徒の様相を座席表に記録した。そして、Cにあたる生徒には、T 2が指導してBになるように支援した。また、毎回の授業で、すべての生徒に対して4つの観点から評価することは不可能であるから、各授業では特に焦点を当てた観点を設け、AやCにあたる生徒を中心に発言や学習カードなどの観察を行った。

4つの観点における評価の方針を次のように設定した。「関心・意欲・態度」については、Cにあたる生徒に意欲を促すような声かけや興味を引くような題材を準備する。「見方・考え方」については、Bにあたる生徒を意識しながら発問を工夫するとともに、Cにあたる生徒をBにするような発問を生徒の反応を見ながら積極的に取り入れる。「表現・処理」、「知識・理解」は、Cにあたる生徒を机間指導の中でBにすることを目指す。

(3) 「みなおす」～授業の終了後～

毎回の授業で、授業を通して発見したことや感動した友達のアイデアなどを学習カードに記録させ、学習履歴としてファイルにとじさせた。また、授業の終了後に学習カードを毎回集め、生徒から出された気づきや疑問を受けとめて、次の授業につなげていくようにした。

(4) 「みつめる」～単元の終了後～

単元の終了後に、「見方・考え方」、「表現・処理」、「知識・理解」の観点別の単元テストを実施し、これをもとに、生徒が自ら課題を把握し、克服することを目指して、診断カルテを作成させた。また、コンセプトマップを作成させた。コンセプトマップは、学習者が学習した内容を構造化する概念地図である。

(5) 「みさだめる」～学習を総括して～

年に4回、「見方・考え方」、「表現・処理」、「知識・理解」の観点別の定期テストを実施した。そして、これまでに収集した情報を総括して、目標に準拠した評価を行った。その際、総括的評価に生かす情報と形成的評価にとどめる情報を、表2のように分けた。なお、総括的評価に生かす情報は太字で表している。

表2 総括的評価に生かす情報と形成的評価にとどめる情報

	関心・意欲・態度	見方・考え方	表現・処理	知識・理解
みとおす	アンケート	プレテスト	プレテスト	プレテスト
みつける	座席表 観察	座席表 観察	座席表 観察	座席表 観察
みなおす	学習カード	学習カード	学習カード	学習カード
みつめる		単元テスト 診断カルテコンセプトマップ	単元テスト 診断カルテ	単元テスト 診断カルテ
みさだめる		定期テスト	定期テスト	定期テスト

IV. 指導と評価の一体化を目指した授業実践例

1 学習指導案

- (1) 年 組 第3学年1組38名（男子20名、女子18名）
- (2) 日 時 平成14年9月10日（火） 第4校時（11：30～12：20）
- (3) 場 所 第3学年1組教室
- (4) 授業者 神原 一之
- (5) 題材 2次方程式の解き方
- (6) 題材設定の理由 方程式に関する指導では、第1学年で1次方程式、第2学年で連立方程式を扱ってきている。これらをもとに、第3学年では2次方程式を扱う。方程式の理解を深めるとともに、方程式を扱う能力を一層伸ばすことがねらいである。2次方程式は、因数分解による解き方と平方完成による解き方などがある。等式の変形を利用する1次方程式の解き方とは異なり、高次方程式の解き方の基本となる考え方方が含まれている。また、実生活においては、数量間の関係が直線的に表される事象だけでなく、曲線的に表される事象も大きな役割を果たしている。後者の中では2次の関係が基本となる。例えば、二酸化炭素やフロンの増加、落下運動の課題を解決するためには、2次方程式の考え方が必要になってくる。2次方程式の利用において、事象を方程式に表した後で解を求め、その解が題意に適するかどうかを吟味する活動は、事象と数学のモデルを置き換える活動として大変意義深い。
- 本学級の生徒は、総じて数学への興味・関心が高く、基本となる計算の通過率も高い。また、塾などの学校外での学習によって、多くの生徒がすでに2次方程式の解き方を知っている。しかし、「なぜそうなるのか」という理由を理解していない生徒が多い。
- 因数分解による解き方は、連立方程式の解き方と同様に、1次方程式に帰着させることができるという特徴をもつ。したがって、指導にあたっては、「因数分解することによってなぜ2次方程式を解くことができるのか」という理由をしっかり考えさせたい。
- (7) 指導計画 ①2次方程式とその解・・・・・・1時間
 ②因数分解による解き方・・・・・・1時間（本時）
 ③平方根を利用した解き方・・・・2時間
 ④いろいろな2次方程式・・・・・・1時間
 ⑤2次方程式の利用・・・・・・2時間
 ⑥問題づくり・・・・・・・・・2時間
 ⑦課題学習「黄金比」・・・・2時間
 ⑧3章のまとめとふりかえり・・・2時間

- (8) 本時の目標 ①2次方程式の因数分解による解き方を調べるようとする。
 ②2次方程式の因数分解による解き方を考えるようとする。
 ③2次方程式を因数分解によって解くことができるようとする。
 ④2次方程式の因数分解による解き方を理解できるようとする。

(9) 学習指導過程

学習過程（形態）	学習活動	指導上の留意点（評価）
1. 2次方程式の解の個数を調べる。 （一斉）	<ul style="list-style-type: none"> 「$x^2 - 10x + 24 = 0$ の解は $x = 4$ と $x = 6$ 以外にあるのか」という前時の疑問について考える。 (予想される考え方) 代入してもきりがない。 因数分解して考える。 	◆ 2次方程式の解の個数に興味があるか。(関心・意欲・態度) ○予想させた後に、考えを発表させる。 ◆ 和の形で説明できないことに気づくか。(見方・考え方) A……因数分解して積の形にすればよいことに気づく B……このままでは説明ができないことに気づく C……どうしてよいのかわからない →BやAにあたる生徒の発言を途中でとめ、続きを考えてさせる。
2. 因数分解による解き方の原理を理解する。 （一斉）	<ul style="list-style-type: none"> 「$ab = 0$ のとき、 a と b はどんな数か」について考える。 「$ab = 0$ ならば $a = 0$ または $b = 0$」から、2次方程式を $x - 4 = 0$, $x - 6 = 0$ という1次方程式に帰着させて考える。 	◆ $x = 4$, $x = 6$ 以外を代入すると0にならないことを説明できるか。 (見方・考え方 i) A……的確に説明できる B……具体的に数を代入して説明できる C……全く説明できない →Bにあたる生徒の発言から、自分の言葉で隣の人に説明させる。
3. 因数分解による解き方を練習する。 （個別）	<ul style="list-style-type: none"> 4つの方程式を因数分解して解く。 <ul style="list-style-type: none"> (1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ (2) $x^2 - 6x + 9 = 0$ (3) $x^2 - 6x = 0$ (4) $x^2 - 25 = 0$ 	◆ 方程式を解くことができるか。 (表現・処理) A……4問正解 B……2問正解 C……1問以下の正解 →机間指導する。 ○(3)の両辺を x で割り、 $x = 6$ とした誤りについて考えさせる。
4. まちがい探しをする。	<ul style="list-style-type: none"> 「太郎くんは、 $x^2 - 7x + 10 = 18$ という2次方程式を、 	◆ 誤りを正確に指摘できるか。 (見方・考え方 ii)

(一斉)	$(x-5)(x-2) = 18$ だから, $x-5 = 6, x-2 = 3$ だから $x=11, x=5$ であるとした」という太郎くんの解法の誤りを考える。	A……右辺が 0 以外の数の場合には、解が一意的に定まらないことを指摘できる B…… x には、同じ数が入ることを指摘できる C……全く説明できない→Bにあたる生徒の発言をていねいに扱う。
5. 因数分解による解き方をまとめ る。 (個別)	・因数分解による解き方を確認する。 (1) 右辺を 0 にする。 (2) 左辺を因数分解する。 (3) 1 次方程式に帰着させて解く。	○1 次方程式に帰着させて解けることに気づかせる。
6. 練習問題をする。 (個別→班)	・教科書 P 60 間 4 の問題を練習する。	◆方程式を解くことができるか。 (表現・処理) (知識・理解) A …… 4 問正解 B …… 2 問正解 C …… 1 問以下の正解 →机間指導する。
7. 学習カードにまとめる。 (個別)	・学習のポイントや疑問点を整理する。	◆学習は楽しかったか。 (関心・意欲・態度) ◆自分の力で考えることができたか。 (見方・考え方) ◆学習は理解できたか。 (知識・理解) ◆気づきやポイントをまとめることができているか。 (表現・処理) (見方・考え方)

2 本時の授業記録

本時の授業の中で、観点「見方・考え方」の評価に関わる2場面のプロトコールを以下に記す。

(1) 評価場面①（見方・考え方 i）

T	解を調べたら $x=4$ と $x=6$ が解だと言うことがわかったので、太郎さんが言った。 「 $x^2 - 10x + 24 = 0$ の解は、 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ の 7 個を調べると $x = 4$, $x = 6$ の 2 つが解だった。7つ解を調べたら解が 2 つだから、解が出てくる確率は一…。あと 7つ調べると、解は全部で 4 つになる。」 この太郎さんの考えについてどう思いますか？
S 6	それはおかしい。
S 7	「それでは、調べてみよう」と太郎さんに言う。
T	それでは、(みなさんも) 調べてみよう。
S 8	無限に調べないといけないので、(調べるのは) 無理。
S 7	ロープの長さは 20m だから、横は 10m までしかないから、10 個だけ調べたらよい。
S 9	そうか。
T	そうだねー、少し納得。でも、 x は小数でも良いので、整数と整数の間の数も調べていかないといけないよね。
S 10	僕は、解は 2 個しかないと思います。例えば、 $x^2 - 10x + 24$ を因数分解して考えると、 $(x - 6)(x - 4)$
T	ちょっと待った。S 10 のその続きは、どういうアイデアを出そうとしていたのでしょうか？
S 11	x に代入ー。
S(大勢)	何で？ 何を代入するの？
T	うん、 x に代入ね。先生は何となく S 11 の言いたいことがわかりました。
S 12	代入だけど、何で代入するのかということなんよ。
T	じゃー、(S 12) 言ってみて。
S 12	右辺に 0 があるって言うことは、左辺も 0 って言うことなので、「 $(x - 6)$ と $(x - 4)$ をかけると 0 になるということなので、 $(x - 6)$ と $(x - 4)$ のどちらかが 0 になるはずなので、 $x - 6 = 0$ か $x - 4 = 0$ が考えられる。そして、 $x - 6 = 0$ のときには 0×2 で 0 になる。そして、 $x - 4 = 0$ のときには -2×0 で 0 になる」
T	で？
S 12	で、他には(解が) 無かるかと思いました。
T	なるほど。つけたしとかありますか？
S 13	$x - 6$ か $x - 4$ が 0 になるということは、片方が 0 であれば、かけるのだから 0 になるのだから、 $x - 6 = 0$ のときと $x - 4 = 0$ のときしかないと、それを代入して解いていったら、 $x = 6$ と $x = 4$ の 2 つが出てくる。
T	こちら $(x - 6)$ が 0 かこちら $(x - 4)$ が 0 しか(考えられ)ないので、解は 2 つしかない。他に？
T	それでは、S 10、続きの説明をして下さい。
S 10	全くその(みんなの説明の)通り。
T	(みんなと同じでもよいから自分なりに) 説明してごらん。
S 10	…(S 10 の説明は省略)…。
T	そうね、和の形のままで考えると、解は(個数を調べるのが)考えづらいけれど、因数分解して積の形にすることで考えやすくなるね。
	今日は、因数分解して 2 次方程式を解く問題をみんなにマスターしてもらおう。

(2) 評価場面② (見方・考え方 ii)

T	太郎さんは、左辺を因数分解して $(x-5)(x-2)=18$ としました。
S 27	$x-5=6$ または $x-2=3$, だから $x=11$ または $x=5$ と解きました。
S 28	かなりだめ。めちゃくちゃ違う。
S 29	右辺に 18 があってはいけないでしょ。
T	その式は 2 次方程式になおしていないと思います。
	2 次方程式は一般的に, $ax^2+bx+c=0$ という式です。
T	そうよね, でもこれ $(x-5)(x-2)=18$ も 2 次方程式よ。
S 7	なんで, わざわざそんなことするの? (つぶやき)
	$x-5$ は 6 以外にもあるよ。
T	例えば?
S 7	えー。9とか。
T	そうか。わかった。 $x-5=9$ または $x-2=2$, だから $x=14$ または $x=4$ になる。この答えは 2 つじゃなくてー (実は 4 つということか)。
S 7	無限にあるじゃん。無限にあったのかー。
S (大勢)	(笑い)
T	言いたいこと, (みんな) どんどん言えー。
S 23	えっと, それ ($x=11$) を代入してもイコールにはならない。… (略)
T	他にはどうですか。何でこのやり方はだめ。
S 7	6×3 のパターンを考えていたらきりがない。
S 30	因数分解をするやり方は右辺を 0 にしないといけない。
T	2 人の (意見) を合わせれば良さそうだね。2 次方程式を解くには右辺を 0 にし, 左辺を因数分解することで, 1 次方程式の考え方で解くことができるのだねー。

3 本時の評価

(1) みつける ~授業の途中~

「関心・意欲・態度」では、太郎さんという架空の人物を登場させ、誰もが疑問を感じる課題を提示することによって興味を引きつけるようにした。ほとんどの生徒が黒板の方を集中して見ていてこと、数学が苦手な生徒の表情がやわらいでいたことをみとり、全員を B と判断した。

「見方・考え方 i」では、まず S 10 の発言を途中でとめ、続きを考え方せたり、B にあたる生徒の発言から、自分の言葉で説明しなおさせたりすることを通して、B になるような手立てを講じた。 「見方・考え方 ii」では、ねり上げの中で板書をしていねいに書くことを手立てとした。隣同士での説明の状況などをみとり、B と判断した。

「表現・処理」、「知識・理解」では、C にあたる生徒に机間指導し、ほぼ全員が 2 次方程式を因数分解によって解くことができるようになった。このことから、全員を B と判断した。

(2) みなおす～授業の終了後～

授業の終了後に学習カードを集めた。生徒の自己評価によると、「楽しく学習できましたか」「自分の力で考えることができましたか」「学習が理解できましたか」の3つの質問に対して、「とてもそう思う」と答えた生徒はどれも85%を越えた（図2）。「そう思う」と答えた生徒も含めると約95%であった。このことは、授業の途中に教師が行った評価がほぼ妥当であったことを示している。しかし、3つの質問それぞれに対して、「どちらとも言えない」と答えた生徒が2名いた。この生徒2名は、今日の授業においてBに達していたとは言い難い。放課後と次時の授業を利用して、特に配慮しながら指導していった。

また、生徒の疑問として、「因数分解できない場合は解けないのでですか？」という質問が、いくつか学習カードに書かれていた。この質問は、次時の導入の話題として取りあげたのは言うまでもない。

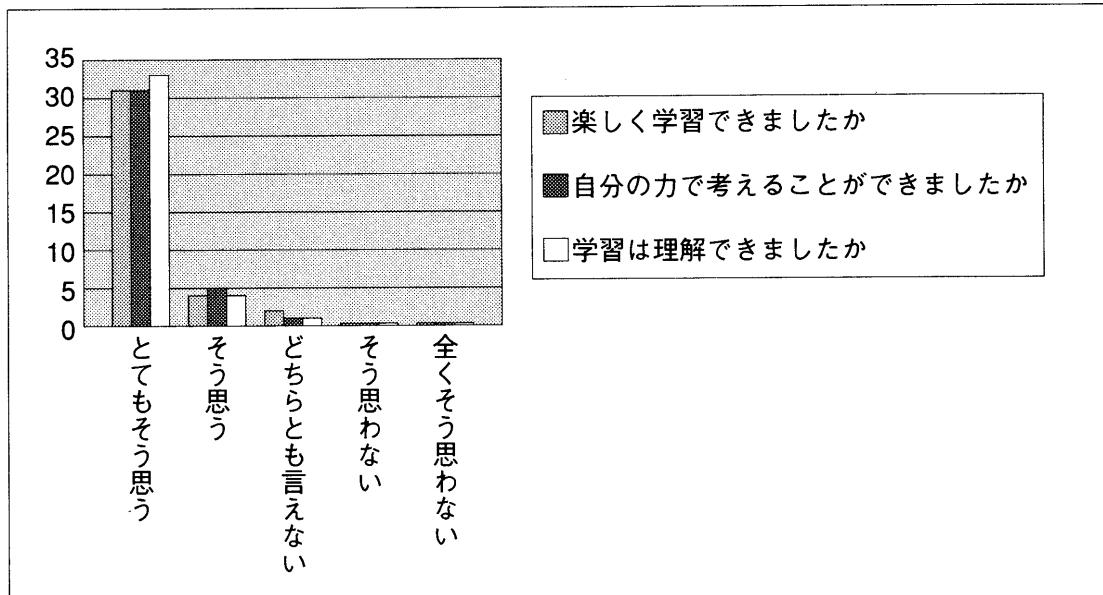


図2 本授業後の生徒の自己評価

V おわりに

本稿の目的は、「授業に生かすことができる評価」、「適切かつ信頼に足る評価」、「継続して取り組むことができる評価」の3点に配慮しながら、指導と評価を一体化させた授業実践の結果を考察することにある。

授業に生かす評価を実現するためには、まず、教材の位置づけや子どもの実態に合わせた行動目標をふまえて指導計画を立てることが重要である。次に、授業の途中では、教師が行う評価だけではなく、生徒間の相互評価を生かしたねり上げにより、Cにならないような授業を展開することが重要である。また、評価を次時の学習に生かすためには、授業の途中に得られる情報だけではなく、生徒の自己評価から得られる情報など、客観的な反応を改善の手立てにすることが重要である。本稿では詳しく述べることができなかったが、単元終了時に取り組ませたコンセプトマップや診断カルテについて

て、生徒から、「学習の整理に役立った」、「苦手なところがはっきりわかってよかった」などの肯定的な評価を多く得ることができた。このように、ふりかえり活動を重視した取り組みも重要である。

本研究の有効性をより客観的に考察していくことが第一の課題である。また、本研究が適切かつ信頼に足る評価であるかどうかは、1年間の取り組みからは判断できない。したがって、今後とも継続してこれらの取り組みを積み重ねていくことが第二の課題である。

引用・参考文献

- 神原一之・岡田禕雄、「基礎・基本を育てる数学科授業の考え方と実践」、広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育」第34集、2002、pp.43-54。
- 黒瀬基郎ほか、「明日を担う生徒を育てる学校教育の創造(2)」、2002。
- 国立教育施策研究所、「評価基準、評価方法の工夫改善のための参考資料」、2002。
- 文部科学省、答申「児童生徒の学習と教育課程の実施状況のあり方について」、2000。
- 重松敬一、「数学科における新しい評価の在り方と評価方法の改善」、中等教育資料、5月号、大日本図書、2002、p.24。
- 清水静海、「『学力の実質化』と中学校数学」、全国算数・数学教育研究（兵庫）大会講習テキスト、第84回、2002、pp.40-45。